หน่วยที่ 2 งานและพลังงาน
โมเมนตัมเชิงเส้น โมเมนตัมเชิงมุม

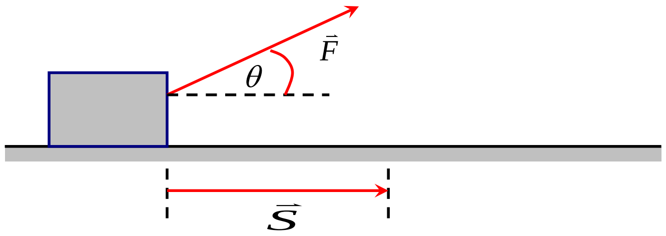
ตอนที่ 2.1 งาน

ตอนที่ 2.2 พลังงาน

ตอนที่ 2.3 โมเมนตัมเชิงเส้น

ตอนที่ 2.4 โมเมนตัมเชิงมุม

งานของแรงคงตัว



$\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{S} = FS\cos\theta}$ งานเป็นปริมาณสเกลาร์

$\boxed{W > 0}$ แสดงว่าระบบได้งาน

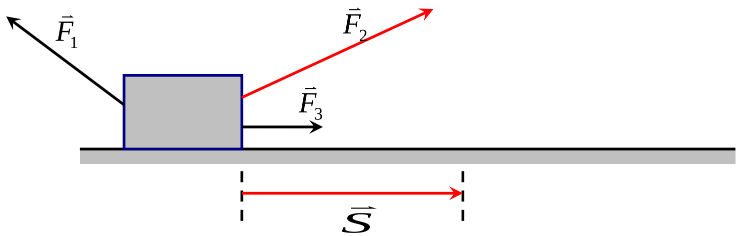
$\boxed{W < 0}$ แสดงว่าระบบเสียงาน

หน่วยของงานที่นิยมใช้คือหน่วยในระบบ SIซึ่งมีหน่วยเป็นนิวตัน เมตร (Nm)

หรือ จูล (joules , J)

ตอนที่ 2.1 งาน

- งานของแรงคงตัว
- งานและพลังงานจลน์
- กำลัง



ในกรณีที่มีแรงหลายแรงกระทำต่อวัตถุจะหางานลัพธ์

$$\Sigma W = W_1 + W_2 + W_3 + \ldots$$

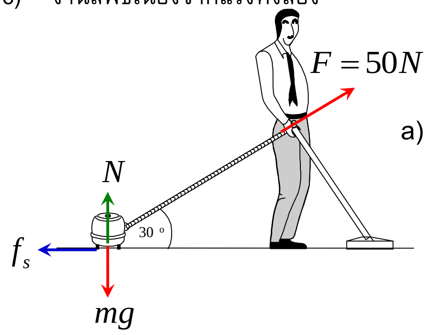
เมื่อ W_1 , W_2 และ W_3 คืองานเนื่องจากแรง F_1 , F_2 และ F_3 ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 2.1 คนงานทำความสะอาดกำลังดูดฝุ่นโดยออกแรง 50 นิวตัน ลากเครื่องดูดฝุ่นในทิศทางทำมุม 30° กับระนาบของพื้นดังรูป ถ้าเขาลากเครื่องดูดฝุ่นไปเป็นระยะ 3 เมตร บนพื้นและมีแรงเสียดทานระหว่างเครื่องดูดฝุ่นกับพื้นเป็น 40 นิวตัน จงหา

a) งานเนื่องจากแรง 50 นิวตัน

b) งานเนื่องจากแรงเสียดทาน

c) งานลัพธ์เนื่องจากแรงทั้งสอง



$$W = \vec{F}\cdot\vec{S} = FS\cos\theta$$

a) $F = 50N,\ S = 3\,m,\ \theta = 30^\circ$

$$\begin{aligned} W_F &= (50\,N)(3\,m)(\cos 30^\circ) \\ &= 50 \times 3 \times 0.866\ J \\ &= 130\ J \end{aligned}$$

b) $f = 40\ N,\ S = 3m$ และ $\theta = 180^\circ$

$$\begin{aligned} W_f &= (40\,\text{N})(3\,\text{m})(\cos 180^\circ) \\ &= 40 \times 3 \times (-1)\ J \\ &= -120\ J \end{aligned}$$

c)

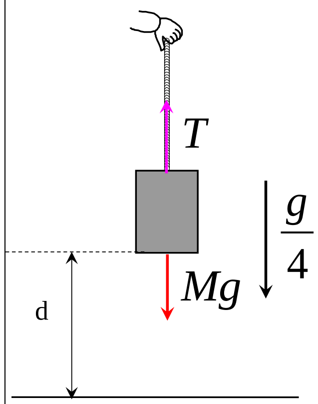
$$\begin{aligned} \sum W &= W_F + W_f \\ &= 130 - 120\ J \\ &= 10\ J \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.2 มวล M ติดปลายเชือก ถูกหย่อนลงตามแนวดิ่งเป็นระยะ d ด้วยความเร่ง $g/4$ ดังรูป จงคำนวณหา

(a) งานของแรงดึงเชือก

(b) งานของแรงโน้มถ่วง

(c) งานลัพธ์ของแรงทั้งสอง



$$W = \vec{F}\cdot\vec{S} = FS\cos\theta$$

a)

$$\begin{aligned} \Sigma F &= Ma \\ Mg - T &= M\left(\frac{g}{4}\right) \\ T &= Mg - M\frac{g}{4} \\ &= \frac{3}{4}Mg \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_T &= \vec{F}\cdot\vec{S} = FS\cos\theta \\ &= Td\cos 180^\circ \\ &= \left(\frac{3}{4}Mg\right)(d)(-1) = -\frac{3}{4}Mgd \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} W_g &= (Mg)(d)(\cos\ 0^\circ) \\ &= (Mg)(d)(1) \\ &= Mgd \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} W &= W_T + W_g \\ &= -\frac{3}{4}Mgd + Mgd = \frac{1}{4}Mgd \end{aligned}$$

งานและพลังงานจลน์

สมมติให้วัตถุมวล m ถูกกระทำด้วยแรงลัพธ์ ΣF ที่มีค่าคงตัว วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งคงตัว a ซึ่งตามกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$\Sigma F = ma = m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}$$

$$\Sigma F = mv\frac{dv}{dx}$$

งานของแรงมีค่า

$$W = \int \Sigma F\,dx = \int mv\frac{dv}{dx}\,dx = \int mv\,dv$$

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น v_1 และความเร็วปลาย v_2 จะได้

$$W = \int_{v_1}^{v_2} mv\,dv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\boxed{W = \int_{v_1}^{v_2} mv\,dv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}$$

$\boxed{\frac{1}{2}mv^2}$

คือพลังงานจลน์ E_k ของวัตถุ

แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างงานและพลังงานจลน์ของวัตถุ

งานที่กระทำต่อวัตถุจะทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนไป

$$\boxed{W = \Delta E_k = E_{k_2} - E_{k_1}}$$

ทฤษฎีบทงาน-พลังงาน

ตัวอย่างที่ 2.3

a) จงคำนวณพลังงานจลน์ในหน่วยจูลของรถยนต์มวล 1600 kg ซึ่งกำลังแล่นที่อัตราเร็ว 50.0km/h

b) ถ้าอัตราเร็วเปลี่ยนเป็น สองเท่าพลังงานจลน์เปลี่ยนเป็นกี่เท่า

ตัวอย่างที่ 2.4

ปล่อยแตงโมมวล 4.80 Kg ลูกหนึ่ง จากหลังคาตึกสูง 25.0 m

a) จงคำนวณงานที่แรงโน้มถ่วงทำต่อแตงโมในระหว่างที่แตงโมมีการกระจัดจากหลังคาถึงพื้น

b) พลังงานจลน์ของแตงโมก่อนที่จะกระทบพื้นพอดี มีค่าเท่าใด ไม่ต้องคำนึงถึงแรงต้านอากาศ

กำลัง

กำลัง (power) เป็นปริมาณที่ใช้วัดขีดความสามารถหรือประสิทธิภาพของการทำงานของระบบ ระบบใดที่สามารถทำงานอันหนึ่งได้เร็วกว่าอีกระบบหนึ่งถือว่าระบบนั้นมีกำลังสูงกว่า ดังนั้น

กำลัง ก็คืออัตราการทำงานหรือปริมาณงานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลา

$$\boxed{P_{ave} = \frac{W}{\Delta t}}$$

P_{ave} คือ กำลังเฉลี่ย W คือ งานที่ทำได้ Δt คือ ช่วงเวลาของการทำงาน

หน่วยของกำลังในระบบ SI คือ จูลต่อวินาที (J/s) หรือวัตต์ (watt , W)

กำลังม้า (horsepower , hp) โดย 1 hp = 746 วัตต์

ตัวอย่างที่ 2.5 ค้อนของเครื่องตอกเสาเข็มเครื่องหนึ่งหนัก 3800 N ถ้าต้องการยกค้อนนี้ขึ้นในแนวดิ่ง 2.80 m ที่อัตราเร็วคงตัวเป็นเวลา 4.00s เครื่องยนต์ต้องให้กำลังต่อค้อนกี่แรงม้า

$$\boxed{P_{ave} = \frac{W}{\Delta t}}$$

ในกรณีที่ช่วงเวลาที่พิจารณาเป็นช่วงสั้นๆ $(\Delta t \to 0)$

กำลังบัดดล (instantaneous power , P)

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$\vec{F}$ คือ ของแรง $\vec{v}$ คือ ความเร็ว

ถ้าแรง $\vec{F}$ มีทิศทางเดียวกับความเร็ว $\vec{v}$

$$P = Fv$$

ตัวอย่างที่ 2.6 จงหากำลังของหัวรถจักรคันหนึ่งซึ่งสามารถลากขบวนรถไฟที่มีมวล 500,000 กิโลกรัม ให้เคลื่อนที่ไปบนรางด้วยอัตราเร็วคงตัว 40 เมตรต่อวินาที เมื่อสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างรางและล้อรถไฟเป็น 0.02

แรงเสียดทานระหว่างล้อรถไฟและรางมีค่า

$$f = \mu mg$$

$$\therefore f = (0.02)(500{,}000\ kg)(9.8\ m/s^2)$$

$$= 98{,}000\ \mathrm{N}$$

$\therefore$ กำลังของหัวรถจักรคือ

$$P = fv = (98{,}000\ N)(40\ m/s)$$

$$= 3.92 \times 10^6\ \mathrm{W}$$

ตอนที่ 2.3 โมเมนตัมเชิงเส้น

โมเมนตัมเชิงเส้นและการดล

การอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{v}}$$

จากกฎของนิวตัน

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\sum \vec{F}\ dt = d\vec{p}$$

$\sum \vec{F}$ แรงลัพธ์จากภายนอก เขียนใหม่แทนด้วย $\vec{F}$

$$\int_{p_1}^{p_2} d\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt \Rightarrow \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt$$

โมเมนตัมเชิงเส้นและการดล

โมเมนตัมเชิงเส้น

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{v}}$$

$$\boxed{\vec{J} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \int_{t_1}^{t_2} F(t)dt}$$

แรงดล

การดล

$$\boxed{\vec{J} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = F_{ave}\Delta t}$$

แรงดลเฉลี่ย

ตัวอย่างที่2.7 มวล 2 kg ซึ่งอยู่นิ่งได้รับการดล 10 N.s หลังจากการนั้น มวล 2 kg จะมีลักษณะอย่างไร

โมเมนตัมและหลักการอนุรักษ์โมเมนตัมของระบบอนุภาค

โมเมนตัมรวมของระบบก่อนชน เท่ากับ โมเมนตัมรวมระบบหลังชน

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{v}}$$

$$\boxed{\sum \vec{P}_{\text{ก่อนชน}} = \sum \vec{P}_{\text{หลังชน}}}$$

<u>ตัวอย่างที่ 2.8</u> ลูกบอลมวล 2 กิโลกรัม มีความเร็ว 1.5 เมตร/วินาที เคลื่อนที่ไปทางขวาชนกับลูกบอลอีกลูกหนึ่ง ซึ่งมีมวล 2 กิโลกรัม เดิมอยู่นิ่งแล้วติดไปด้วยกันจงหาความเร็วของมวลที่ติดกันนี้

<u>ตัวอย่างที่2.9</u> ยิงลูกปืนมวล 0.002 กิโลกรัม ออกจากกระบอกปืนมวล 4 กิโลกรัม ด้วยความเร็ว 200 เมตร/วินาที อยากทราบว่าตัวปืนถูกถีบให้ถอยหลังด้วยความเร็วเท่าไร

หลักการอนุรักษ์พลังงานของระบบอนุภาค

พลังงานรวมของระบบก่อนชน เท่ากับ พลังงานรวมระบบหลังชน

$$\boxed{\sum E_{\text{ก่อนชน}} = \sum E_{\text{หลังชน}}}$$

$$\boxed{\sum E_{\text{ก่อนชน}} = E_k + E_{p\ \text{สปริง}} + E_{p\ \text{โน้มถ่วง}}}$$

$$\boxed{\sum E_{\text{หลังชน}} = E_k + E_{p\ \text{สปริง}} + E_{p\ \text{โน้มถ่วง}}}$$

การชน

การชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์

พลังงานจลน์รวมของระบบก่อนชนเท่ากับพลังงานรวมของระบบหลังชน

การชนแบบไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์

พลังงานจลน์รวมของระบบก่อนชนไม่เท่ากับพลังงานรวมของระบบหลังชน

ตัวอย่างที่2.10 ลูกบอลลูกที่หนึ่งมวล 4 กิโลกรัม ชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์และเป็นแบบพุ่งตรงกับลูกบอลลูกที่ 2 ซึ่งมีมวล 1 กิโลกรัม ก่อนการชนกันลูกบอลลูกที่หนึ่งมีอัตราเร็ว 10 เมตร/วินาที ลูกบอลลูกที่สองอยู่นิ่ง อัตราเร็วของลูกบอลลูกที่ 2 หลังการชนเท่ากับเท่าไร

ตัวอย่างที่ 2.11 มวล m1 m2 ถูกยึดเข้าด้วยกันด้วยสปริงที่มีค่าคงที่ k ถ้ามวล m1 และ m2 ถูกดึงออกจากกัน แล้วปล่อยพร้อมๆ กันในขณะหยุดนิ่ง สมมติว่าพื้นไม่มีแรงเสียดทาน จงหาสัดส่วนพลังงานจลน์ของมวลแต่ละก้อนเทียบกับพลังงานจลน์รวมของระบบ หลังจากที่ปล่อยมวลทั้งสองก้อน

ตัวอย่างที่2.12 ลูกระเบิดมวล 1 kg. วางนิ่งอยู่บนพื้น ต่อมาลูกระเบิดนั้นระเบิดออกเป็น 2 ชิ้นส่วน ชิ้นส่วนแรกมวล 0.75 kg. ระเบิดไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 100 m/s ชิ้นส่วนที่สองจะระเบิดไปทางไหนด้วยความเร็วเท่าใด

ตัวอย่างที่2.13 แท่งไม้มวล 1 kg ติดอยู่กับสปริง มีค่าคงตัวของสปริง 200 Nm^{-1} วางบนพื้นที่ไม่มีแรงเสียดทาน กระสุนปืนมวล 200 g ถูกยิงไปยังแท่งไม้ ปรากฏว่าสปริงหดเข้าไป 13.3 cm จงหาความเร็วก่อนชนของกระสุนปืน

ตัวอย่างที่ 2.14 ลูกปืนมวล 10 g ยิงเข้าหาแท่งไม้มวล 5 kg แล้วฝังตัวในแท่งไม้ ทำให้แท่งไม้และลูกปืนแกว่งสูงขึ้น 10 cm จงหาความเร็วต้นของลูกปืน ($g = 10\ m/s^2$)

ตัวอย่างที่2.15 รถสินค้ามวล 35.0 ตัน ชนกับรถโดยสารที่อยู่นิ่ง รถทั้งสองติดกันไป และมีการสูญเสียพลังงานไป 27% ของพลังงานเริ่มต้นในรูปของความร้อน เสียงและการสั่นตัว จงคำนวณหามวลของรถโดยสาร

ตัวอย่างที่2.16 ลูกบอลมวล 325 กรัม มีอัตราเร็ว v = 6.22 เมตร/วินาที เข้ากระทบผนังเป็นมุม $\theta = 30^\circ$ กับผนังแล้วสะท้อนออกมา ด้วยอัตราเร็วเดิมและมุมเท่าเดิม ถ้าลูกบอลเข้ากระทบผนังกินเวลา 10.4 มิลลิวินาที จงคำนวณ

1) การดลที่กระทำต่อลูกบอล

2) แรงดลเฉลี่ยที่ลูกบอลกระทำต่อผนัง

ตัวอย่างที่2.17 นักสเก็ตน้ำแข็งเข้าชนกันและกอดกัน เป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์ ถ้าสมชายมีมวล $m_A = 83$ กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ไปทางตะวันออกด้วยความเร็ว $v_A = 6.4$ กิโลเมตร/ชั่วโมง สมหญิงมีมวล $m_B = 55$ กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ไปเหนือด้วยความเร็ว $v_B = 8.8$ กิโลเมตร/ชั่วโมงจงคำนวณ

(a) ความเร็วร่วมของสมชายและสมหญิงหลังการชน

(b) สัดส่วนของพลังงานจลน์ที่เปลี่ยนแปลงหลังการชน

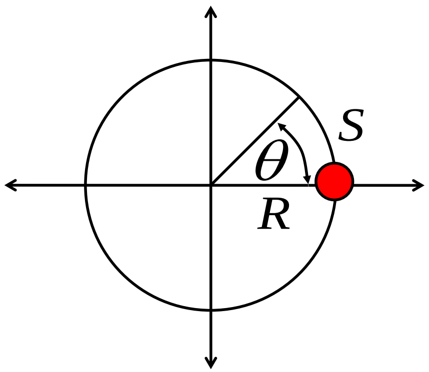
การหมุน

- การเคลื่อนที่แบบหมุน คือการเคลื่อนที่แบบหนึ่งที่เกิดขึ้นจากการที่วัตถุหรืออนุภาคมีการเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบจุดหมุน หรือแกนหมุน ที่ถูกกำหนดไว้ โดยมีระยะห่างจากจุกหมุนหรือแกนหมุนคงที่
- ทิศทางของการหมุนกำหนดได้โดยใช้กฎมือขวา

ตอนที่ 2.4 โมเมนตัมเชิงมุม

- การหมุน
- พลังงานจลน์เนื่องจากการหมุน
- โมเมนตัมเชิงมุม
- การอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

การหมุน



$$S = R\theta$$

θ มีหน่วยเรเดียน

อัตราเร็วเชิงเส้น $v = \dfrac{S}{t}$

$$v = \frac{S}{t} = \frac{R\theta}{t}$$

$$\boxed{v = R\omega}$$

$\boxed{\omega = \dfrac{\theta}{t}}$ อัตราเร็วเชิงมุม ทิศทางใช้กฎมือขวา

การเคลื่อนที่เชิงมุมและการเคลื่อนที่เชิงเส้น

การเคลื่อนที่เชิงเส้น		การเคลื่อนที่เชิงมุม	
การกระจัด	$\boxed{\vec{S}}$	มุมที่เปลี่ยนแปลง	$\boxed{\vec{\theta}}$
ความเร็ว	$\boxed{\vec{v} = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}}$	ความเร็วเชิงมุม	$\boxed{\vec{\omega} = \frac{\Delta \vec{\theta}}{\Delta t}}$
ความเร่ง	$\boxed{\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}}$	ความเร่งเชิงมุม	$\boxed{\vec{\alpha} = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}}$
มวล	$\boxed{m}$	โมเมนต์ความเฉื่อย	$\boxed{I}$

โมเมนตัมเชิงมุมรอบแกน z รวมทั้งระบบ $(\vec{L}_z)$

$$\vec{L}_z = \sum \vec{L}_i$$

$$= \sum m_i r_i^2 \omega \hat{k}$$

$$\boxed{\vec{L}_z = I_z \vec{\omega}}$$

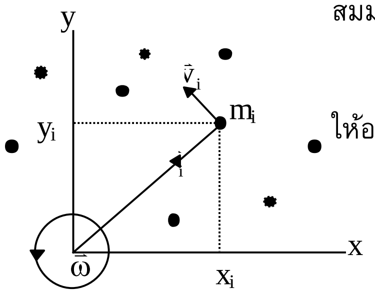
$$\boxed{I_z = \sum m_i r_i^2}$$

I_z โมเมนต์ความเฉื่อย (moment of inertia) ของระบบ รอบแกนหมุน z

$\vec{L}$ โมเมนต์ตัมเชิงมุม

โมเมนตัมเชิงมุมของวัตถุแข็งเกร็งหมุนรอบแกนตรึง

วัตถุเป็นระบบอนุภาคที่ตรึงติดกัน



สมมติระบบประกอบด้วยอนุภาคมวล

$m_1, m_2 \ldots m_n$

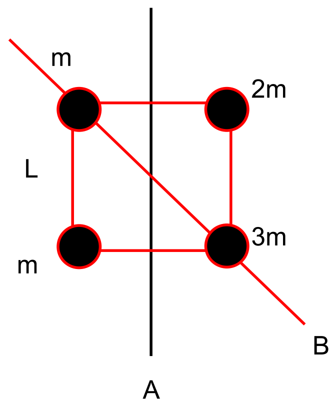
ให้อนุภาคที่ i มีมวล m_i อยู่ที่ตำแหน่ง (x_i, y_i, z_i)

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$$

ความเร็วเชิงเส้นในแนวเส้นรอบวง $\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i$ $\quad \vec{\omega} \perp \vec{r}_i \Rightarrow v_i = \omega r_i$

ค่าโมเมนตัมเชิงมุมของอนุภาคที่ i $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i \xrightarrow{\vec{r}_i \perp \vec{v}_i} L_i = m_i r_i v_i = m_i r_i^2 \omega$

ตัวอย่าง 2.18 จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยของระบบที่หมุนรอบแกนต่าง ๆ

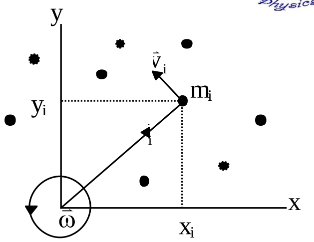


Khanchai Khosonthongkee

พลังงานจลน์ของการหมุน

1. ถ้าระบบเป็นอนุภาคที่ตรึงติดกัน

หมุนรอบแกน z ด้วยความเร็วเชิงมุม $\vec{\omega}$



อัตราเร็วเชิงเส้นของอนุภาค i $\quad v_i = \omega r_i$

พลังงานจลน์ของอนุภาคi $E_{k,i} = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i (r_i \omega)^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$

พลังงานรวมของระบบ

$$E_k = \sum E_{k,i} = \frac{1}{2} (\sum m_i r_i^2) \omega^2$$

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} I \omega^2}$$

กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

ผลรวมของโมเมนตัมเชิงมุมก่อนและหลังต้องคงที่

$$\boxed{\sum \vec{L}_{Before} = \sum \vec{L}_{After}}$$

$$\boxed{\vec{L} = I \vec{\omega}}$$

ตัวอย่าง2.19 นักสเก็ตน้ำแข็งกำลังกางแขนหมุนตัวรอบแกนหมุนของตนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมค่าหนึ่ง จงอธิบายว่าเมื่อเขาหุบแขนลงจะเกิดเหตุการณ์ใดขึ้นเพราะเหตุใด