



หน่วยที่ 5 กลศาสตร์ของไหล

- ตอนที่ 5.1 ความหนาแน่นและความดัน
- ตอนที่ 5.2 หลักของอาร์อาร์คิมิดีส และ หลักของพาสคัล
- ตอนที่ 5.3 กฎของแบร์นูลลี และการประยุกต์



ความหนาแน่นและความดัน

ความหนาแน่นของสาร คือ มวล ต่อ ปริมาตร

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ ความหนาแน่นของสาร

m มวล

V ปริมาตร

ในระบบเอสไอ ρ มีหน่วยเป็น กิโลกรัม/เมตร³ $\frac{kg}{m^3}$

น้ำมีความหนาแน่น $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$



ตอนที่ 5.1 ความหนาแน่นและความดัน

- ความหนาแน่นและความดัน
 - ความถ่วงจำเพาะของสาร
 - ความดัน
 - เครื่องมือวัดความดัน



➢ ความถ่วงจำเพาะของสาร

ความถ่วงจำเพาะของสารใด คือ $\frac{\text{ความหนาแน่นของสารนั้น}}{\text{ความหนาแน่นของน้ำ}}$

$$\text{ความถ่วงจำเพาะของสารใด} = \frac{\rho_{\text{Matter}}}{\rho_{\text{water}}}$$

หรือ ความหนาแน่นสัมพัทธ์

➢ ความดัน

ความดัน (pressure) นิยามว่า แรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่

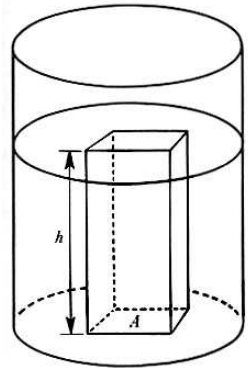
$$P = \frac{F}{A}$$

เมื่อแรง F คือ แรงที่กระทำในทิศตั้งฉากกับพื้นที่ A

ความดัน มีหน่วย นิวตัน / เมตร² หรือ พาสคัล (pascal , Pa)

ความดัน $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ ปอนด์ต่อตารางนิ้ว (lb/in^2 หรือ psi)

ความดันเนื่องจากของไหล



แรงเนื่องจากของไหลในปริมาตรสี่เหลี่ยมคือ

$$W = mg = V\rho g = Ah\rho g$$

ความดันจึงมีค่า

$$P = \frac{W}{A} = \rho gh$$

ความดันของของไหลจึงแปรผันกับความลึกและความหนาแน่นของของไหล

$$P = P_a + \rho gh$$



ความดันสัมบูรณ์ (absolute pressure)

ความดันที่รวมเอาความดันเนื่องจากบรรยากาศไว้ด้วย

ความดันเกจ (gauge pressure)

ความดันที่ไม่รวมเอาความดันเนื่องจากบรรยากาศไว้

$$P_G = P - P_a = \rho gh$$

เมื่อทำโจทย์ฟิสิกส์ ผู้อ่านต้องทำความเข้าใจให้ดีก่อนว่าโจทย์ต้องการหมายถึง ความดันสัมบูรณ์ หรือความดันเกจ

ภาชนะถึงทรงกระบอกเปิดรับความดันของบรรยากาศ P_a ณ ตำแหน่งความลึก h ใต้ผิวของไหลความดันจะมีค่า



$$P = P_a + \rho gh$$

ความดัน 1 บรรยากาศ (atmosphere, atm)

$$1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 14.7 \text{ lb/in}^2$$

$$1 \text{ bar} = 1.00 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm of Hg}$$

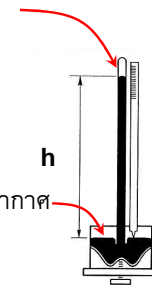
$$1 \text{ Torr} = \frac{1}{760} \text{ atm} = 1 \text{ mm of Hg}$$

➤ เครื่องมือวัดความดัน

เรียกว่า บารอมิเตอร์ (barometer)



สุญญากาศ

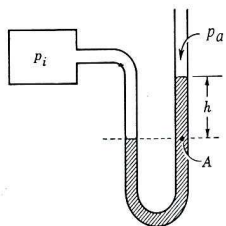


ความดันบรรยากาศ

แบบปรอท

$$\begin{aligned} P_a &= \rho gh \\ &= (13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) \\ &\quad \times (9.8 \text{ m/s}^2)(0.760 \text{ m}) \\ &= 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \\ &= 1 \text{ atm} \end{aligned}$$

ค่าความดันเกจ เราใช้เครื่องมือที่เรียกว่า มาโนมิเตอร์ (manometer)



ความดันที่ต้องการวัด ความดันที่วัดได้คือ
ความดันเกจ โดยอ่านจากความสูง h

มาโนมิเตอร์แบบปลายเปิด

ตอนที่ 5.2 หลักของอาร์คิมิดีส และ หลักของพาสคัล



- หลักของอาร์คิมิดีส
 - วัตถุจมในของไหล
 - วัตถุลอยในของไหล
- หลักของพาสคัล

ตัวอย่างที่ 1 เมื่อเติมน้ำลงไปไหลในหลอดรูปตัว U ซึ่งปลายข้างหนึ่งมีดินน้ำมันอุดไว้ ปรากฏว่าระดับน้ำในหลอดต่างกัน 1.5 cm ถ้าความดันบรรยากาศเท่ากับ 10^5 N/m^2 ความดัน P ภายในหลอดด้านที่อุดด้วยดินน้ำมันมีค่าเท่าใด



หลักของอาร์คิมิดีส



เมื่อวัตถุทั้งก้อนหรือเพียงบางส่วนจมในของไหล ของไหลจะออกแรงต่อวัตถุในทิศขึ้น ซึ่งแรงนี้จะมีขนาดเท่ากับน้ำหนักของของไหลที่ถูกแทนที่ แรงนี้เรียกว่า แรงลอยตัว B (buoyant force or buoyancy)

$$B = m_f g = \rho_f V_f g$$

- ρ_f ความหนาแน่นของของไหล
 V_f ปริมาตรของของไหลที่ถูกแทนที่
 g ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

น้ำหนักของวัตถุเมื่อชั่งในอากาศจะเรียกว่า น้ำหนักจริง

$$W_r = mg = \rho_x V_x g$$

น้ำหนักของวัตถุเมื่อชั่งในของไหลจะเรียกว่า น้ำหนักปรากฏ

$$W_a$$

$$W_r > W_a$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง น้ำหนักจริง น้ำหนักปรากฏ และแรงลอยตัวคือ

$$W_a = W_r - B$$



วัตถุลอยในของไหล

$$W_a = 0$$

$$W_a = W_r - B$$

$$B = W_r$$

$$\rho_f V_f g = \rho_x V_x g$$

$$\frac{\rho_f}{\rho_x} = \frac{V_x}{V_f}$$

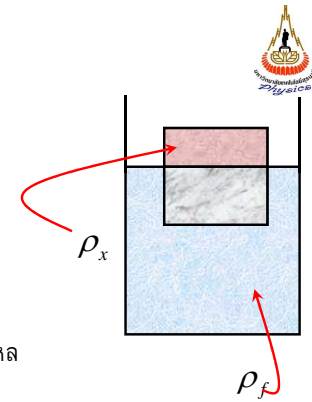
ρ_f ความหนาแน่นของของไหล

ρ_x ความหนาแน่นของวัตถุ

V_f ปริมาตรของของไหลที่ถูกแทนที่ในที่

V_x ปริมาตรของวัตถุ

g ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง



วัตถุจมในของไหล

$$W_a = W_r - B$$

$$W_a = \rho_x V_x g - \rho_f V_f g$$

เนื่องจากวัตถุจม $V_f = V_x$

$$W_a = (\rho_x - \rho_f) V_x g$$

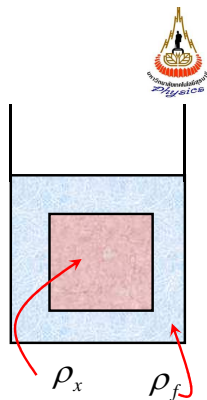
ρ_f ความหนาแน่นของของไหล

ρ_x ความหนาแน่นของวัตถุ

V_f ปริมาตรของของไหลที่ถูกแทนที่ในที่

V_x ปริมาตรของวัตถุ

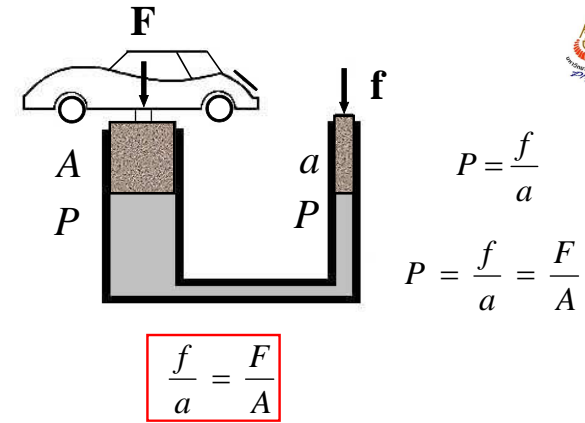
g ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง



ตัวอย่างที่ 2 วัตถุชิ้นหนึ่งหนัก 100 กรัม เมื่อนำไปชั่งในน้ำจะหนักเพียง 85 กรัม และถ้านำไปชั่งในของเหลวชนิดหนึ่งจะหนักเพียง 70 กรัม ของเหลวนี้มีความหนาแน่นเท่าใด



ตัวอย่างที่ 3 ไม้ชิ้นหนึ่งลอยอยู่ในน้ำโดยจมอยู่ในน้ำ 5 ส่วน และโผล่
 พื้นน้ำ 3 ส่วน ของปริมาตร ไม้ชิ้นนั้นมีความหนาแน่นเท่าใด และถ้าไม่มี
 ปริมาตร 800 cm³ ถ้ามันจะต้องนำก้อนหินมวล m เท่าใดวางบนไม้จึงจะ
 ทำให้ไม้จมมิดน้ำพอดี



เราทำให้ F ใหญ่มากเท่าใดก็ได้ที่ปลอดภัยและสะดวก
 แต่ถ้าลูกสูบใหญ่มากๆ ต้องใช้ของไหลมาก



หลักของพาสคัล



หลักของพาสคัล

“ถ้าให้ความดันแก่ส่วนหนึ่งส่วนใดของของไหลที่อยู่ในภาชนะปิดใด ๆ
 ความดันจะถูกส่งผ่านไปยังทุก ๆ ส่วนของของไหล และที่ผนังของ
 ภาชนะซึ่งบรรจุของไหลด้วยขนาดเท่ากันตลอด”

ตัวอย่างที่ 4 หลอดรูปตัว U มีพื้นที่หน้าตัดหลอดด้านซ้าย
 $A = 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ และเส้นผ่านศูนย์กลางของพื้นที่หลอดด้านขวา a
 เท่ากับ 0.03 m เมื่อเติมน้ำลงไประดับน้ำทั้งสองจะเท่ากันแต่ถ้าต้องการ
 ให้ระดับน้ำทางซ้ายสูงขึ้น 5 cm จะต้องออกแรงเท่าใดกดทางด้าน
 ขวามือ



ตอนที่ 5.3 กฎของแบร์นูลลี และการประยุกต์



- สมการแห่งการต่อเนื่อง
- สมการแบร์นูลลี
- การประยุกต์ใช้สมการแบร์นูลลี

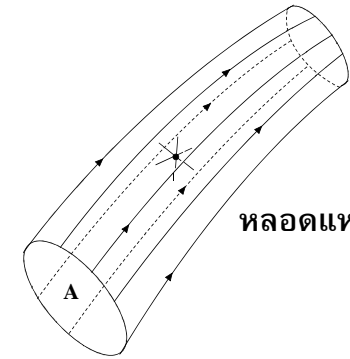
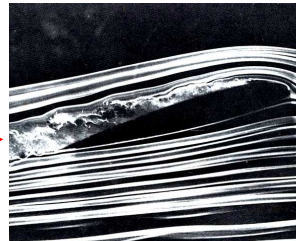
ของไหลแบบที่เป็นของไหลอุดมคติ (ideal fluid) มีสมบัติดังต่อไปนี้



1. ของไหลที่ไม่มีแรงเสียดทานภายในระหว่างชั้นของของไหล
2. ของไหลแบบที่อัดไม่ได้ ความหนาแน่นของของไหลมีค่าคงตัว
3. การไหลแบบคงตัว (steady flow)
ความเร็ว ความหนาแน่น และความดันที่จุดหนึ่งจุดใดในของไหลไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา
4. การไหลต้องเป็นการไหลแบบไม่หมุน

มีการหมุนของของไหล

การไหลที่มีการหมุนจะเกิดสภาพปั่นป่วน (turbulence)



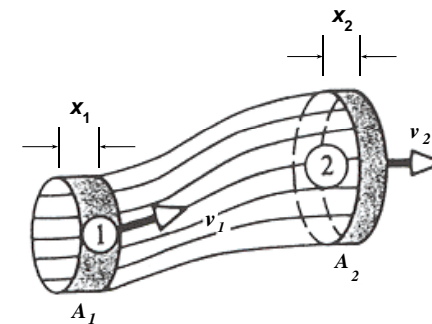
หลอดแห่งการไหล

กรณีการไหลอย่างมีระเบียบจะ
ไม่มีการผสมกันระหว่างของไหลในหลอดแห่งการไหลที่อยู่คนละหลอด

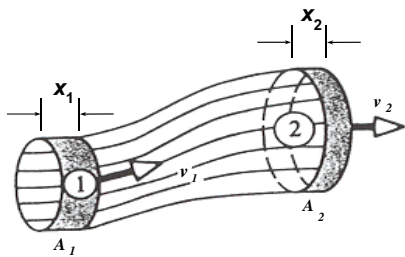
สมการแห่งการต่อเนื่อง



พิจารณาการไหลแบบสถานะคงตัว (steady state flow)



หลอดแห่งการไหลที่มีการไหลแบบสถานะคงตัว



มวลของของไหลที่ปลายล่างเมื่อเวลาผ่านไป t

$$M_1 = \rho_1 A_1 x_1 = \rho_1 A_1 v_1 t$$

มวลของไหลที่เคลื่อนที่ปลายบนเมื่อเวลาผ่านไป t

$$M_2 = \rho_2 A_2 x_2 = \rho_2 A_2 v_2 t$$

$$M_1 = M_2$$

$$\rho_1 A_1 v_1 t = \rho_2 A_2 v_2 t$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

สำหรับการไหลคงตัวและเป็นแบบอัดไม่ได้ $\rho_1 = \rho_2$

สมการแห่งการต่อเนื่อง (equation of continuity)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$



ตัวอย่างที่ 5 ถ้าความเร็วของน้ำในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 มิลลิเมตร เท่ากับ 1.5 เมตร/วินาที ท่อนี้ต่อกับท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 7.5 มิลลิเมตร สมมติว่าน้ำไหลเต็มท่อทั้งสอง จงหา

- อัตราการไหล
- อัตราเร็วของของเหลวในท่อที่ 2

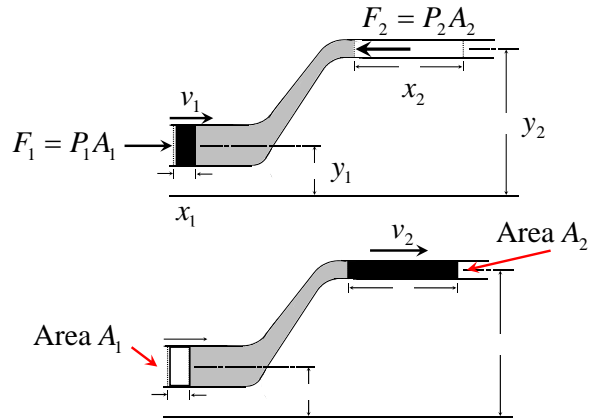


ตัวอย่างที่ 6 ตอร์ปิโดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร นำไปทดสอบในท่อกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 25 เซนติเมตร โดยวางตอร์ปิโดขนานกับแกนท่อ ความเร็วของน้ำที่ผ่านตอร์ปิโดเท่ากับ 2.5 เมตร/วินาที จงหาความเร็วของน้ำที่ไหลผ่านท่อในส่วนที่ไม่มีตอร์ปิโด หน่วยเป็น เมตร/วินาที



สมการแบร์นูลลี

หลักของอาร์คิมิดีส และหลักของพาสคัลเกี่ยวกับของไหลที่อยู่นิ่ง



พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไป

$$\Delta E_p = mgy_2 - mgy_1$$

พลังงานจลน์ที่เปลี่ยนไป

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

จากทฤษฎีบทงาน พลังงาน

$$(P_1 - P_2)V = \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$= mgy_2 - mgy_1 + \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$$



แรงที่ปลายล่าง $F_1 = P_1A_1$

แรง F_1 ทำงาน $W_1 = F_1x_1 = P_1A_1x_1 = P_1V_1$

แรงที่ปลายบน $F_2 = P_2A_2$

แรง F_2 ทำงาน $W_2 = -F_2x_2 = -P_2A_2x_2 = -P_2V_2$

เนื่องจากการไหลเป็นแบบที่อัดไม่ได้

$$V_1 = V_2 = V \quad \text{และ} \quad m_1 = m_2 = m$$

งานสุทธิที่กระทำโดยแรง F_1 และแรง F_2

$$W = W_1 + W_2 = P_1V - P_2V = (P_1 - P_2)V$$



$$P_1 - P_2 = \rho gy_2 - \rho gy_1 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$P_1 + \rho gy_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho gy_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$P + \rho gy + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{ค่าคงตัว}$$

สมการแบร์นูลลี (Bernoulli Equation)

ผลรวมของความดันและความหนาแน่นพลังงาน (พลังงานจลน์ + พลังงานศักย์)

ของของไหลผ่านท่อ จะมีค่าคงตัวเสมอ



$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$



ในกรณีที่ของไหลอยู่นิ่ง $v_1 = 0, v_2 = 0$

$$P_1 + \rho g y_1 = P_2 + \rho g y_2$$

$$P_1 = P_2 + \rho g (y_2 - y_1)$$

P_2 คือความดันบรรยากาศ P_a

$$(y_2 - y_1) = h$$

P_1 เรียกใหม่เป็น P

$$P = P_a + \rho g h$$

มาตรเวนทูรี



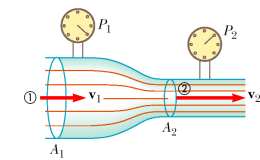
สมการแห่งความต่อเนื่อง $v_1 A_1 = v_2 A_2$

สมการแบร์นูลลี $P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

ที่ระดับความสูงเดียวกัน $y_1 = y_2$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \frac{(A_1^2 - A_2^2)}{A_2^2}$$



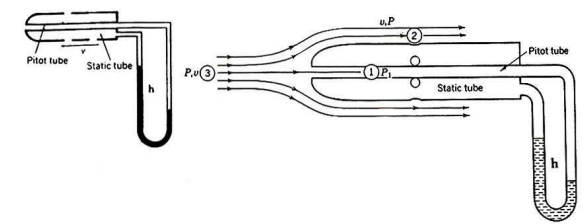
$$v_1 = A_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

การประยุกต์ใช้สมการแบร์นูลลี



- มาตรเวนทูรี
- ทฤษฎีบทตอร์ริเชลลี
- แรงยกปีกเครื่องบิน
- ปรากฏการณ์แมกนัส

หลอดไพทอต



สมการแบร์นูลลี $P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

$$y_1 = y_2$$

$$v_1 = 0$$

$$v_2 = v$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad v = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}}$$

$$(P_1 - P_2) = \rho_0 gh$$

$$v = \sqrt{\frac{2\rho_0 gh}{\rho}}$$

ρ_0 ความหนาแน่นของปรอท



$$P_1 + \rho gy_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho gy_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = P_3 + \rho gy_3 + \frac{1}{2} \rho v_3^2$$

ความดันบรรยากาศที่ผิวของของเหลวและที่ปากท่อมีค่าเท่ากัน

เราจึงเลือกใช้ความดันเกจ

$$0 + \rho gh + 0 = P + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$\rho gh = \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$P = \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

ทฤษฎีบทดอร์ริเชลลี

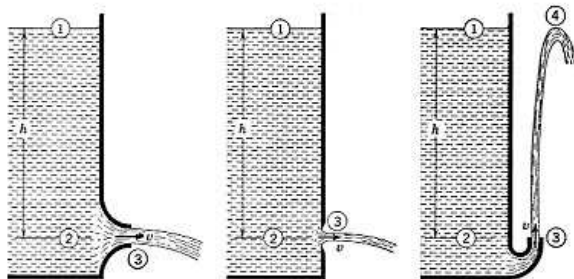
$$v = \sqrt{\frac{2P}{\rho}}$$



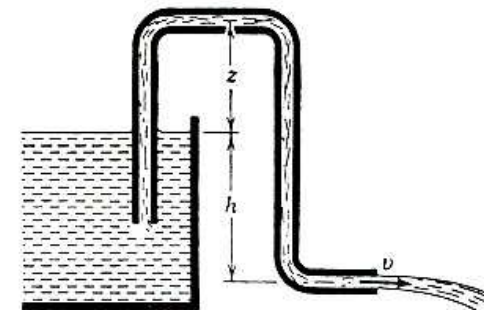
ทฤษฎีบทดอร์ริเชลลี

สมการแบร์นูลลี
(Bernoulli Equation)

$$P + \rho gy + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{ค่าคงตัว}$$



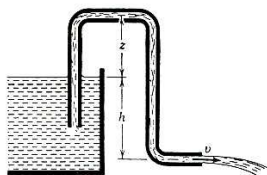
ปากท่อที่มีลักษณะกลม ปากท่อที่มีลักษณะคด ปากท่อกลมมีแนวขึ้น
ไปตามแนวท่อน ตามแนวท่อน



กาลักน้ำ (siphon)



ตัวอย่างที่ 7 จงหาอัตราการไหลที่ปากท่อของกาลักน้ำ ดังรูป ถ้าของเหลวในถังคือน้ำมันมีความหนาแน่น 790 กิโลกรัม/เมตร³ กำหนดให้ h เท่ากับ 0.4 เมตร และพื้นที่หน้าตัดของท่อเท่ากับ 50 ตารางมิลลิเมตร และความเสียดทานของของไหลมีค่าน้อยมากจนไม่ต้องนำมาคิด



$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

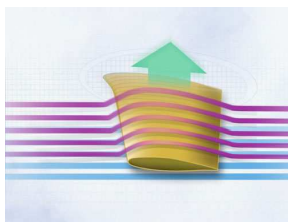
$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$F_{lift} = (P_1 - P_2)A = \frac{1}{2} \rho A (v_2^2 - v_1^2)$$



แรงยกปีกเครื่องบิน

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

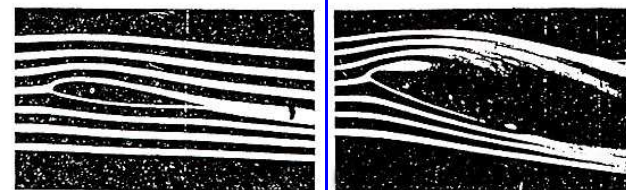
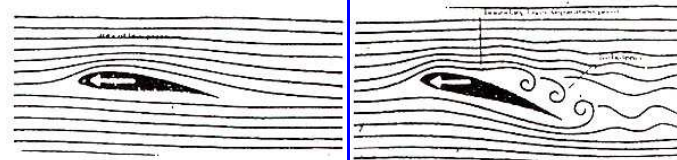


ความเร็วเหนือปีก สูงกว่าความเร็วใต้ปีก ถ้า P_1 และ P_2 เป็นความดันของอากาศเหนือและใต้ปีกเครื่องบินตามลำดับ และให้พื้นที่ใต้ปีกเครื่องบินเท่ากับ A จงหาสมการแบร์นูลลีกรณีนี้



การไหลที่ไม่มีความปั่นป่วน

การไหลที่มีความปั่นป่วน



ตัวอย่างที่ 8 สายกระแสน้ำอากาศผ่านปีกเครื่องบินโดยอัตราความเร็วของอากาศเหนือปีกเท่ากับ 120 เมตร/วินาที อัตราเร็วใต้ปีกเท่ากับ 90 เมตร/วินาที ณ ความสูงที่เครื่องบินอยู่นี้อากาศมีความหนาแน่น $0.5 \text{ กิโลกรัม/เมตร}^3$ ถ้าปีกเครื่องบินมีความยาว 10 เมตร และมีความกว้างเฉลี่ยเท่ากับ 2 เมตร จงหา



- (a) ความแตกต่างของความดันใต้ปีกและเหนือปีก
- (b) จงหาแรงยกเครื่องบิน

ตัวอย่างที่ 9 ถาลมพัดผ่านหลังคาบ้านด้วยความเร็ว 25 เมตร/วินาที จงหาแรงสุทธิที่กระทำบนหลังคาหิน ซึ่งมีพื้นที่ 250 ตารางเมตร กำหนดให้ความหนาแน่นอากาศ 1.28 กิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร หน่วยเป็นนิวตัน

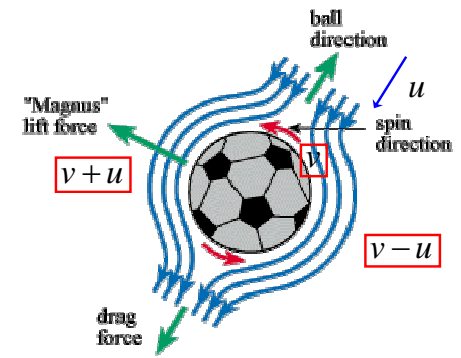


ตัวอย่างที่ 10 ถังเก็บน้ำขนาดใหญ่บรรจุน้ำเต็ม ปรากฏว่าที่ระดับ 16 เมตร ต่ำจากผิวน้ำมีรูรั่วซึ่งมีอัตราการรั่ว 2.5 ลิตร/นาที



- 1) จงหาอัตราเร็วของน้ำที่ไหลออกจากรูรั่วนี้
- 2) จงหาเส้นผ่านศูนย์กลางของรู

ปรากฏการณ์แมกนัส



ปรากฏการณ์แมกนัส (Magnus effect)

เช่น การเคลื่อนที่โค้งของลูกเบสบอล ลูกเทนนิส หรือ ฟุตบอล