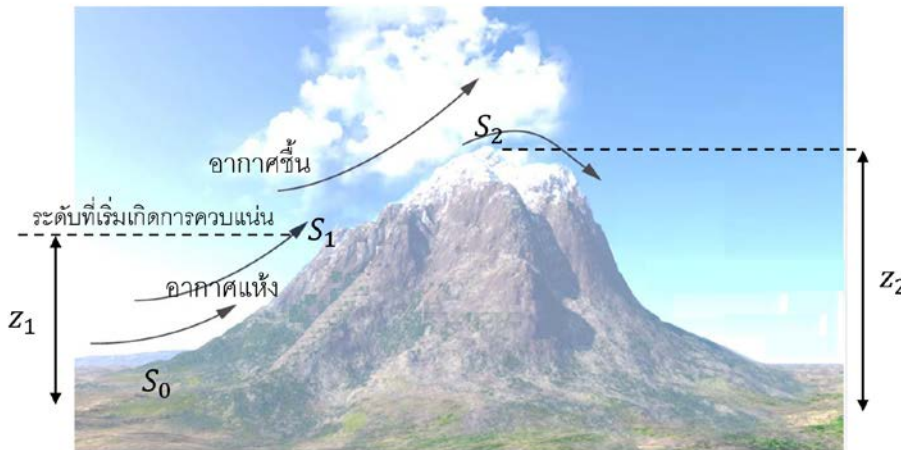


ข้อที่ 2

[10 คะแนน]

ยิ่งสูงยิ่งหนาว

บริเวณพื้นดิน ก้อนอากาศร้อนลอยตัวสูงขึ้น ในขณะที่เดียวกันจะขยายตัวและมีอุณหภูมิลดลง เนื่องจากในอากาศมีไอน้ำเล็กน้อย เมื่อก้อนอากาศลอยตัวสูงขึ้นและมีอุณหภูมิต่ำลงจนถึงอุณหภูมิจุดน้ำค้าง (dew point temperature) อากาศจะอิ่มตัวด้วยไอน้ำ (มีความชื้นสัมพัทธ์ 100%) เมื่อก้อนอากาศนี้ลอยตัวสูงขึ้นไปอีก อุณหภูมิของก้อนอากาศจะลดลงไปอีก ทำให้ไอน้ำในก้อนอากาศควบแน่นกลายเป็นหยดน้ำซึ่งก่อตัวเป็นก้อนเมฆ เราจะเรียกก้อนอากาศที่ยังไม่เกิดการควบแน่นของไอน้ำว่าเป็น **อากาศแห้ง** และเมื่อเกิดการควบแน่นแล้วจะเรียกว่า **อากาศชื้น** รูปที่ 2.1 แสดงช่วงที่ก้อนอากาศแห้งขยายตัวและลอยสูงขึ้นในช่วงความสูง $0 \leq z \leq z_1$ และช่วงที่ก้อนอากาศชื้นลอยสูงขึ้นและขยายตัวหลังจากเกิดการควบแน่นในช่วงความสูง $z_1 \leq z \leq z_2$ ก้อนอากาศในทั้งสองช่วงมีอัตราการลดลงของอุณหภูมิไม่เท่ากัน ในโจทย์ข้อนี้เราจะมองก้อนอากาศว่าประกอบด้วยส่วนที่เป็นแก๊สอุดมคติและส่วนที่เป็นไอน้ำ สมมติให้ความดันของก้อนอากาศเป็นความดันของแก๊สอุดมคติเท่านั้น ส่วนไอน้ำและหยดน้ำไม่มีผลต่อความดัน

รูปที่ 2.1 อากาศแห้งที่ความสูงต่ำกว่า z_1 และอากาศชื้นที่ความสูงมากกว่า z_1

สถานีอุตุนิยมวิทยา S_0 บนพื้นดินวัดความดันได้ p_0 และวัดอุณหภูมิได้ T_0 ที่สถานี S_1 ซึ่งอยู่ที่ความสูง z_1 จากพื้นดิน ไอน้ำเริ่มเกิดการควบแน่น วัดความดันได้ p_1 และที่สถานี S_2 บนยอดของภูเขาอยู่ที่ความสูง z_2 วัดความดันได้ p_2

ในโจทย์ข้อนี้ แก๊สอุดมคติ (อะตอมคู่) n โมลที่อุณหภูมิ T มีพลังงานภายใน $U = (5/2)nRT$ และมีการเปลี่ยนแปลงความดัน Δp ปริมาตร ΔV และอุณหภูมิ ΔT เป็นไปตามสมการ $p\Delta V + V\Delta p = nR\Delta T$

ตอนที่ 1 อากาศแห้ง

[3 คะแนน]

ในตอนนี้นำพิจารณาส่วนของอากาศที่เป็นแก๊สอุดมคติ (อะตอมคู่) กำหนดให้การขยายตัวของแก๊สอุดมคติเป็นไปตามกระบวนการ adiabatic มีความจุความร้อนต่อโมลที่ความดันคงที่ $c_p = 7R/2$ และความจุความร้อนต่อโมลที่ปริมาตรคงที่ $c_v = 5R/2$ โดยที่ R คือค่าคงที่ของแก๊สอุดมคติ

2.1 ในกระบวนการ adiabatic เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิ T และความดัน p ของแก๊สอุดมคติในรูปของ $T \propto p^k$ จงระบุค่าของตัวเลข k [0.8 คะแนน]

2.2 จงหาอุณหภูมิ T_1 ของแก๊สอุดมคติที่สถานี S_1 (ตอบในรูปของ T_0, p_0 และ p_1) [0.2 คะแนน]

ความดันของแก๊สอุดมคติเปลี่ยนแปลงตามความสูง z จากพื้นตามสมการ

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

โดยที่ ρ คือความหนาแน่นของแก๊สอุดมคติ และ g คือความเร่งจากสนามโน้มถ่วงซึ่งถือว่าไม่เปลี่ยนแปลง

2.3 จงพิสูจน์ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเทียบกับความสูงคือ

$$\frac{dT}{dz} = -\alpha, \quad \alpha = \frac{2g\mu}{7R}$$

โดยที่ μ คือมวลโมเลกุลเฉลี่ยของแก๊สอุดมคติ (มวลของแก๊ส 1 โมล) เมื่อแทนค่าจะพบว่า $\alpha = 9.78 \text{ }^{\circ}\text{C} \cdot \text{km}^{-1}$

[1.5 คะแนน]

2.4 จงหาความสูง z_1 ของสถานี S_1 (ตอบในรูปของ T_0, p_0, p_1 และค่าคงที่ต่าง ๆ)

[0.5 คะแนน]

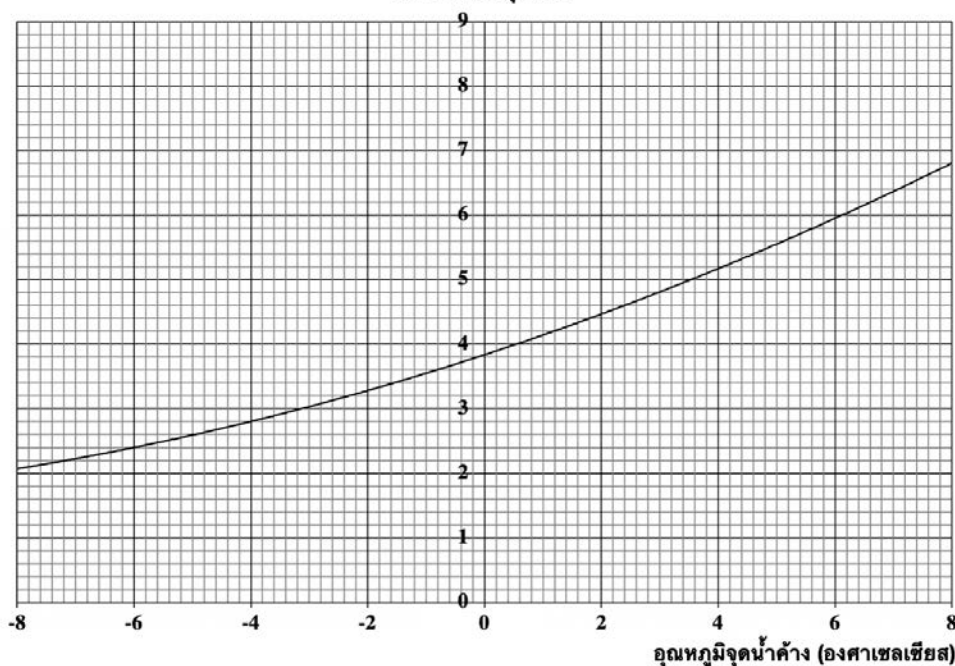
ตอนที่ 2 อากาศชั้น

[7 คะแนน]

ในอากาศมีไอน้ำอยู่เล็กน้อย เมื่ออุณหภูมิลดลงไปถึงอุณหภูมิค่าหนึ่งเรียกว่าอุณหภูมิจุดน้ำค้าง (dew point temperature) ที่อุณหภูมินี้อากาศจะอิ่มตัวด้วยไอน้ำ (อุ้มไอน้ำได้มากที่สุด และมีความชื้นสัมพัทธ์เท่ากับ 100%) เมื่อก่อนอากาศลอยสูงขึ้นจากจุดนี้และมีอุณหภูมิลดลงไปอีก อากาศจะมีความสามารถในการอุ้มไอน้ำได้น้อยลง ดังนั้นไอน้ำส่วนที่เกินจะควบแน่นกลายเป็นหยดน้ำซึ่งก่อตัวเป็นก้อนเมฆ เนื่องจากเรามองว่าอากาศประกอบด้วยส่วนที่เป็นแก๊สอุดมคติและส่วนที่เป็นไอน้ำ เมื่อส่วนที่เป็นไอน้ำควบแน่นกลายเป็นหยดน้ำ จะคายความร้อนให้กับส่วนที่เป็นแก๊สอุดมคติ ทำให้อัตราการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิตามความสูงของแก๊สอุดมคตินั้นน้อยกว่า α

รูปที่ 2.2 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า β ซึ่งเป็นอัตราส่วนของมวลไอน้ำต่อมวลแก๊สอุดมคติที่อุณหภูมิจุดน้ำค้างต่าง ๆ สมมติให้ก่อนอากาศมีความชื้นสัมพัทธ์ 100% ตลอดเวลาจากจุดที่มีความสูง z_1 และอุณหภูมิ T_1 ไปจนถึงยอดเขาที่มีความสูง z_2 และอุณหภูมิ T_2 กำหนดให้ความจุความร้อนแฝง L_v มีค่าคงที่

$$\beta = \frac{\text{มวลของไอน้ำ}}{\text{มวลของแก๊สอุดมคติ}} (\times 10^{-3})$$



รูปที่ 2.2 อัตราส่วนของมวลไอน้ำที่อากาศสามารถอุ้มได้ต่อมวลแก๊สอุดมคติที่อุณหภูมิจุดน้ำค้างต่าง ๆ

2.5 พิจารณาก่อนแก๊สอุดมคติอะตอมคู่ n โมล ปริมาตร V จงเขียนสมการความร้อนที่แก๊สนี้ได้รับในรูปของการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ ΔT และการเปลี่ยนแปลงความดัน Δp [0.5 คะแนน]

2.6 จงแสดงว่าการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของแก๊สอุดมคติ

$$T_2 - T_1 = -\alpha(z_2 - z_1) - \frac{\alpha L_v}{g} \Delta\beta$$

โดยที่ $\Delta\beta = \beta(T_2) - \beta(T_1)$

[2.5 คะแนน]

จากสมการด้านบน จะเห็นว่าการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิมาจาก 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นผลจากการขยายตัวของแก๊สอุดมคติแบบ adiabatic เช่นเดียวกับอากาศแห้ง และส่วนที่สองเป็นเทอมแก้ไขซึ่งเป็นผลจากการควบแน่นของไอน้ำ

กำหนดให้

ที่สถานี S_0 มี $p_0 = 100$ kPa และ $T_0 = 20.0^\circ\text{C}$

ที่สถานี S_1 มี $p_1 = 84.2$ kPa

ที่สถานี S_2 มี $p_2 = 70.0$ kPa

ความจุความร้อนแฝงของการกลายเป็นไอ $L_v = 2.5 \times 10^6$ J.kg⁻¹

ค่าคงที่ของแก๊สอุดมคติ $R = 8.31$ J.mol⁻¹.K⁻¹

มวลโมเลกุลของแก๊สอุดมคติ $\mu = 29.0 \times 10^{-3}$ kg.mol⁻¹

ความเร่งเนื่องจากสนามโน้มถ่วง $g = 9.81$ m.s⁻²

2.7 จงคำนวณหาค่า T_1 (หน่วยองศาเซลเซียส) z_1 และ z_2

[1 คะแนน]

แนะนำ: ในการหา z_2 สามารถประมาณว่าใช้การขยายตัวแบบ adiabatic

2.8 จงคำนวณหาอุณหภูมิ T_2 ในหน่วยองศาเซลเซียส

[2.5 คะแนน]

2.9 จงคำนวณหาอัตราเฉลี่ยของการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเทียบกับความสูงจากสถานี S_1 ไป S_2

[0.5 คะแนน]