



หน่วยที่ 4 คลื่นและคลื่นเสียง

- ตอนที่ 4.1 สมบัติของคลื่น ฟังก์ชันคลื่นและสมการคลื่น
- ตอนที่ 4.2 การแทรกสอดของคลื่นและคลื่นนิ่ง
- ตอนที่ 4.3 คลื่นเสียงและระดับความเข้มของเสียง
- ตอนที่ 4.4 ปรากฏการณ์ดอปเลอร์



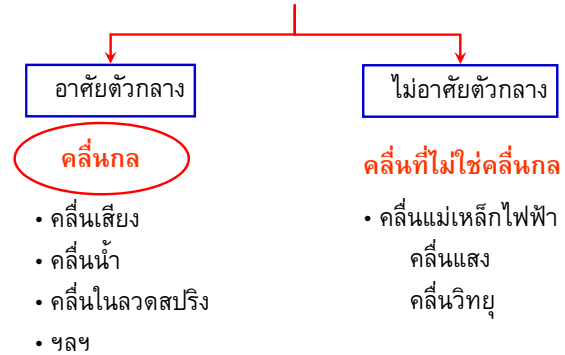
ตอนที่ 4.1 สมบัติของคลื่น ฟังก์ชันคลื่นและสมการคลื่น

- คลื่นและชนิดของคลื่น
- สมการการเคลื่อนที่ของคลื่น
- อัตราเร็วของคลื่นกล
- หลักการซ้อนทับและการแทรกสอดของคลื่น



คลื่น

แบ่งตามลักษณะของการแผ่

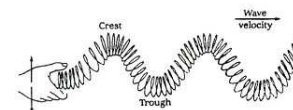


คลื่นและชนิดของคลื่น

คลื่นกลแบ่งตามลักษณะการสั่นของตัวกลาง และทิศทางของการแผ่ของคลื่น
ได้เป็น 2 ชนิด คือ

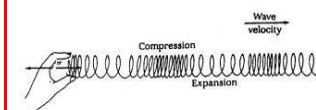
คลื่นตามขวาง

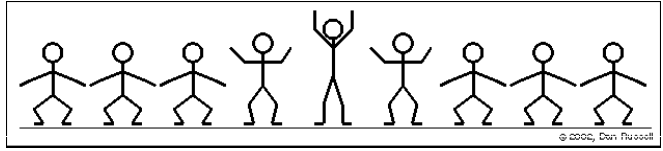
อนุภาคของตัวกลางเคลื่อนที่ตั้งฉาก
กับทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น



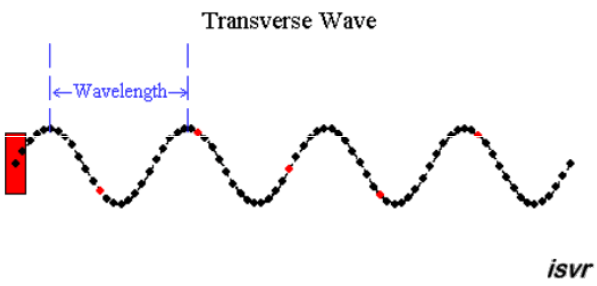
คลื่นตามยาว

อนุภาคตัวกลางจะสั่นในแนวเดียว
กับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่น





<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/waves-intro/waves-intro.html>



http://www.isvr.soton.ac.uk/SPCG/Tutorial/Tutorial/Tutorial_files/Web-basics-nature.htm



สมการการเคลื่อนที่ของคลื่น

ฟังก์ชันของคลื่น

$$y(x, t) = A \sin k(x \pm vt)$$

A แอมพลิจูดของคลื่น

v อัตราเร็วของคลื่น

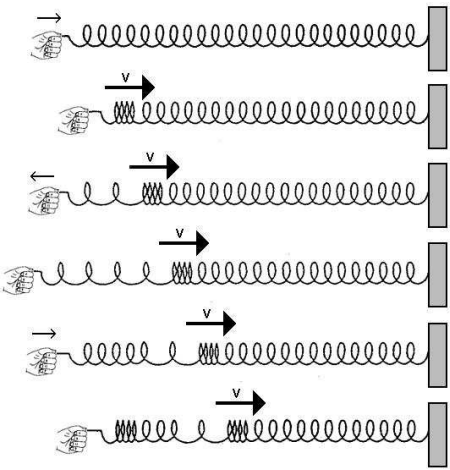
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ เลขคลื่น (จำนวนคลื่นในระยะ } 2\pi \text{)}$$

λ ความยาวคลื่น

$$y(x, t) = A \sin k(x \pm vt) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x \pm vt)$$

$A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x + vt)$ สมการของคลื่นฮาร์มอนิกเคลื่อนที่ไปในทิศ $-x$

$A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt)$ สมการของคลื่นฮาร์มอนิกเคลื่อนที่ไปในทิศ $+x$



<http://www.ling.mg.edu.au>

$$y(x,t) = A \sin k(x \pm vt)$$

$$y(x,t) = A \sin(kx \pm \omega t)$$

$$\omega = kv = 2\pi \frac{v}{\lambda} \text{ เรียกความถี่เชิงมุม (angular frequency) ของคลื่น}$$

$$y(x,t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T} \right)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ เมื่อ } T \text{ คือคาบ}$$

$$\frac{v}{\lambda} = \frac{1}{T} = f \text{ เมื่อ } f \text{ คือความถี่}$$

$$v \text{ ความเร็วของคลื่น}$$



อัตราเร็วของคลื่นกล



ในกรณีของคลื่นที่เกิดขึ้นในเส้นเชือก อัตราเร็วของคลื่นในเส้นเชือก คือ

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

โดยที่ F คือแรงตึงในเส้นเชือก

μ คือความหนาแน่นมวลของเส้นเชือก

ฟังก์ชันคลื่นสำหรับคลื่นฮาร์มอนิก

$$y(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -v^2 k^2 y(x,t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial x} = -k^2 y(x,t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

สมการคลื่น



ตัวอย่างที่ 1 สมการของคลื่นตามขวางในเส้นเชือกเขียนได้เป็น

$$y = 5 \sin(0.02x - 4.0t)$$

y และ x มีหน่วยเป็นเมตร และเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหา

- แอมพลิจูด ความถี่ ความเร็ว และความยาวคลื่นของคลื่นตามขวางนี้
- ความเร็วและความเร่งสูงสุดของอนุภาคในเส้นเชือก
- กำลังเฉลี่ยของคลื่น ถ้าความหนาแน่นของเส้นเชือกเป็น 1.25 kg/m^3



ตัวอย่างที่ 2 คลื่นในเส้นเชือกเคลื่อนที่ไปในทิศ +x ด้วยแอมพลิจูด 15 เซนติเมตร ความยาวคลื่น 40 เซนติเมตรและความถี่ 8 เฮิรตซ์ จงหา

1. เลขคลื่น
2. คาบ
3. ความถี่เชิงมุม
4. ความเร็วของคลื่น
5. กำลังเฉลี่ยของคลื่นถ้าความหนาแน่นของเส้นเชือกเป็น 1.5 kg/m^3



หลักการซ้อนทับและการแทรกสอดของคลื่น



เมื่อคลื่นตั้งแต่สองคลื่นขึ้นไปเคลื่อนที่ผ่านตัวกลางฟังก์ชันคลื่นของคลื่นรวมที่ตำแหน่งใดๆ เป็นผลบวกเชิงพีชคณิตของฟังก์ชันคลื่นของแต่ละคลื่น

เราเรียกการรวมคลื่นที่ตำแหน่งใดๆ ว่า การแทรกสอด (**interference**)

คลื่น 2 ชุด

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t - \phi)$$

คลื่นทั้งสองเดินทางไปทางขวาเหมือนกัน มี f , λ , A เหมือนกัน แต่มีเฟสต่างกันเท่ากับ ϕ

ตอนที่ 4.2 การแทรกสอดของคลื่นและคลื่นนิ่ง



- การแทรกสอดของคลื่น
- คลื่นนิ่ง
 - กรณีปลายตรึง
 - กรณีปลายอิสระ
- คลื่นนิ่งในเส้นเชือกปลายตรึงทั้งสองด้านและในท่ออากาศ

$$y_1(x, t) = A \sin(kx + \omega t + \phi) \quad y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$



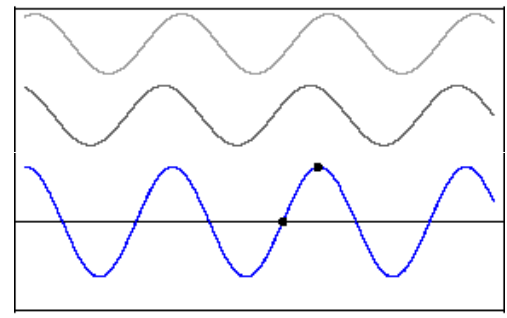
$$Y = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A [\sin(kx + \omega t + \phi) + \sin(kx - \omega t + \phi)]$$

$$\sin a + \sin b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$a = kx + \omega t + \phi, \quad b = kx - \omega t + \phi$$

$$Y = 2A \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) \sin\left(kx + \frac{\phi}{2}\right)$$

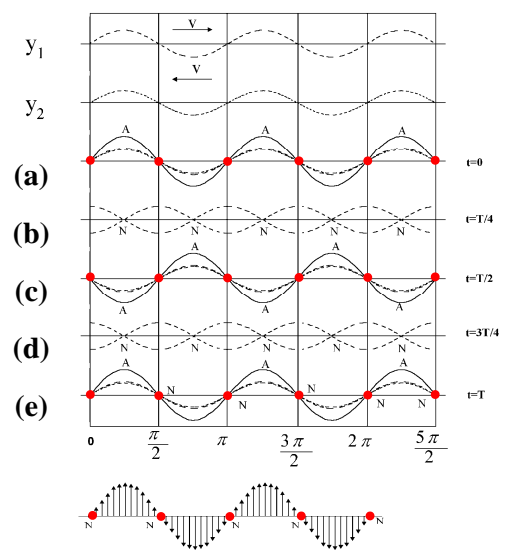
Superposition



<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/superposition/superposition.html>



http://www.isvr.soton.ac.uk/SPCG/Tutorial/Tutorial/Tutorial_files/Web-inter-superp.htm



จุด **ไม่**เคยเปลี่ยนตำแหน่ง
เลย จุดเหล่านี้เรียกว่า
บัพ (nodes) ซึ่งอยู่ห่างกัน
เป็นระยะ $\lambda/2$

จุดที่มีการกระจัดสูงสุดคือ
แอมพลิจูดจะอยู่ตรงกลาง
ระหว่างบัพคู่หนึ่ง ๆ เรียกว่า
ปฏิบัพ (antinode) ซึ่งอยู่
ห่างกันเป็นระยะ $\lambda/2$

คลื่นนิ่ง



ถ้าคลื่นสองคลื่นมีแอมพลิจูดเท่ากันและความถี่เดียวกัน แต่เคลื่อนที่ในทิศ
ทางตรงกันข้าม จะมีบางจุดในตัวกลางที่อนุภาคมีแอมพลิจูดสูงสุด และมี
บางจุดซึ่งอนุภาคตัวกลางมีการกระจัดต่ำสุด คลื่นรวมที่มีลักษณะดังกล่าว
เรียกว่าคลื่นนิ่ง

พิจารณาคลื่นตกกระทบ



เคลื่อนที่จากซ้ายมือไปขวามือ $y_1 = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)$
ด้วยความเร็ว v

คลื่นสะท้อนกลับแทนด้วย $y_2 = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x + vt)$

การกระจัดของคลื่นรวมคือ $Y = y_1 + y_2$

$$Y = \left(2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos \frac{2\pi vt}{\lambda}$$

เมื่อตำแหน่งอ้างอิง $x = 0$
เป็นตำแหน่งของ **บัพ**
แอมพลิจูด

$$Y = \left(2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \sin \frac{2\pi vt}{\lambda}$$

เมื่อตำแหน่งอ้างอิง $x = 0$
เป็นตำแหน่งของ **ปฏิบัพ**
แอมพลิจูด

$$Y = \left(2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos \frac{2\pi vt}{\lambda}$$

ปฏิบัพเกิดขึ้นที่ตำแหน่งซึ่งแอมพลิจูดมีค่าสูงสุด $\sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 1$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$x_n = (2n+1)\frac{\lambda}{4}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ระยะห่างระหว่างปฏิบัพคู่หนึ่ง ๆ คือ $\frac{\lambda}{2}$

คลื่นนิ่งขึ้นอยู่กับเงื่อนไขขอบและอาจแยกเป็น 2 กรณีคือ

กรณีปลายตรึง

กรณีปลายอิสระ



กรณีปลายตรึง ที่ปลายเป็นตำแหน่งของ **บัพ**

$$Y = \left(2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos \frac{2\pi vt}{\lambda}$$

ตำแหน่งที่เป็นบัพคือตำแหน่งที่ทำให้ $\sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots = n\pi, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$x_n = n\frac{\lambda}{2}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ระยะห่างระหว่างบัพคู่หนึ่ง ๆ คือ $\frac{\lambda}{2}$

กรณีปลายอิสระ ที่ปลายเป็นตำแหน่งของ **ปฏิบัพ**

$$Y = \left(2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \sin \frac{2\pi vt}{\lambda}$$

ตำแหน่งที่เป็นบัพคือตำแหน่งที่ทำให้ $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$x_n = (2n+1)\frac{\lambda}{4}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ระยะห่างระหว่างบัพคู่หนึ่ง ๆ คือ $\frac{\lambda}{2}$





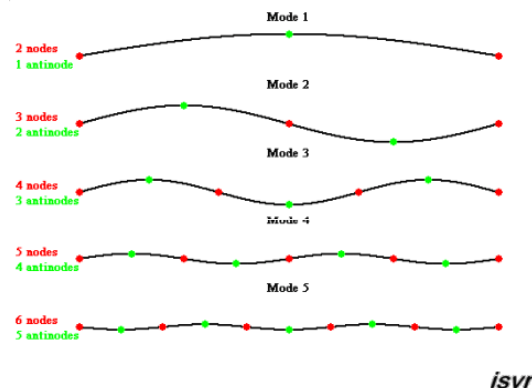
$$Y = \left(2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \sin \frac{2\pi vt}{\lambda}$$

ตำแหน่งที่เป็นปฏิบัพคือตำแหน่งที่ทำให้ $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 1$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots = n\pi \quad , n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$x_n = n \frac{\lambda}{2} \quad , n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ระยะห่างระหว่างบัพคู่หนึ่ง ๆ คือ $\frac{\lambda}{2}$

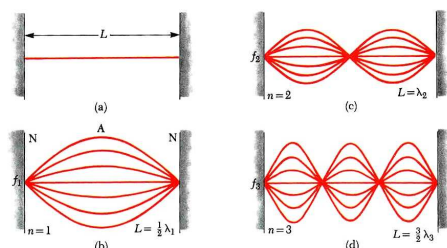


http://www.isvr.soton.ac.uk/SPCG/Tutorial/Tutorial/Tutorial_files/Web-standing-string.htm

คลื่นนิ่งในเส้นเชือกปลายตรึงทั้งสองด้าน และในท่ออากาศ



คลื่นนิ่งในเส้นเชือกปลายตรึงทั้งสองด้าน



ดังนั้น ความยาวคลื่นของ n ค่าต่าง ๆ หรือโหมด (mode) ที่ n คือ

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2L} v$$



ในกรณีของคลื่นในเส้นเชือกนี้

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2L} v$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

ความถี่หลักมูล
(fundamental frequency) ฮาร์มอนิกที่หนึ่ง

$$f_2 = 2f_1$$

ฮาร์มอนิกที่สอง

$$f_3 = 3f_1$$

ฮาร์มอนิกที่สาม

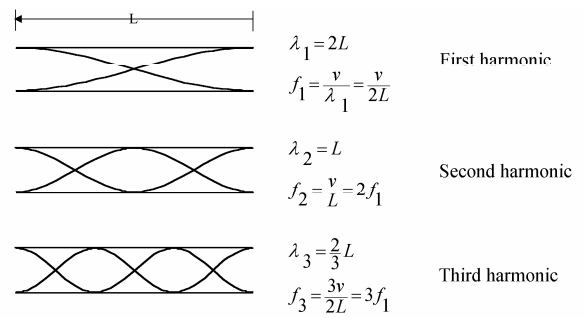
⋮

ในกรณีคลื่นนิ่งที่เกิดขึ้นในท่ออากาศ
แยกออกได้เป็น 2 กรณี

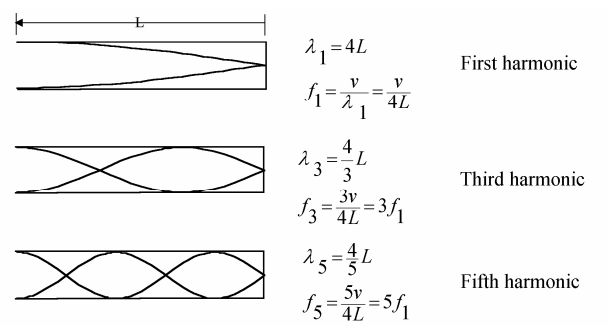
กรณีปลายเปิดสองด้าน
กรณีปลายเปิดด้านเดียว



กรณีปลายเปิดสองด้าน



กรณีปลายเปิดด้านเดียว

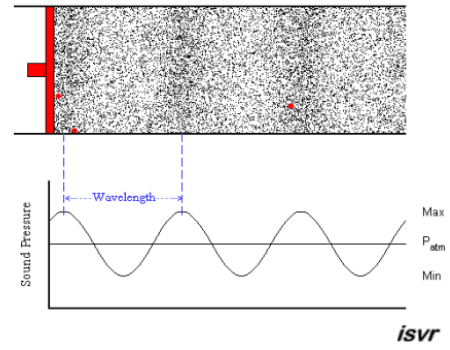


ตอนที่ 4.3 คลื่นเสียงและระดับความเข้มของเสียง



- คลื่นเสียง
- ความสูงต่ำและความถี่ของเสียง
- ระดับความเข้มของเสียง

Acoustic Longitudinal Wave

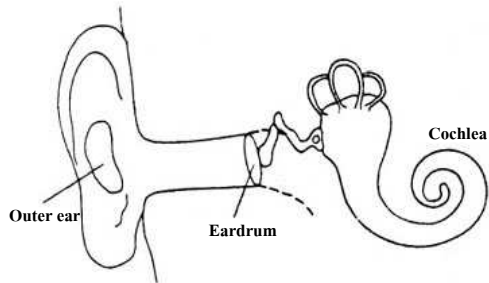


http://www.isvr.soton.ac.uk/SPCG/Tutorial/Tutorial/Tutorial_files/Web-basics-nature.htm

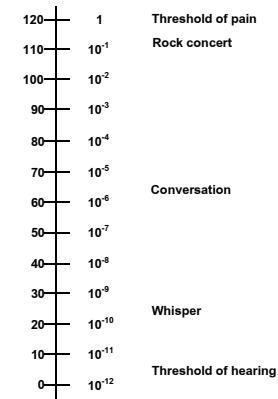
ความสูงต่ำและความถี่ของเสียง

สูงต่ำของเสียงเกี่ยวข้องกับความถี่ของเสียง
ความดังเกี่ยวข้องกับความเข้มของคลื่นเสียง

ส่วนคุณภาพเสียงขึ้นอยู่กับรูปร่างหรือรูปแบบ (waveform) ของคลื่นเสียง



คนทั่วไปจึงได้ยินความถี่ที่มีความแตกต่างจาก 20 Hz ถึง 20 kHz



แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มและความดังของคลื่นเสียง



ความเข้มและความดังของคลื่นเสียง

ความเข้ม I คือกำลังต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ $I = \frac{P}{S}$

หูของมนุษย์ทั่วไปจะได้ยินเสียงความถี่ 1 kHz ที่ความเข้ม

$I_0 = 1.00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$ จนถึงที่ความเข้มประมาณ 1.00 W/m^2

เมื่อความเข้มของคลื่นเสียงเพิ่มขึ้น ความดังของเสียงจะเพิ่มขึ้นด้วย

แต่ความสัมพันธ์ของปริมาณทั้งสองมิได้เป็นแบบเชิงเส้น

ระดับความดังของคลื่นเสียงมีหน่วยวัดเป็น ฟอน (phons)

ความเข้มประมาณ 10^{-12} W/m^2 มีระดับความดังเท่ากับ 0 ฟอน

ความเข้มประมาณ 1.00 W/m^2 มีระดับความดังเท่ากับ 120 ฟอน



กำหนดความเข้มของเสียงเป็นระดับความเข้มเสียง (sound-intensity level)

แทนด้วย β กำหนดโดย

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

โดยที่ $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

เป็นความเข้มของเสียงที่มีระดับความเข้มเสียงเป็นศูนย์

β กำหนดให้มีหน่วยเป็นเดซิเบล (decibel) แทนด้วย dB
เพื่อเป็นเกียรติแก่ Alexander Graham Bell

เช่น ถ้า $\frac{I}{I_0} = 10^7$ ดังนั้น $\beta = 10 \log_{10}(10^7) = 10 \times 7$
 $\beta = 70 \text{ dB}$



ตัวอย่างที่ 3 ลำโพงงานวัดอันหนึ่งกระจายเสียงอย่างสม่ำเสมอในทุกทิศทางปรากฏว่าที่ระยะทาง 1 เมตรจากลำโพงวัดระดับความดังของเสียงได้ 110 dB จงหาว่าที่ระยะทางเท่าใดจากลำโพงระดับความดังของเสียงจึงจะลดลงเป็น 90 dB และ 70 dB ตามลำดับ



ตอนที่ 4.4 ปรากฏการณ์ดอปเปลอร์



ตัวอย่างที่ 4 คนขับรถโดยสารประจำทางในเมืองกำลังสนทนากับผู้โดยสารที่อยู่ในรถซึ่งมีหน้าต่างเปิดทุกบาน ถ้าระดับความเข้มเสียงของการสนทนาเท่ากับ 65 เดซิเบล และระดับความเข้มเสียงของการจราจรภายนอกเท่ากับ 70 เดซิเบล จงหา

- ความเข้มของเสียง
- ระดับความเข้มเสียงภายในรถโดยสารนั้น



ถ้าแหล่งกำเนิดคลื่นและผู้สังเกตเคลื่อนที่สัมพันธ์กัน

แหล่งกำเนิดคลื่นหรือผู้สังเกตอย่างใดอย่างหนึ่งมีการเคลื่อนที่หรือทั้งสองมีการเคลื่อนที่

ผู้สังเกตได้รับคลื่นที่มีความถี่ต่างไปจากคลื่นที่ได้รับเมื่อแหล่งกำเนิดและผู้สังเกตอยู่นิ่ง

เราเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า **ปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ (Doppler effect)**



กรณีแหล่งกำเนิดคลื่นอยู่นิ่ง ผู้สังเกตเคลื่อนที่เข้าหาแหล่งกำเนิด



$$f' = f + \frac{v_o}{\lambda}$$

$$= f + \frac{v_o f}{v} \quad v = f\lambda$$

$$f' = f \left(\frac{v + v_o}{v} \right)$$

กรณีแหล่งกำเนิดคลื่นอยู่นิ่ง ผู้สังเกตเคลื่อนที่ออกจากแหล่งกำเนิด

$$f' = f \left(\frac{v - v_o}{v} \right)$$

v_o คือความเร็วของผู้สังเกต

กรณีผู้สังเกตอยู่นิ่ง แหล่งกำเนิดคลื่นเคลื่อนที่ออกจากผู้สังเกต



$$f' = \frac{vf}{v + v_s}$$

กรณีผู้สังเกตอยู่นิ่ง แหล่งกำเนิดคลื่นเคลื่อนที่เข้าหาผู้สังเกต

$$f' = \frac{vf}{v - v_s}$$

v_s คือความเร็วของแหล่งกำเนิด

ทั้งผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดคลื่นเคลื่อนที่



$$f' = \left(\frac{v \pm v_o}{v \mp v_s} \right) f$$

ผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดคลื่นเคลื่อนที่เข้าหากัน

$$f' = \left(\frac{v + v_o}{v - v_s} \right) f$$

ผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดคลื่นเคลื่อนที่ออกจากกัน

$$f' = \left(\frac{v - v_o}{v + v_s} \right) f$$

v_s คือความเร็วของแหล่งกำเนิด v_o คือความเร็วของผู้สังเกต

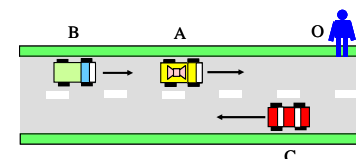
ตัวอย่างที่ 5 รถโฆษณา A เปิดเสียงรบกวนชาวบ้านด้วยความถี่ 500 Hz กำลังวิ่งไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 40 m/s ตำรวจ O ยืนอยู่ข้างถนนในทิศทางด้านหน้ารถ A และมีรถบรรทุก B วิ่งตามรถ A ด้วยความเร็ว 30 m/s ถ้าความเร็วของเสียงในอากาศเป็น $v = 350 \text{ m/s}$ จงหาว่า



- คนขับรถโฆษณา A ได้ยินเสียงที่ความถี่เท่าใด
- คนขับรถบรรทุก B ได้ยินเสียงที่ความถี่เท่าใด
- ตำรวจ O จะได้ยินเสียงที่ความถี่เท่าใด
- รถ C วิ่งสวนทางมาด้วยความเร็ว 40 m/s จะได้ยินเสียงที่ความถี่เท่าใด

คำแนะนำ ใช้สูตร

$$f' = \left(\frac{v \pm v_o}{v \mp v_s} \right) f$$



ตัวอย่างที่ 6 ผู้สังเกตซึ่งยืนอยู่ที่ชานชาลาสถานีรถไฟแห่งหนึ่งสังเกตว่า รถไฟซึ่งกำลังวิ่งเข้าสู่สถานีด้วยความเร็ว 90 กิโลเมตร/ชั่วโมง หูดรถไฟที่กำลังวิ่งเข้าสู่สถานีและที่เคลื่อนที่ผ่านสถานีมีความถี่ต่างกันหรือลดลง 400 เฮิรตซ์ จงหาความถี่ของหูดรถไฟ กำหนดความเร็วของเสียงในอากาศเป็น 350 เมตรต่อวินาที

