

เฉลย

การเพิ่มแรงเสียดทานแบบเสริมกันเองของสมุดที่สอดแทรกกัน

ตอนที่ 1 การหาสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานอย่างง่าย

[2.8 คะแนน]

การทดลอง

- ใช้กระดาษวางซ้อนกัน โดยตริ้งแผ่นหนึ่งไว้ และสอดแผ่นที่เคลื่อนที่ได้ระหว่างแผ่นรองและแผ่นที่ตริ้งไว้ก่อนนำน้ำหนักบนแผ่นที่ตริ้ง
- ใช้มวลถ่วงแผ่นที่เคลื่อนที่ได้จนกว่าจะเคลื่อนที่
- ใส่نواتใหญ่ก่อนจนกระดาษเริ่มเคลื่อน เอาنواتใหญ่อันล่าสุดออก แล้วใส่นอตเล็กลง ทำซ้ำจนได้นอตตัวสุดท้ายเป็นนอตตัวที่เล็กที่สุด
- ทำซ้ำ 5 ครั้ง เพื่อหาค่าเฉลี่ย T โดยใช้น้ำหนักกดทับเดียวกัน
- หรือ ทำซ้ำ 5 ครั้ง เพื่อหาค่าเฉลี่ย μ โดยเปลี่ยนน้ำหนักกดทับก็ได้เช่นกัน

ใช้น้ำหนักกดทับ = $0.1536 \times 9.81 = 1.507 \text{ N}$ (นอตใหญ่ 4 อัน)

การคิดค่าคลาดเคลื่อน เท่ากับน้ำหนักครึ่งหนึ่งของนอตตัวเล็กสุด = 0.01 N

ตารางบันทึกผล

ครั้งที่	T (นิวตัน)
1	1.681 ± 0.010
2	1.586 ± 0.010
3	1.606 ± 0.010
4	1.606 ± 0.010
5	1.586 ± 0.010

$$\langle T \rangle = 1.61 \pm 0.06 \text{ N} \text{ เมื่อใช้ } \Delta T = \frac{(\text{max}+0.01) - (\text{min}-0.01)}{2}$$

(0.01 คือความคลาดเคลื่อนของแต่ละค่าที่วัดได้ ซึ่งของนักเรียนอาจเป็นตัวเลขอื่น)

หรืออาจใช้ s.d. ในการหา ΔT

$$\text{คำนวณค่า } \mu_{\text{paper-paper}} = \frac{\langle T \rangle}{2W_0} = 0.53 \pm 0.01$$

(ค่าที่ได้จากการทดลองหลายๆ คน อยู่ในช่วง 0.33 – 0.58)

ตอนที่ 2 การหาสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของกระดาษที่ซ้อนกัน

[7.6 คะแนน]

การทดลอง

- วางสมุดซ้อนสลับกับครึ่งละหลายแผ่นให้ได้ $N = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12$
(หรืออาจเป็นค่าอื่นๆ ตามลักษณะกันซ้อนสลับอื่นๆ ที่เหมาะสม)
- วางนอตขนาดใหญ่ 2 ตัวเป็นน้ำหนักกดทับ
- วัดแรงดึงแบบเดียวกับตอนที่ 1



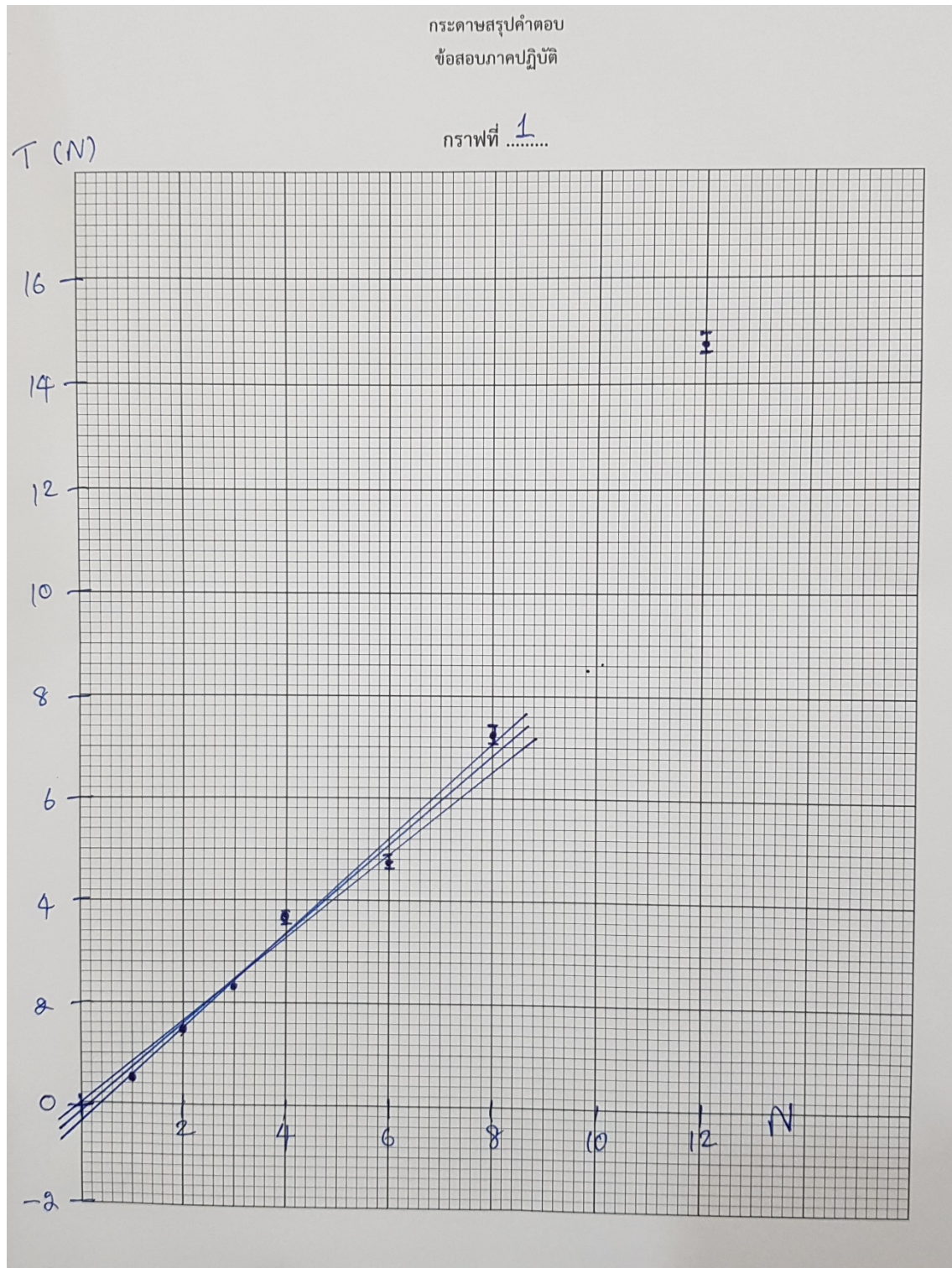
น้ำหนักกดทับ $W_0 = 0.753$ นิวตัน (นอตขนาดใหญ่ 2 ตัว)

ตารางบันทึกผล

N	T (N)	ΔT (N)
1	0.55	0.02
2	1.50	0.02
3	2.32	0.10
4	3.70	0.10
6	4.74	0.10
8	7.32	0.19
12	14.79	0.19

หลายครั้งที่ทดลองซ้ำ N ค่าเดิมแล้วพบว่าใช้นอตขนาดกลาง-ใหญ่ต่างกัน 1 ตัว, และค่า N มากขึ้น error จะเยอะขึ้น

กราฟระหว่าง T กับ N



วิเคราะห์จากกราฟ

$$\text{Slope กลาง} = \frac{6.8 - (-0.1)}{8 - 0} = 0.863 \text{ N/sheet}$$

$$\text{Slope max} = \frac{7.1 - (-0.3)}{8 - 0} = 0.925 \text{ N/sheet}$$

$$\text{Slope min} = \frac{6.5 - 0.1}{8 - 0} = 0.800 \text{ N/sheet}$$

$$\text{จาก slope ได้ค่า } \mu = \frac{\text{slope}}{2W_0} = \frac{0.863}{2 \times 0.753} = 0.57$$

$$\Delta\mu = \frac{\text{slope}_{\text{max}} - \text{slope}_{\text{min}}}{2 \times 2W_0} = 0.02$$

$$\text{Intercept กลาง} = -0.1 \text{ N}$$

$$\text{Intercept max} = +0.1 \text{ N}$$

$$\text{Intercept min} = -0.3 \text{ N}$$

$$\text{ดังนั้น } T_0 = -0.1 \pm 0.2 \text{ N}$$

หมายเหตุ:

เราสามารถทดลองอีกแบบเพื่อหา T_0 ง่ายๆ โดยการลากสมุดเล่มหนึ่งไปบนฐานรอง พบว่าจะต้องใช้มวลถ่วงเท่ากับน้ำหนักขนาดเล็กสุด หรือ 1-2 กรัม

ตอนที่ 3 self-amplification ของสมุดที่สอดแทรกกัน

[9.6 คะแนน]

การทดลอง

- วางสมุดซ้อนสลับกันครึ่งละ 1 แผ่น
- ปรับระยะ d ต่างๆ โดยให้ค่าน้อยสุดที่ $d = 1.5$ cm
- ใช้ไม้ขนาดเล็กที่สุดกดทับ โดยวางให้ห่างกันที่ปลายสมุดแต่ละเล่ม
- ปลายของกระดาษจากสมุดแต่ละเล่มควรเรียงในแนวเดียวกัน ระวางกระดาษโค้งงอเมื่อ d มีขนาดเล็ก



น้ำหนักกดทับ $W_1 = 0.041$ N

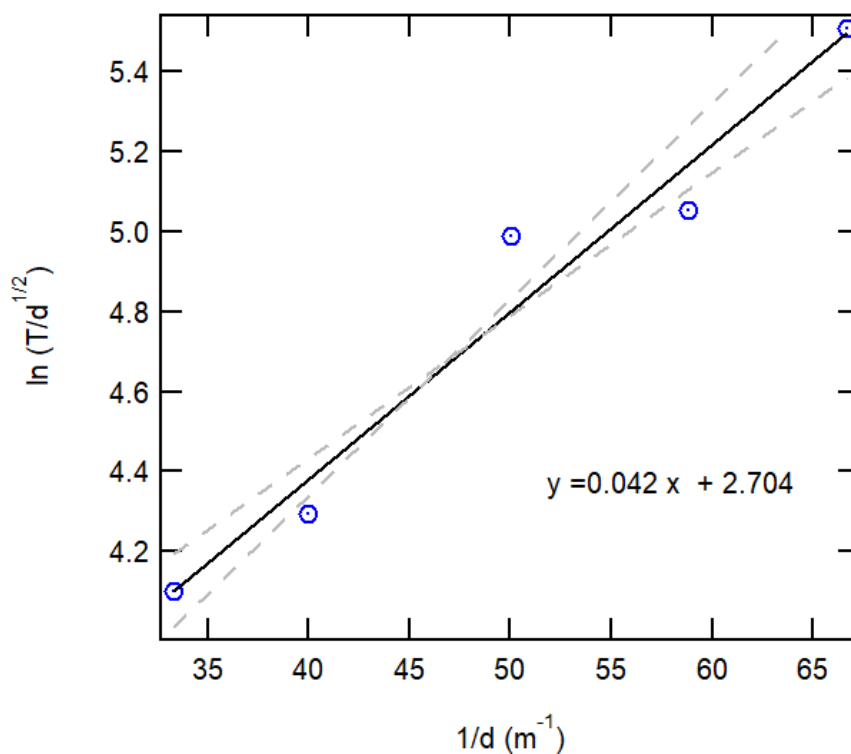
จัดรูปสมการเพื่อกราฟเส้นตรง

$$\ln\left(\frac{T - T_0}{\sqrt{d}}\right) = \ln\left(2\mu NW_1\sqrt{\frac{\pi}{4k}}\right) + \frac{k}{d}$$

ตารางบันทึกผล

d (m)	แรงดึง T (นิวตัน)	$1/d$ (m^{-1})	$\ln\left(\frac{T-T_0}{\sqrt{d}}\right)$
0.015	30.17	66.67	5.51
0.017	20.42	58.82	5.05
0.020	20.76	50.00	4.99
0.025	11.59	40.00	4.29
0.030	10.46	33.33	4.10

กราฟระหว่าง $\ln\left(\frac{T-T_0}{\sqrt{d}}\right)$ กับ $\frac{1}{d}$



ได้ slope $k = 0.042 \pm 0.008$ (หา slope min, max มาใช้บวกลบ)

ได้ $\mu = 0.34 \pm 0.07$

อ้างอิง

จากผลงาน “Self-Amplification of Solid Friction in Interleaved Assemblies”

DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.015502>

แรงที่ใช้ดึงให้แยกกัน $T = 2NW_0 \sqrt{\frac{\pi}{4\alpha}} \exp(\alpha) \operatorname{erf}(\sqrt{\alpha})$ เมื่อ $\alpha = \frac{2\mu\delta N^2}{d}$ เมื่อ μ คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต, δ ความหนาของสมุด, N คือจำนวนแผ่น, d ระยะห่างจากเส้นไปยังจุดที่ซ้อนกัน (ระยะที่ไม่ซ้อนกัน)

กรณีที่ซ้อนกันมาก และ d มีค่าน้อย และจำนวนแผ่น N มาก จะได้ว่า α มีค่ามาก แล้ว $\operatorname{erf}(\sqrt{\alpha}) \rightarrow 1$

และมี self-amplification $T \approx 2\mu NW_0 \sqrt{\frac{\pi}{4\alpha}} \exp(\alpha)$