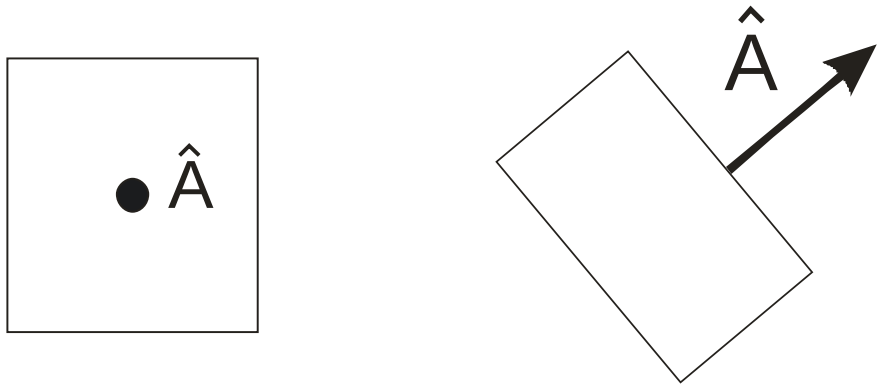
## ฟลักซ์แม่เหล็ก (Magnetic flux)

$$\Phi_B = \vec{B}.\vec{A} = BA\cos\theta$$

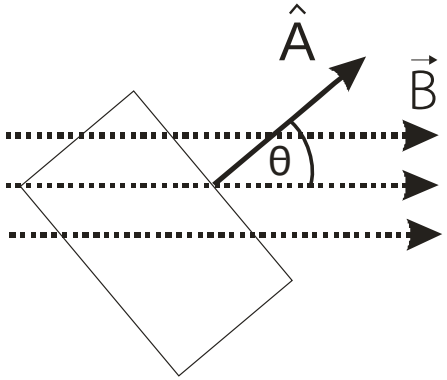
= <T> <m$^2$> = <Wb>

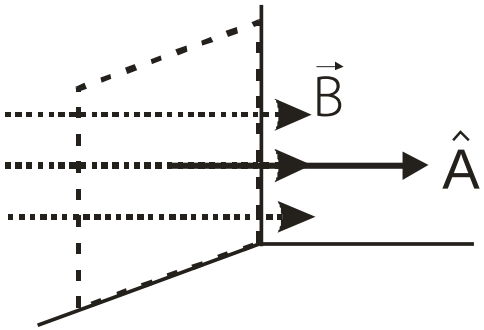
$\theta$ เป็นค่ามุมระหว่าง สนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ กับ $\hat{A}$

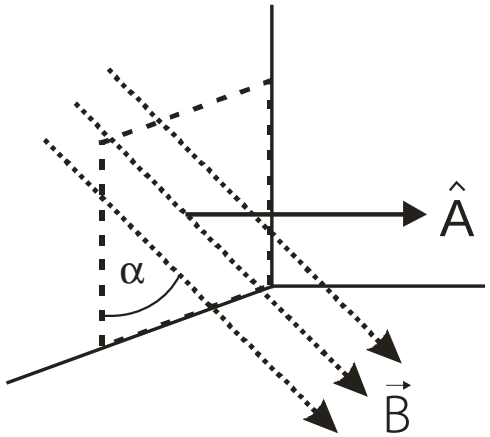
$\vec{A} = A\,\hat{A}$ โดย $\hat{A}$ มีทิศตั้งฉากกับ ระนาบของพื้นที่ และมีทิศพุ่งออกจากผิวที่เราพิจารณาเสมอ

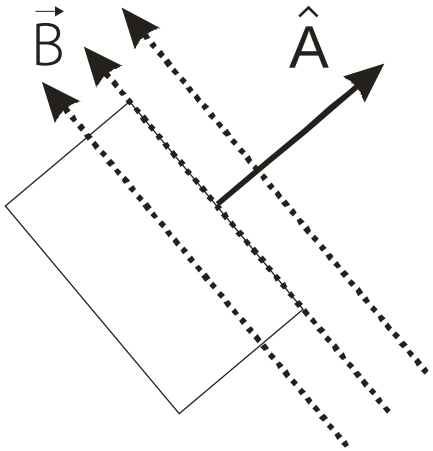


## *ตัวอย่าง 5.1* การหาฟลักซ์แม่เหล็ก $\Phi_B$



# บท5 :แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (Induced emf)

กฎของ Faraday กำหนดความสัมพันธ์ ของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ε และ ฟลักซ์แม่เหล็ก $\Phi_B$ ว่า

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

เครื่องหมาย **"-"** แสดงว่า แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ε จะเกิดในทิศทางที่ต้านการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก $\Phi_B$

$$\Phi_B = \vec{B}.\vec{A} = BA\cos\theta$$

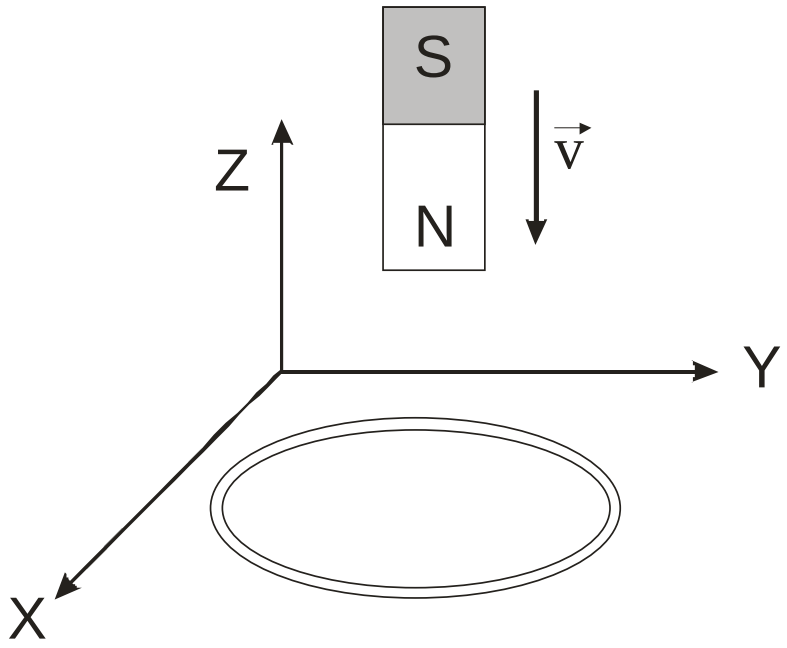
$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d\,(BA\cos\theta)}{dt}$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = A\cos\theta\,\frac{d\,B}{dt} + B\cos\theta\,\frac{d\,A}{dt} + BA\,\frac{d\cos\theta}{dt}$$

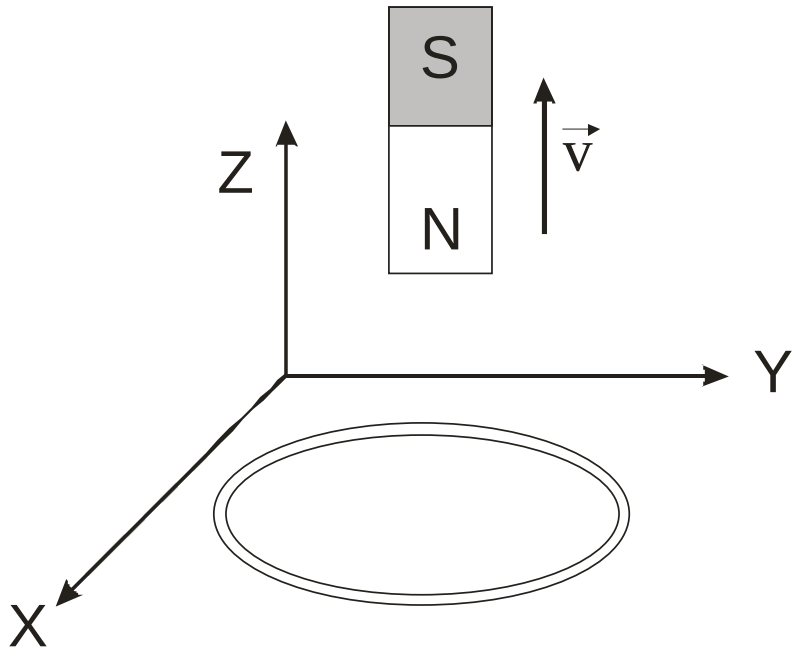
แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ε จะสามารถเขียนได้ใหม่ว่า

$$\varepsilon = -N\left(A\cos\theta\,\frac{d\,B}{dt} + B\cos\theta\,\frac{d\,A}{dt} - BA\sin\theta\,\frac{d\theta}{dt}\right)$$

<u>ตัวอย่าง 5.2</u> เคลื่อนแท่งแม่เหล็กวางตัวอยู่ในแนวแกน Z โดยขดลวดวางอยู่บนระนาบ XY ดังรูป พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก $\Phi_B$ ต่อเวลา หรือสนามแม่เหล็ก B ที่เกิดขึ้นที่ขดลวด *จงหาทิศทางของกระแสเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น*

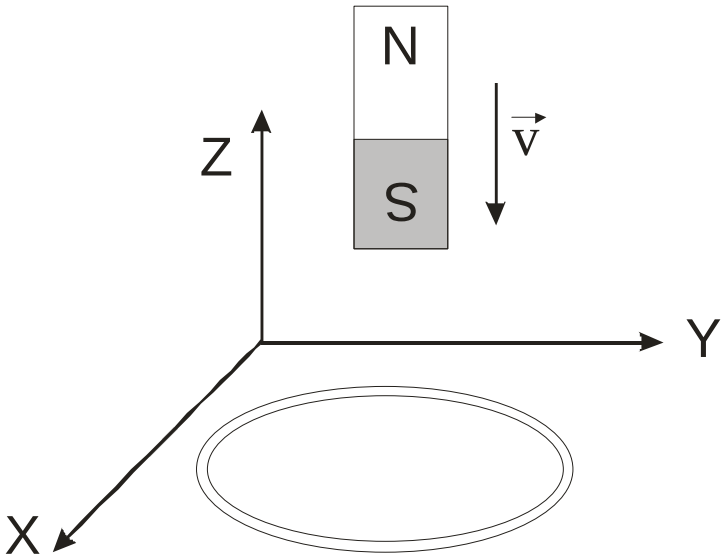



A.

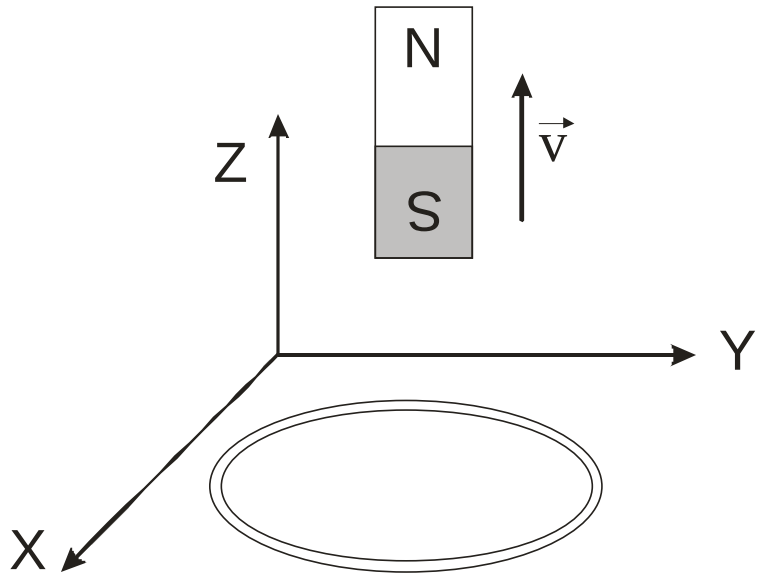



B.

# ทิศทางของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ




C.




D.

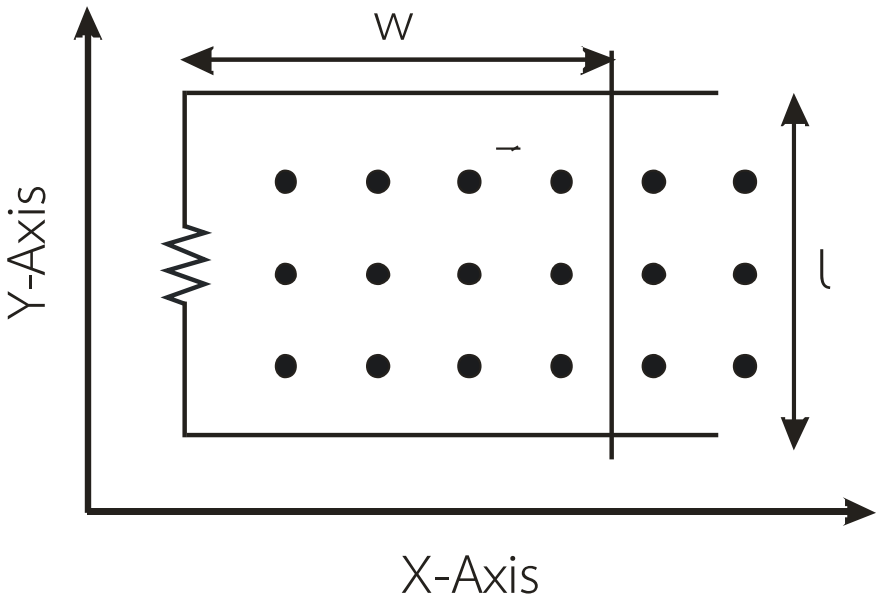
# ขนาด ทิศทางของกระแสไฟฟ้าและแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

<u>ตัวอย่าง 5.3</u> แท่งตัวนำอยู่บนรางโลหะดังรูป โดย w = 20 cm l = 40 cm และ R = 12 Ω และสนามแม่เหล็กมีค่าสม่ำเสมอและคงตัวขนาด B = 1.2 T มีทิศพุ่งออกจากระนาบ ดังรูป

1. ค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในวงจรนี้ มีค่าเท่าใด

2. กระแสเหนี่ยวนำที่ไหลมีค่าเท่าไรและวนในทิศใด

3. ปลายด้านใดของแท่งตัวนำมีศักย์ไฟฟ้าสูงกว่า (หรือเป็นขั้วบวก)

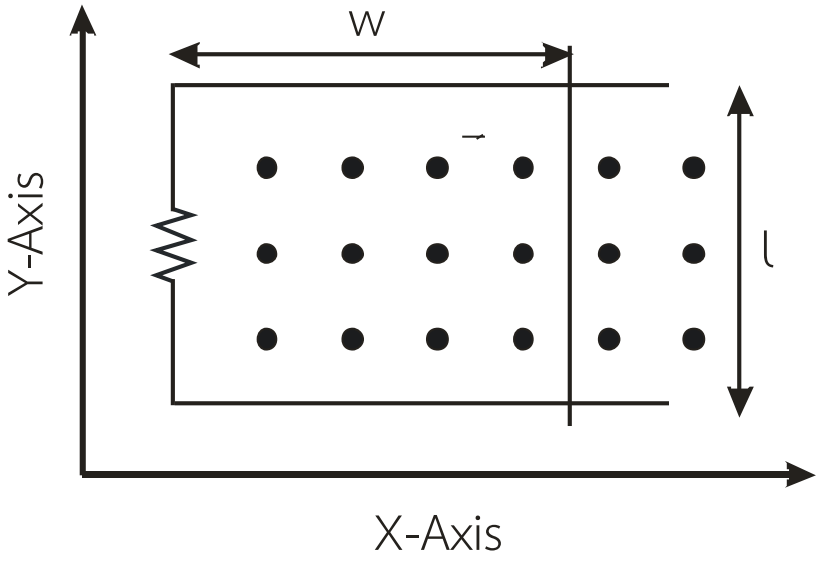


# ขนาด ทิศทางของกระแสไฟฟ้าและแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

<u>ตัวอย่าง 5.4</u> แท่งตัวนำอยู่บนรางโลหะดังรูป โดย w = 20 cm l = 40 cm และ R = 12 Ω และสนามแม่เหล็กมีค่าสม่ำเสมอ และคงตัวขนาด B = 1.2 T มีทิศพุ่งออกจากระนาบ และมีค่าเปลี่ยนแปลงเมื่อเทียบกับเวลาเป็น $\frac{dB}{dt} = 2\ T/sec$ ดังแสดงในรูป

1. ค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในวงจรนี้ มีค่าเท่าใด

2. กระแสเหนี่ยวนำที่ไหลมีค่าเท่าไรและวนในทิศใด

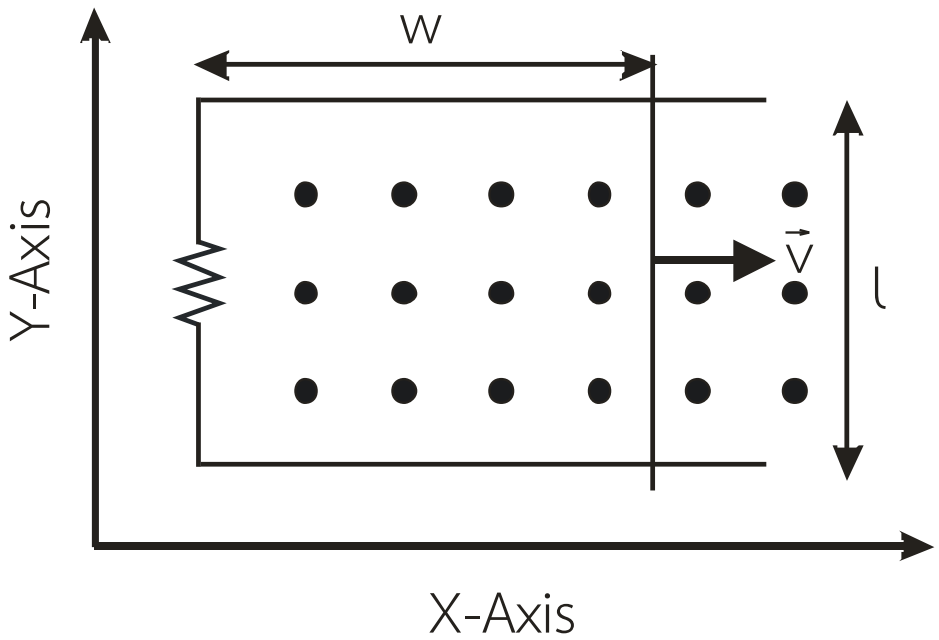


# ขนาด ทิศทางของกระแสไฟฟ้าและแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

<u>ตัวอย่าง 5.5</u> แท่งตัวนำอยู่บนรางโลหะไถลไปทาง**<u>ขวามือ</u>** ด้วยความเร็วคงตัว v = 10 cm/s โดย w = 20 cm, l = 40 cm และ R = 12 Ω และสนามแม่เหล็กมีค่าสม่ำเสมอ และคงตัวขนาด B = 1.2 T มีทิศพุ่งออกจากระนาบ และมีค่าเปลี่ยนแปลงเมื่อเทียบกับเวลาเป็น $\frac{dB}{dt} = 2\ T/sec$

1. ค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในวงจรนี้ มีค่าเท่าใด

2. กระแสเหนี่ยวนำที่ไหลมีค่าเท่าไรและวนในทิศใด

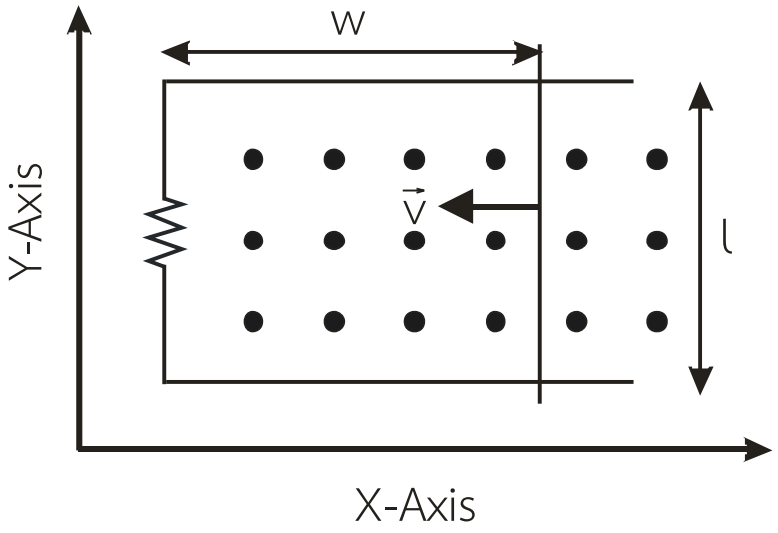


# ขนาด ทิศทางของกระแสไฟฟ้าและแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

<u>ตัวอย่าง 5.6</u> แท่งตัวนำอยู่บนรางโลหะไถลไปทาง**<u>ซ้ายมือ</u>** ด้วยความเร็วคงตัว v = 10 cm/s โดย w = 20 cm, l = 40 cm และ R = 12 Ω และสนามแม่เหล็กมีค่าสม่ำเสมอ และคงตัวขนาด B = 1.2 T มีทิศพุ่งออกจากระนาบ และมีค่าเปลี่ยนแปลงเมื่อเทียบกับเวลาเป็น $\frac{dB}{dt} = 2\ T/sec$

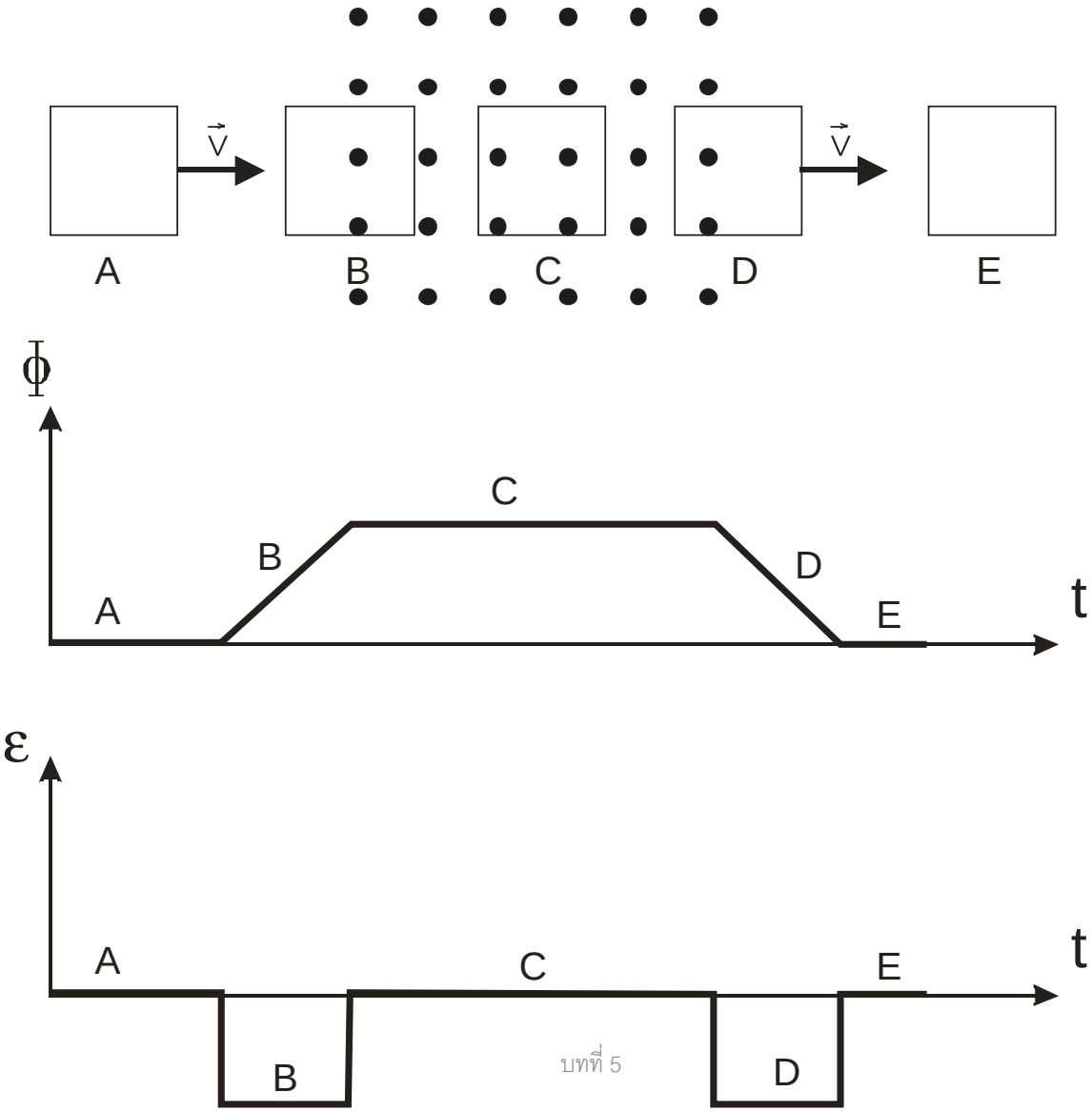
1. ค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในวงจรนี้ มีค่าเท่าใด

2. กระแสเหนี่ยวนำที่ไหลมีค่าเท่าไรและวนในทิศใด



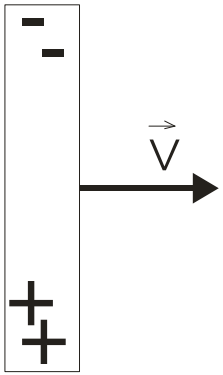
# ขนาด ทิศทางของกระแสไฟฟ้าและแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

<u>ตัวอย่าง 5.7</u> เมื่อมีการเคลื่อนขดลวดไปยังสนามแม่เหล็ก จะเกิดการเปลี่ยนแปลงแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\varepsilon$ และ ฟลักซ์แม่เหล็ก $\Phi_B$ ที่ขึ้นกับเวลาดังภาพ



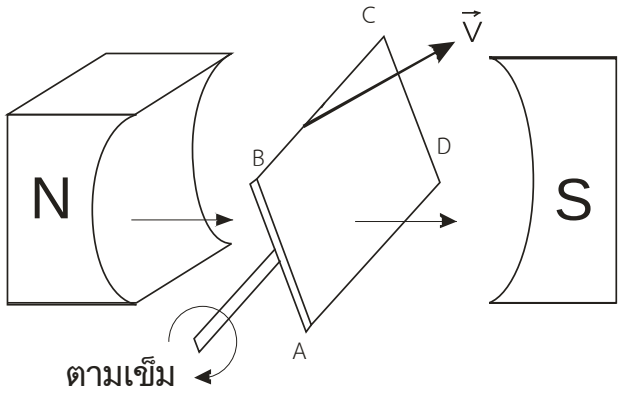
# สนามแม่เหล็ก แรงแม่เหล็ก แรงไฟฟ้า

กรณีที่แท่งทองแดงมีการเคลื่อนที่ไปยังขวามือ และมีสนามแม่เหล็กตั้งฉากกับแท่งทองแดง
เมื่อปรากฏว่ามีประจุลบสะสม อยู่ด้านบน และประจุลบสะสมอยู่ด้านล่าง ถามว่าสนามแม่เหล็กความมีทิศอย่างไร

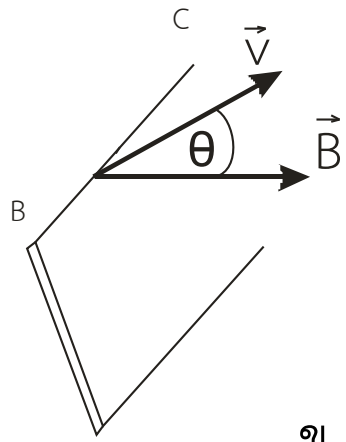


# เครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Generator)

เป็นเครื่องมือที่ทำการเปลี่ยนพลังงานกล ให้เป็นพลังงานไฟฟ้า โดยหลักการของการทำงานที่ใช้การเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก $\Phi_B$ ต่อเวลาทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ และกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า แสดงดังรูป 5.3

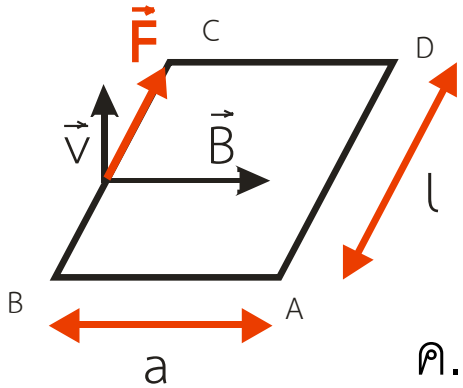



ก.

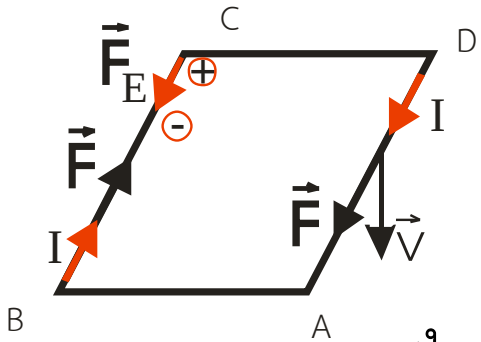



ข.

รูป ก แสดงขวดลวด ABCD วางตัวอยู่ในสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ที่มีทิศจากทิศ N ไปยังทิศ S การหมุนขดลวดในทิศทางตามเข็มนาฬิกาทำให้เกิดความเร็ว $\vec{v}$ บนขวดลวด BC ซึ่งทำมุม θ กับ $\vec{B}$ ดังรูป ข ขดลวด CD และ AB ให้แรงแม่เหล็ก (qvB) ไม่อยู่ในแนวเดียวกับขวดลวด เมื่อทำการหมุนขดลวดทำมุม θ = 90 องศา ดังรูป ค บนขดลวด BC เกิดแรงแม่เหล็ก $\vec{F}$ และแรงไฟฟ้า $\vec{F}_E$ เกิดกระแสเหนี่ยวนำไหลจาก B *ไปยัง* C ดังรูป ง ส่วนขวดลวด DA มีทิศความเร็ว $\vec{v}$ พุ่งลง ทำให้เกิดกระแสเหนี่ยวนำไหลจาก D *ไปยัง* A แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ε รวมมีค่า




ค.




ง.

$$\varepsilon = \text{ขดลวด BC} + \text{ขดลวด DA}$$

$$= Blv \sin\theta + Blv \sin\theta$$

$$\theta = \omega t \qquad v = \omega r = \omega(a/2)$$

$$\varepsilon = 2Bl\,\omega(a/2) \sin\omega t$$

$$= Bla\omega \sin\omega t = BA\omega \sin\omega t$$

โดย A = la เมื่อมีจำนวนขดลวด เท่ากับ N *ขด*

$$\varepsilon = NBA\omega \sin\omega t = \varepsilon_0 \sin\omega t$$

$\varepsilon_0$ เป็นค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่มีค่าสูงสุด ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อขดลวดทำมุม *90* องศา หรือ 270 องศา

# ตัวเหนี่ยวนำ (Inductor) : L *สัญญาลักษณ์*

ค่าสภาพเหนี่ยวนำ (Inductance) ของตัวเหนี่ยวนำมีค่า $$L = \frac{N\Phi_B}{i} \qquad (5.8)$$

โดย *N* คือจำนวนขดลวด สภาพเหนี่ยวนำมีค่า ($T.m^2/A$) หรือ เฮนรี่ (H)

พิจารณาขดลวดโซลินอยด์ที่มีพื้นที่หน้าตัด A และจำนวน*ขดลวดต่อความยาวมีค่า* n = N/l สามารถเขียนได้ว่า

$$N\Phi_B = (nl)\,BA \qquad (5.9)$$

จากกฎของ Ampere สำหรับขดลวดโซลินอยด์ที่ยาวมาก ให้ค่าสนามแม่เหล็ก B ที่เกิดขึ้นภายในขดลวดมีค่า

$$B = \mu_0 in \qquad (5.10)$$

*โดย* $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ < T.m/A > หรือ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ < H/m >

ทำให้สามารถเขียนค่าสภาพเหนี่ยวนำจากสมการ (*5.8*) ได้ใหม่ว่า

$$L = \frac{nlBA}{i} = \frac{nl\,(\mu_0 in)\,A}{i} = \mu_0 n^2 lA = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \qquad (5.10)$$

# ตัวเหนี่ยวนำ (Inductor) : L *สัญญาลักษณ์*

ค่าสภาพเหนี่ยวนำ (Inductance) ของตัวเหนี่ยวนำมีค่า $$L = \frac{N\Phi_B}{i} \qquad (5.8)$$

$$L = \frac{nlBA}{i} = \frac{nl\,(\mu_0 in)\,A}{i} = \mu_0 n^2 lA = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

$$Li = N\Phi_B$$

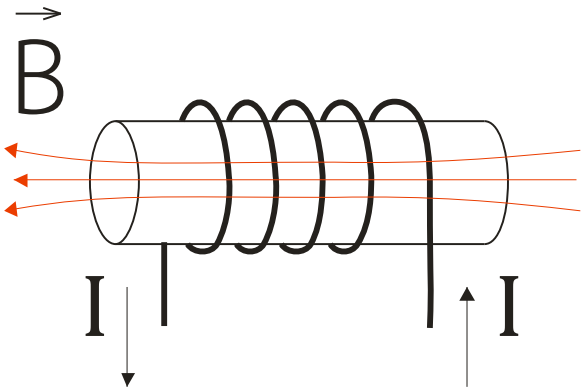
$$L\frac{di}{dt} = N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$ *(กฎของ Faraday)*

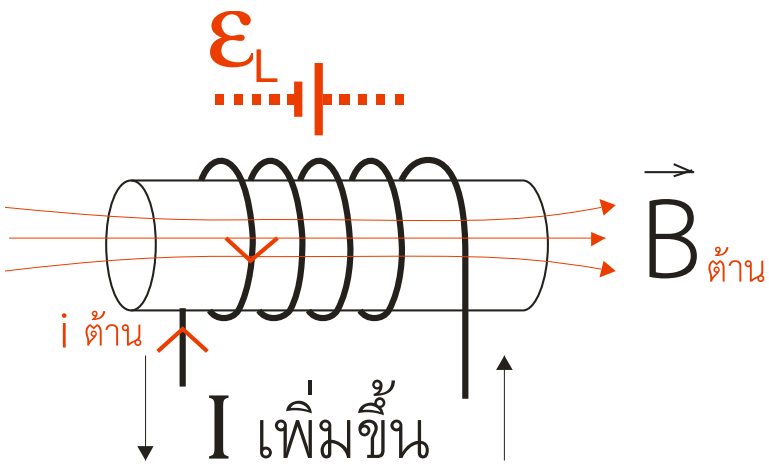
แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีค่า $$\varepsilon = -L\frac{di}{dt} \qquad (5.14)$$

เป็นไปตามกฎของ ***Lenz*** กล่าวว่าเมื่อมีการเพิ่มขึ้นของกระแส ***i*** จะเกิดสภาพเหนี่ยวนำตัวเอง (Self-Inductance) ที่ต่อต้านการเปลี่ยนดังกล่าว เครื่องหมาย **"-"** แสดงการต้านการเปลี่ยนแปลง ส่วนแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีขนาด $\varepsilon_L = L\,di/dt$

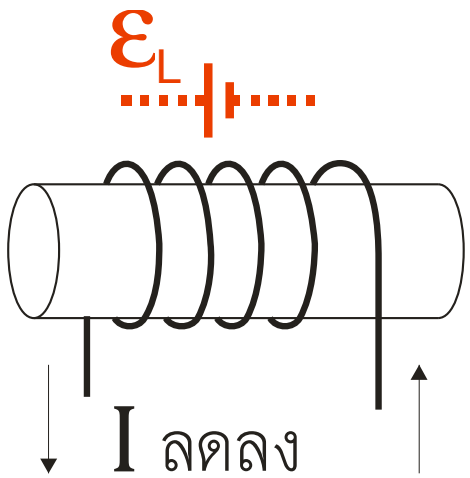
<u>ตัวอย่าง 5.9</u> กรณีที่ขดลวดพันรอบแท่งเหล็ก เมื่อให้กระแสไหลไปยังขดลวด ทำให้เกิดมีสนามแม่เหล็ก *B* ที่เกิดขึ้นดังรูป (ตามกฎนิ้วโป้งทิศของกระแส และนิ้วทั้งสี่แทนทิศของสนามแม่เหล็ก) จากขวาไปซ้าย ต่อมามีการเปลี่ยนแปลงกระแสมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับเวลา ตามกฎของ *Lenz* สมการ *(5.14)* จะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะมีทิศทางตรงกันข้าม แสดงดังรูป *5.4* ข ในทางตรงกันข้ามเมื่อกระแสมีค่าลดลง แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะเกิดในทิศทางเพื่อลดการไหลของกระแส ดังรูป *5.4* ค




รูป *5.4* ก

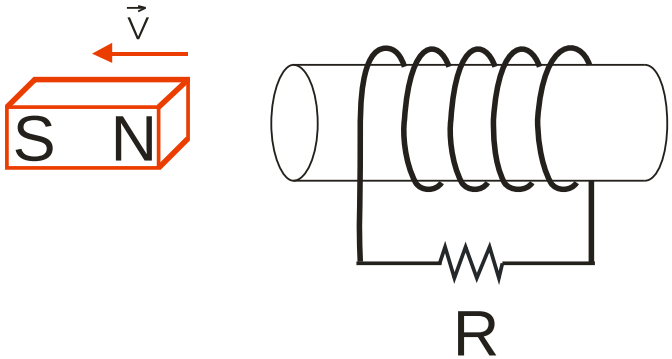



รูป *5.4* ข



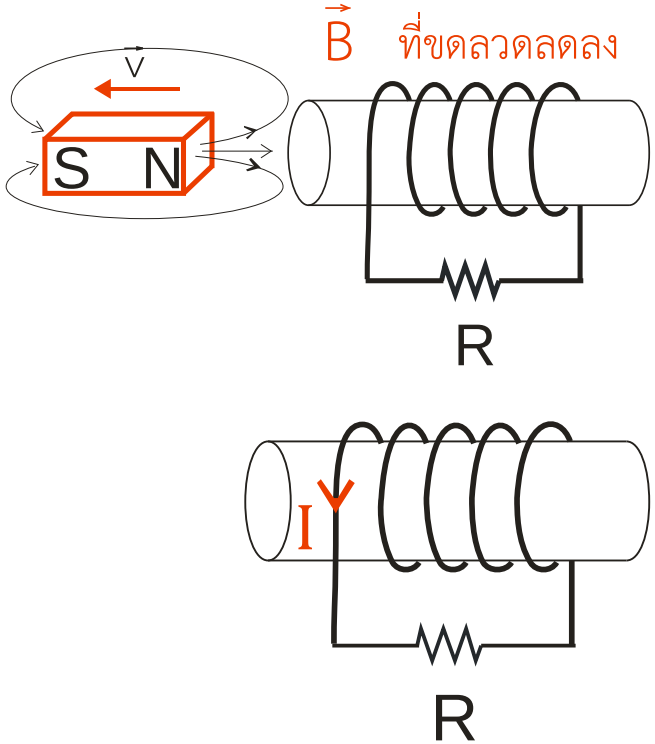

รูป *5.4* ค

<u>ตัวอย่าง 5.10</u> กรณีต่อขดลวดพันกบแท่งเหล็กและต่อเข้ากับตัวต้านทาน R ดังรูป 5.5 จากนั้นวางแท่งแม่เหล็กไว้ทางซ้ายมือของขดลวดดังกล่าว เมื่อมีการเคลื่อนที่แท่งแม่เหล็ก ก) ไปทางซ้าย ข) ไปทางขวามือ จงหาทิศทางของกระแสที่ตัวต้านทาน



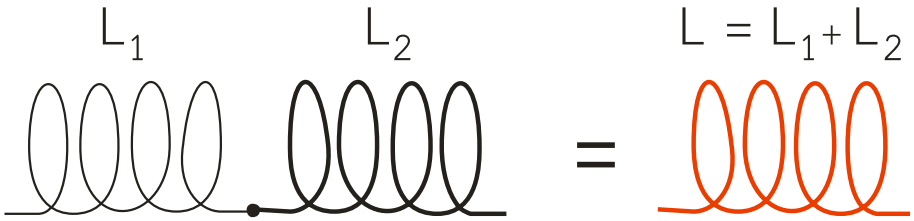

รูป *5.5 ก*

(เฉลย)

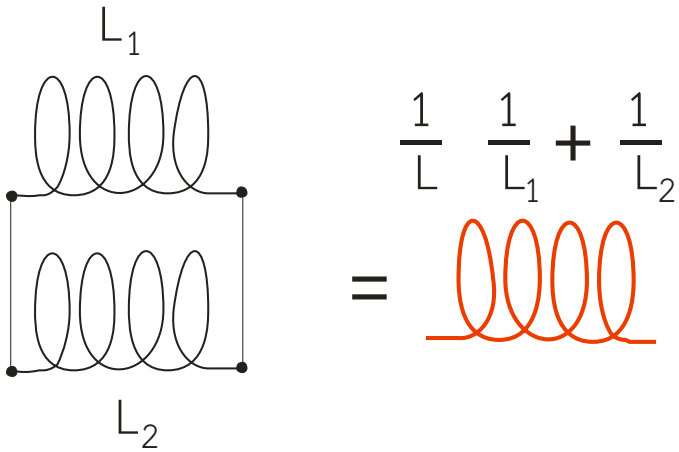


# ตัวเหนี่ยวนำ (Inductor) : L *สัญญาลักษณ์*

การนำตัวเหนี่ยวมาต่อกันแบบอนุกรม




การนำตัวเหนี่ยวมาต่อกันแบบขนาน



<u>ตัวอย่าง 5.11</u> เมื่อขดลวดโซลินอยด์มีจำนวน 200 ขดมีความยาวของขดลวดเป็น 20 cm และมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $4.00 \times 10^{-4}$ m$^2$

ก. จงหาคำนวณค่าสภาพเหนี่ยวนำ L ของขดลวดดังกล่าว

ข. เมื่อกระแสในขดลวดมีอัตราลดลงเท่ากับ 10.0 A/s จงคำนวณหาค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำของขดลวดโซลีนอยด์

$$L = \frac{nlBA}{i} = \frac{nl\,(\mu_0 in)\,A}{i} = \mu_0 n^2 lA = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \qquad (5.10)$$

*โดย* $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ < H/m >

$$L = \frac{4\pi \times 10^{-7} < H/m > \; 200^2\,(4.00 \times 10^{-4}\,m^2)}{20 \times 10^{-2}\,m} = 0.1 \text{ mH}$$

แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt} \qquad (5.14)$$

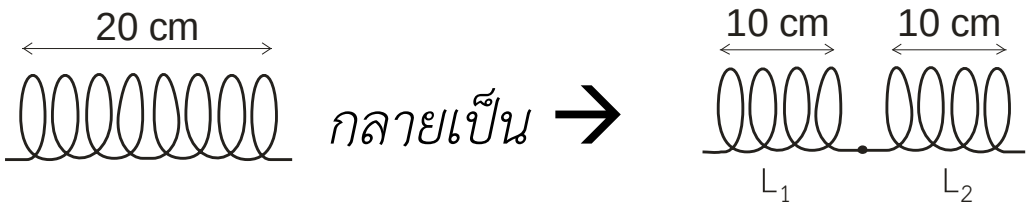
$$\varepsilon = -0.1 \times 10^{-3} H\,(-10\,A/s) = 1\ mV$$

# ตัวเหนี่ยวนำ (Inductor) : L *สัญญาลักษณ์*

<u>ตัวอย่าง 5.12</u> นำขดลวดโซลินอยด์จากตัวอย่าง 5.11 มาตัดครึ่ง นำขดลวดทั้งสองมาต่อกัน ก) แบบอนุกรม และ ข) แบบขนาน จงหาค่าสภาพเหนี่ยวนำ L ของขดลวดดังกล่าว

$$L = \frac{nlBA}{i} = \frac{nl\,(\mu_0 in)\,A}{i} = \mu_0 n^2 lA = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \qquad (5.10)$$

โดย $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ < H/m >




$L_1 = 0.05\,mH$ $L_2 = 0.05\,mH$ $L_{\text{ขนาน}} = 0.025\,mH$

# ตัวเหนี่ยวนำ (Inductor) : L *สัญญาลักษณ์*

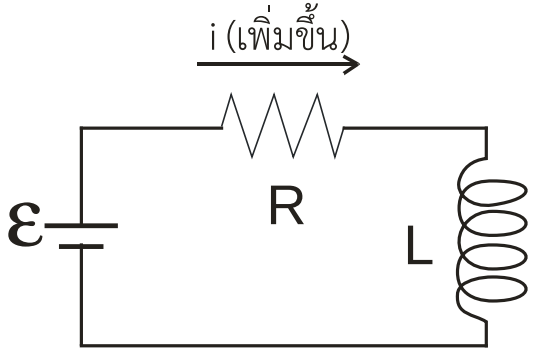
<u>ตัวอย่าง 5.13</u> เมื่อขดลวดโซลินอยด์มีค่าสภาพเหนี่ยวนำ L = 0.25 mH มีความยาวของขดลวดเป็น 25 cm และมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $4.00 \times 10^{-4}\ m^2$ จงหา

ก. จำนวนรอบต่อความยาว n

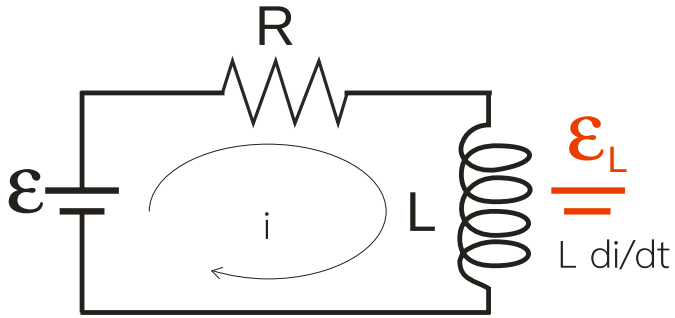
ข. เมื่อแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีค่า -12.5 mV การเปลี่ยนแปลงของกระแสต่อเวลามีค่าเท่าไร

(1410 รอบ/m) และ (50 A/s)

วงจร RL มีการต่อกับแรงดันไฟฟ้า $\varepsilon$ ดังรูป 5.7ก) ถ้าในวงจรมีเฉพาะ $R$ กระแสจะมีการเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว จนกระทั่งมีค่า $\frac{\varepsilon}{R}$ แต่เป็นเพราะแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\varepsilon_L$ $(= -L\, di/dt)$ ตามกฎของ *Lenz* ต้านการเพิ่มขึ้นของกระแสจาก $\varepsilon$ อัตราการเพิ่มของกระแสในวงจรเริ่มจากมีค่ามาก และมีค่าลดลงเมื่อเวลาผ่านไป จนกระทั่ง $di/dt = 0$ กระแสในวงจรจึงจะมีค่า $\frac{\varepsilon}{R}$ *ในที่สุด*




รูป 5.7 ก)




รูป 5.7 ข)

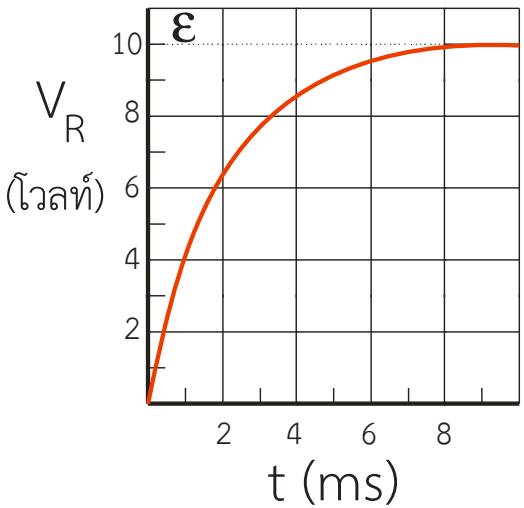
**การเพิ่มขึ้นของกระแส (*Rising current*)**

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}}\right) \qquad (5.18)$$

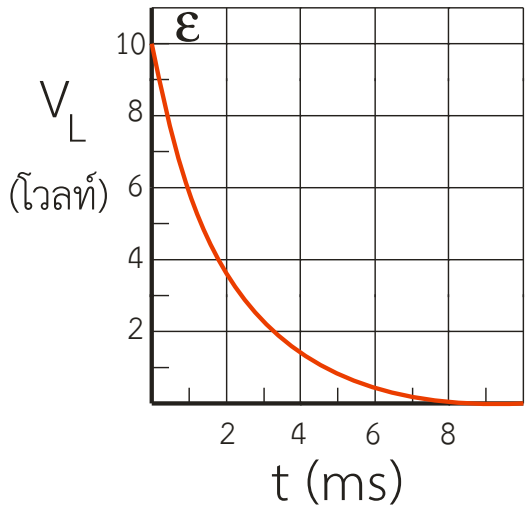
ค่าคงตัวของเวลาเหนี่ยวนำ $\tau_L = \frac{L}{R}$

# การเพิ่มขึ้นของกระแส : วงจร *RL*

วงจรรูป *5.7* จะมีกระแสไหลตามสมการ *5.18* ทำให้กระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทาน *R* เกิดแรงดันไฟฟ้า $V_R(t) = i(t)\,R$ สามารถแสดงดังตัวอย่างรูป *5.8* ก) ขณะเดียวกันเกิดแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ $V_L(t) = L\,di/dt$ ดังรูป *5.8* ข) ผลรวมของ $V_R(t) + V_L(t) = \varepsilon = 10$

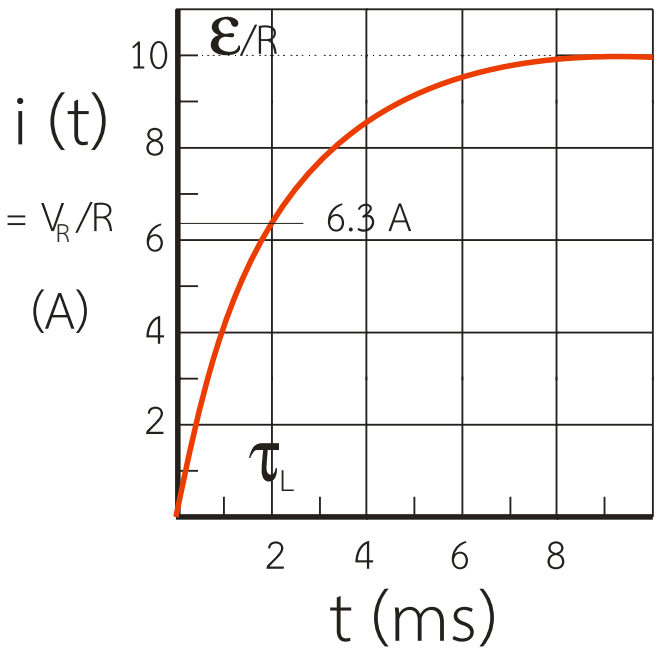



รูป *5.8* ก)




รูป *5.8* ข)

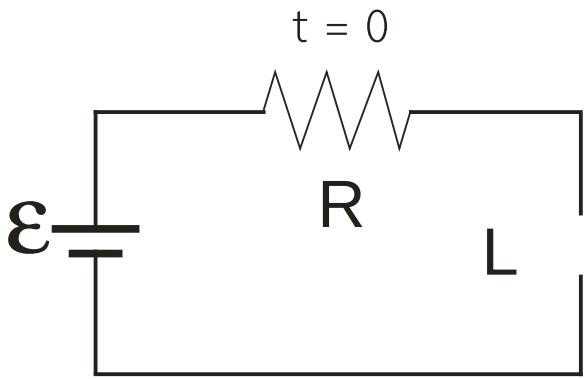
$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}}\right)$$



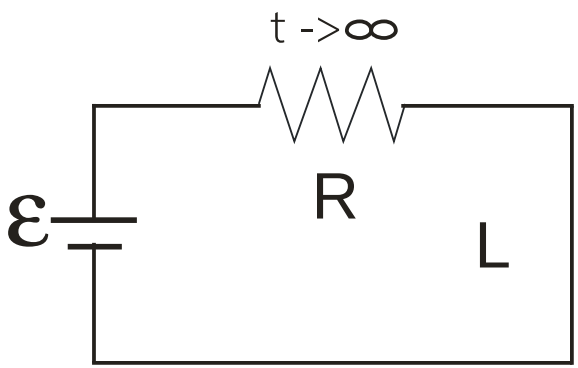

At $t = \tau_L$ $\quad i(t = \tau_L) = 0.63\,\dfrac{\varepsilon}{R}$

ความต้านทานในวงจรมีค่า $R = 1\ \Omega$ กระแสมีค่า $6.3\ A$

# ตัวเหนี่ยวนำ ในวงจรการเพิ่มขึ้นของกระแส : : วงจร *RL*




วงจร **RL** เมื่อ **t = 0** กระแสไม่มีการไหลในวงจร เสมือนว่าตัวเหนี่ยวนำ **L** ไม่มีการต่อวงจร



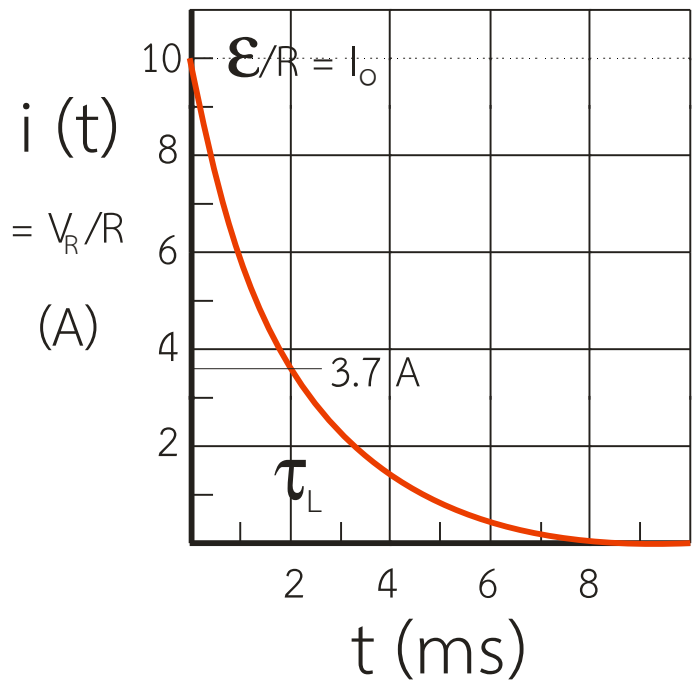

หลังจากที่กระแสไหลในวงจรนานมาก $i(t \rightarrow \infty) = \mathcal{E}/R$ กระแสมีค่าสูงสุด เสมือนว่าตัวเหนี่ยวนำ L ปล่อยให้กระแสไหลผ่านได้อย่างเต็มที่

การลดลงของกระแส *(Decaying current)*

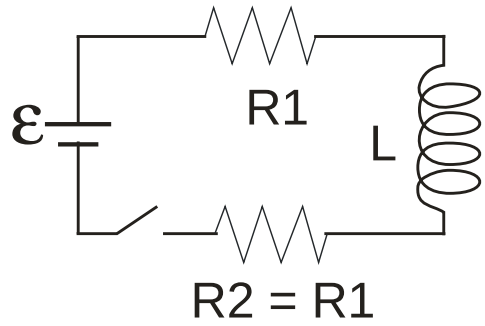
$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{\frac{-t}{\tau_L}} \qquad (5.22)$$

$$i(t = \tau_L) = \frac{\varepsilon}{R}(e^{-1}) = 0.37 \frac{\varepsilon}{R}$$

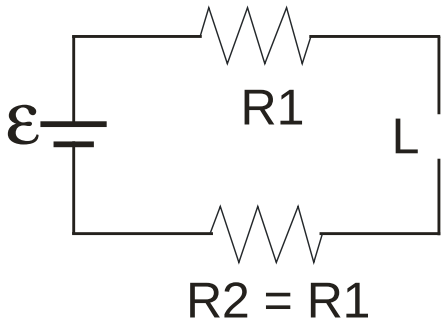
*ที่* t = 0 ms จะได้ i (t=0) = *10/1 = 10 A* (ซึ่งมีค่าเท่ากับกระแสในรูป เมื่อ *t >> 8 ms)* เมื่อ t = $\tau_L$ = 2 ms *กระแสมีค่า* i (t= $\tau_L$) = *10/1 (0.37) = 3.7 A* และเมื่อ *t* มีค่านานมาก (*t* → ∞) i (∞) = *0*



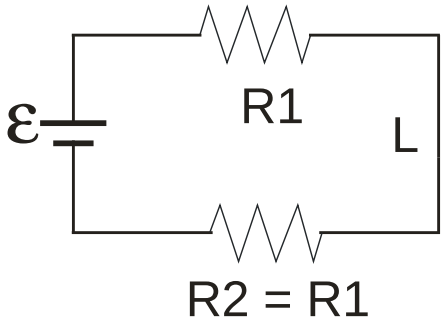
<u>ตัวอย่าง 5.13</u> จากวงจรการเพิ่มขึ้นของกระแส (*Rising current*)ข้างล่าง ก) กระแสไหลในวงจร RL มีค่าเท่าไรเมื่อ เริ่มเปิดสวิทช์ (t=0) ข) เมื่อเวลาผ่านไปนานมาก กระแสที่ไหลมีค่าเท่าใด และแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อม $R_1$ มีค่าเท่ากับเท่าใด




ก. วิธีทำ $t=0$ สามารถเขียนวงจรใหม่ได้



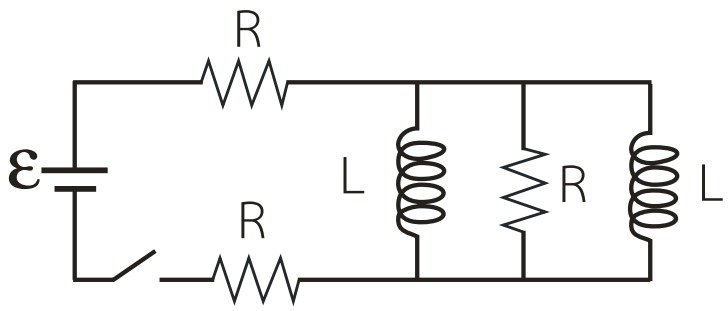

ข. เมื่อเวลาผ่านไปนานมาก สามารถเขียนวงจรใหม่ได้




แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อม $R_1$

$$iR_1 = \varepsilon/(2R_1)^* R_1 = \varepsilon/2 \ V$$

<u>ตัวอย่าง 5.14</u> จากวงจรการเพิ่มขึ้นของกระแส (*Rising current)*ข้างล่าง ก) กระแสไหลในวงจร RL มีค่าเท่าไรเมื่อ เริ่มเปิดสวิทช์ (t=0) ข) เมื่อเวลาผ่านไปนานมาก กระแสที่ไหลมีค่าเท่าใด





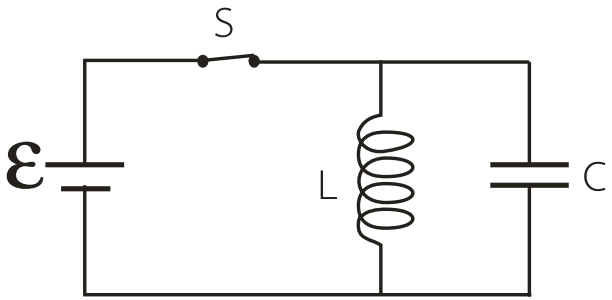

(คำตอบ ก. I = ε/3R ข. I = ε/2R)

$$U_L = \frac{1}{2}LI^2$$

**พลังงานที่สะสมในขดเหนี่ยวนำ *(Energy stored in inductor)***

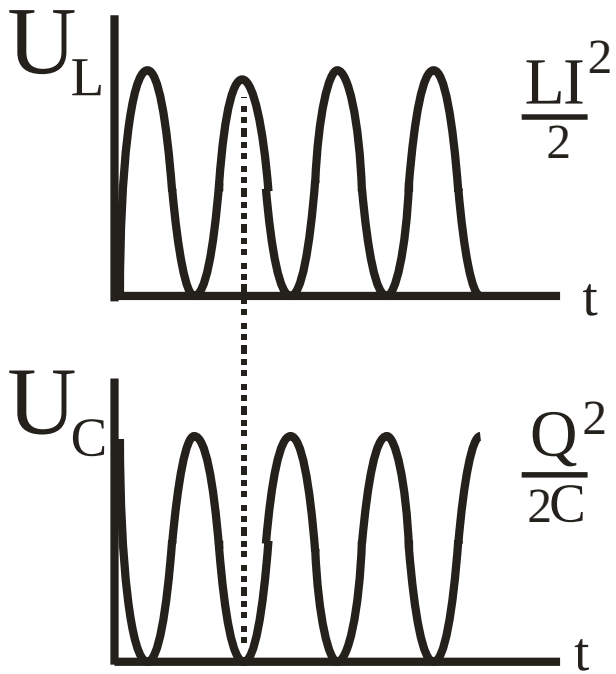
**วงจร *LC (LC Circuits)***

พลังงานสะสมที่ *L* และ *C*




$$U = U_L + U_C$$

$$U_C = \frac{Q^2}{2C}$$

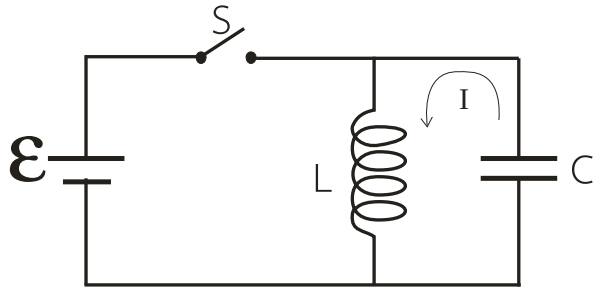



การเพิ่มและลดของกระแสในวงจร ไม่ได้อยู่ในรูปสมการ exponential อีกต่อไป

$$q\,(t) = Q_0 \cos \omega_0 t$$

$$I\,(t) = I_0 \sin \omega_0 t$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

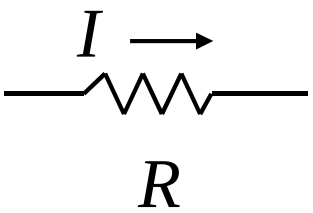



วงจร *LC* เมื่อหยุดการจ่ายพลังงานจากแบตเตอรี่

# อุปกรณ์ไฟฟ้าพื้นฐาน

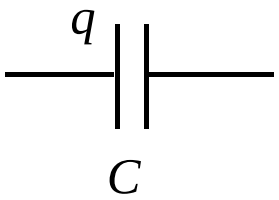


ตัวต้านทาน



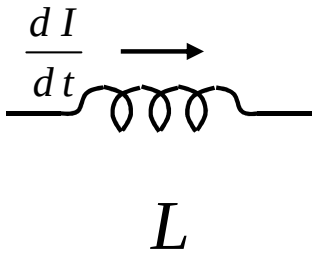

$$V_R = IR$$

ตัวเก็บประจุ




$$V_C = \frac{q}{C}$$

ตัวเหนี่ยวนำ

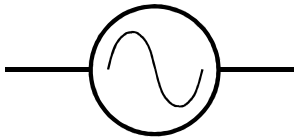



$$V_L = L\frac{dI}{dt}$$

แบตเตอรี

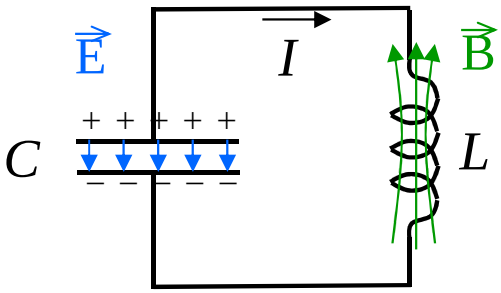
$$V = \mathcal{E}_\circ$$

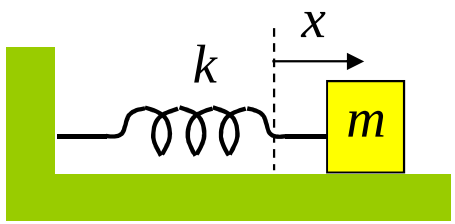
แหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ



$$V = \mathcal{E}_\circ \sin \omega t$$

# วงจร LC vs มวลที่ปลายสปริง




$$\frac{d^2q}{dt^2}+\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2 q=0$$

$$\omega_\circ=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$q=q_\circ\cos\omega_\circ t$$

$$I=\frac{dq}{dt}=\omega_\circ q_\circ\sin\omega_\circ t$$

$$U=\frac{1}{2}\frac{q_\circ^2}{C}$$

$$U_C=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

$$U_L=\frac{1}{2}LI^2$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)^2 x=0$$

$$\omega_\circ=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x=x_\circ\cos\omega_\circ t$$

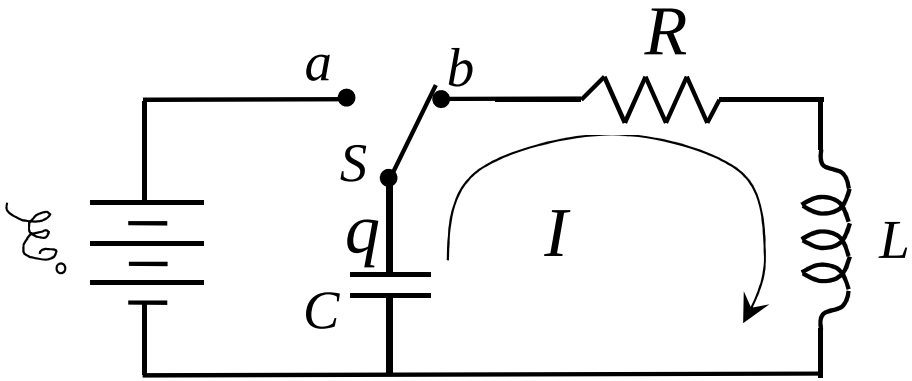
$$v=\frac{dx}{dt}=\omega_\circ x_\circ\sin\omega_\circ t$$

$$U=\frac{1}{2}kx_\circ^2$$

$$E_P=\frac{1}{2}kx^2$$

$$E_K=\frac{1}{2}mv^2$$

# วงจร RLC (Damped Osillation)




เพิ่มความต้านทานในวงจร LC

$$L\frac{dI}{dt}+IR=\frac{q}{C}$$

$$I=-\frac{dq}{dt}$$

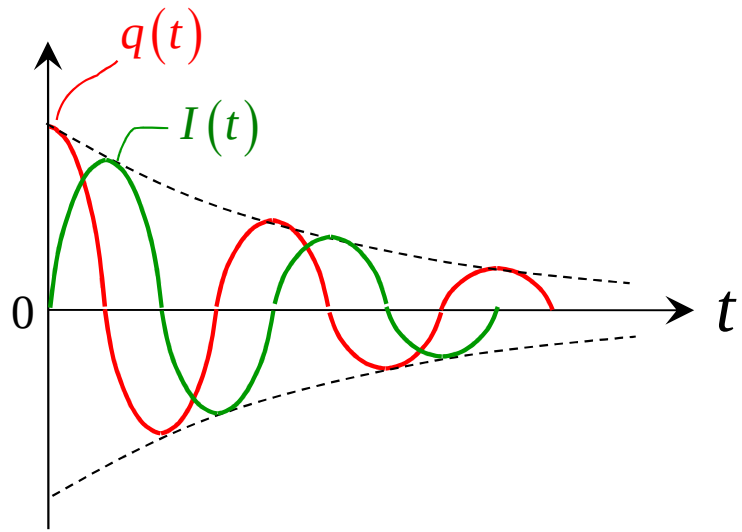
$$\boxed{L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0}$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dq}{dt}+\frac{q}{LC}=0$$

"สมการการแกว่งกวัดแบบหน่วง"

"Damping" "Oscillating"

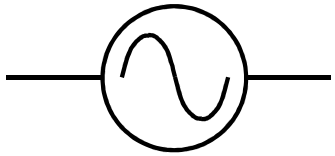
$$q=q'_o e^{-\frac{t}{2\tau}}\cos(\omega t+\phi)$$




พลังงานรวมจะลดลงเรื่อยๆ

เนื่องจากมีการทำงานที่ตัวต้านทาน

# แหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ



$$V = V_\circ \sin \omega t$$

$$\omega = 2\pi f$$

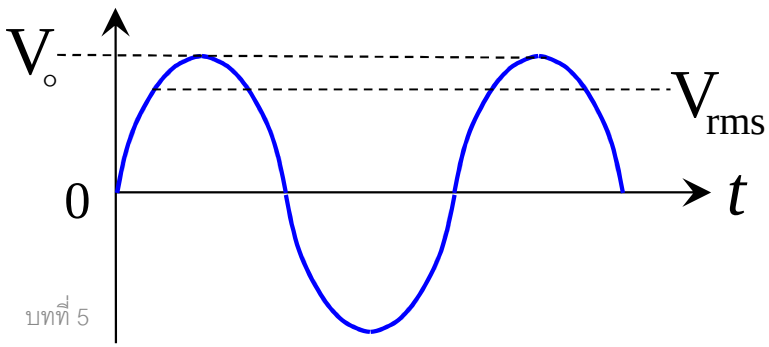
ในประเทศไทย f = 50 Hz

$$V^2 = V_\circ^2 \sin^2 \omega t = \frac{V_\circ^2}{2}\left(1 - \cos 2\omega t\right)$$

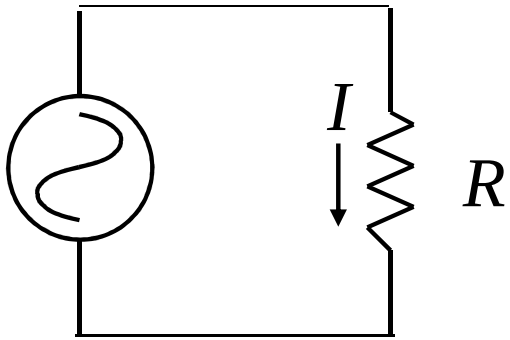
$$V_{rms} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} == \sqrt{\left\langle \frac{V_\circ^2}{2}\left(1 - \cancel{\cos 2\omega t}\right)\right\rangle}$$

$$V_{rms} = \frac{V_\circ}{\sqrt{2}}$$

ไฟฟ้าในบ้านในประเทศไทย $V_{rms}$ = 220 V



# ตัวต้านทานในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

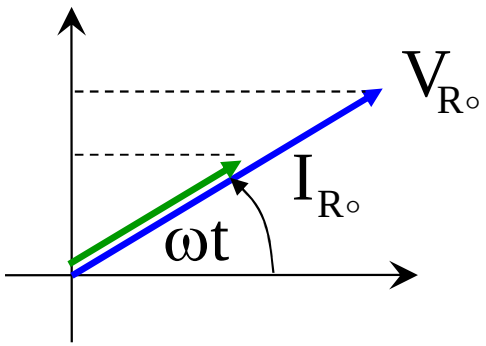


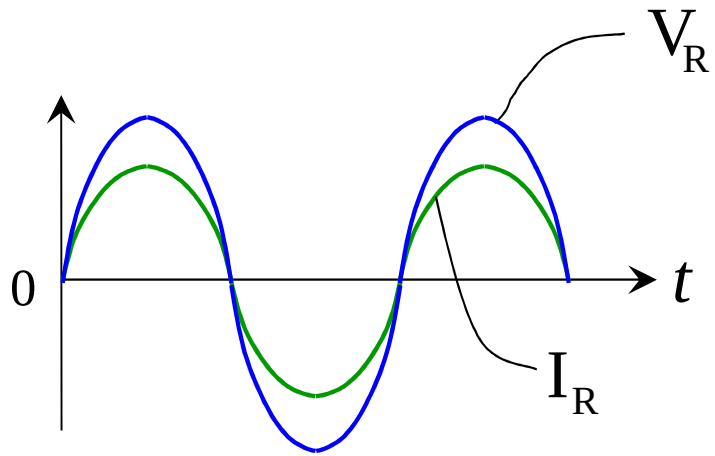

$$V_R = V_{R\circ} \sin \omega t$$

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_{R\circ}}{R} \sin \omega t = I_{R\circ} \sin \omega t$$

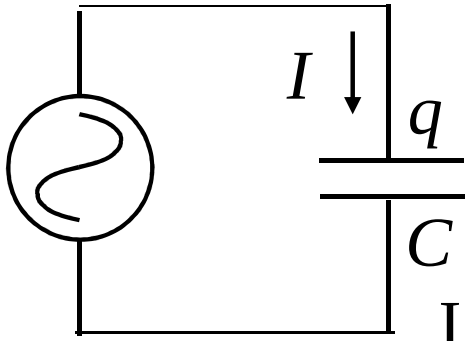
$$\boxed{V_R = V_{R\circ} \sin \omega t} \Longleftrightarrow \boxed{I_R = \frac{V_{R\circ}}{R} \sin \omega t}$$

$V_R$ และ $I_R$ เปลี่ยนพร้อมกัน (เฟสตรงกัน)



# ตัวเก็บประจุในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ



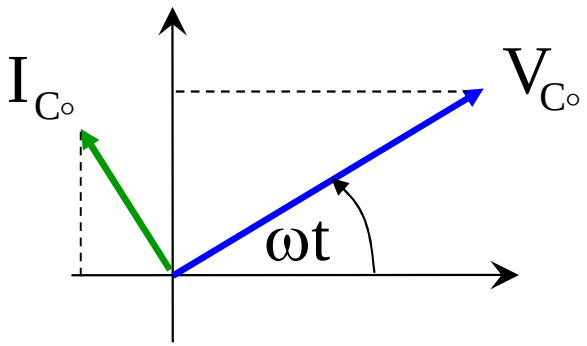

$$V_C = V_{C\circ} \sin \omega t$$

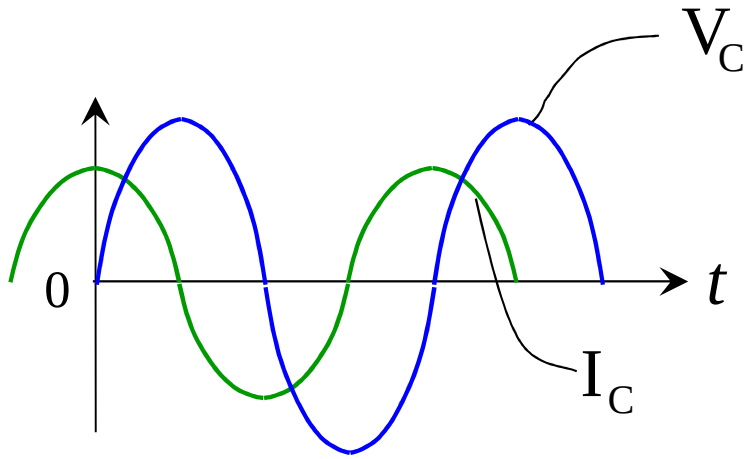
$$q_C = CV_C = CV_{C\circ} \sin \omega t$$

$$I_C = \frac{d}{dt} q_C = \omega C V_{C\circ} \cos \omega t = \frac{V_{C\circ}}{X_C} \cos \omega t$$

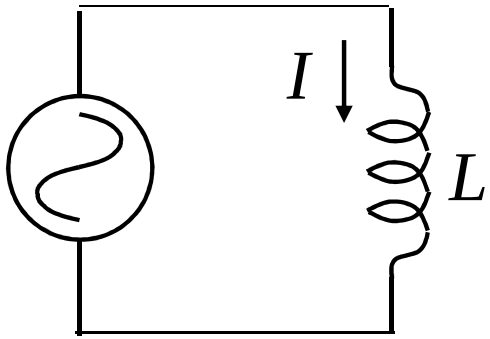
$$\boxed{V_C = V_{C\circ} \sin \omega t} \Longleftrightarrow \boxed{I_C = \frac{V_{C_0}}{X_C} \cos \omega t} \qquad \boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}}$$

$V_C$ มีเฟสตามหลัง $I_C$ อยู่ $90^o$



# ตัวเหนี่ยวนำในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

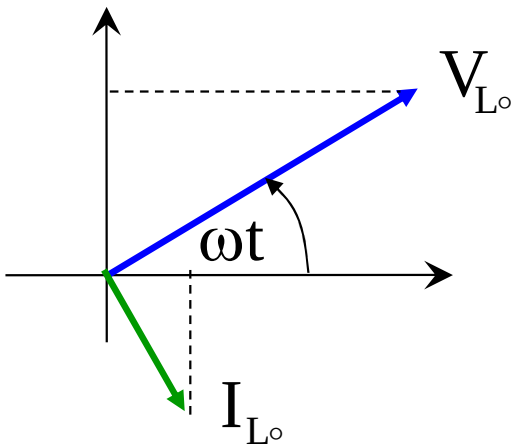


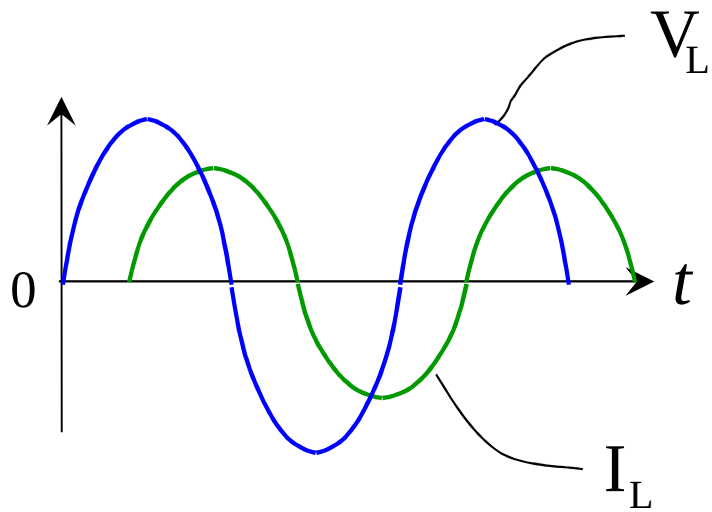

$$V_L = V_{L\circ} \sin \omega t \qquad V_L = L\frac{d}{dt} I_L$$

$$I_L = \frac{V_{L\circ}}{L}\int \sin \omega t \, dt = -\frac{V_{L\circ}}{\omega L}\cos \omega t$$

$$\boxed{V_L = V_{L\circ} \sin \omega t} \Longleftrightarrow \boxed{I_L = -\frac{V_{L\circ}}{X_L}\cos \omega t} \qquad \boxed{X_L = \omega L}$$

$V_L$ มีเฟสนำหน้า $I_L$ อยู่ $90^o$



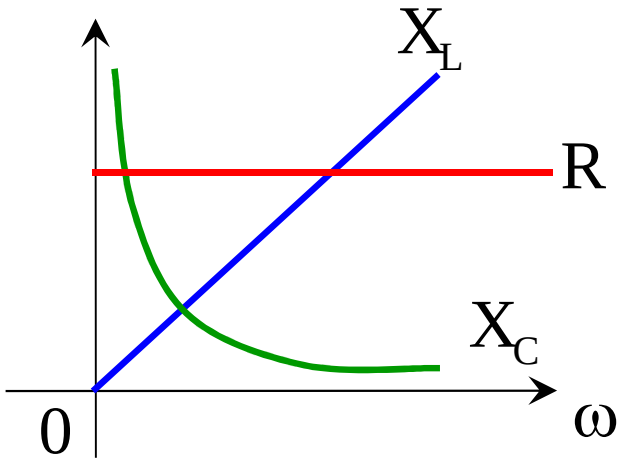



# ความต้านทานจินตภาพ (Reactance)

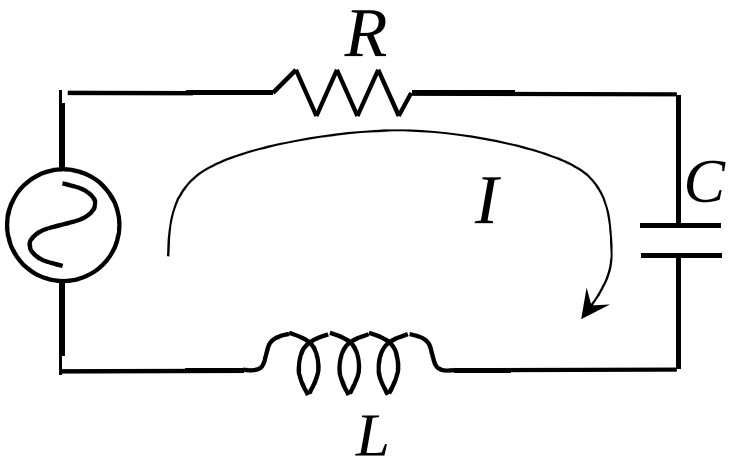
ในตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ V และ I ไม่ได้แปรผันตามกัน

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}}$$ "Capacitive Reactance"

$$\boxed{X_L = \omega L}$$ "Inductive Reactance"



# วงจร RLC กระแสสลับ



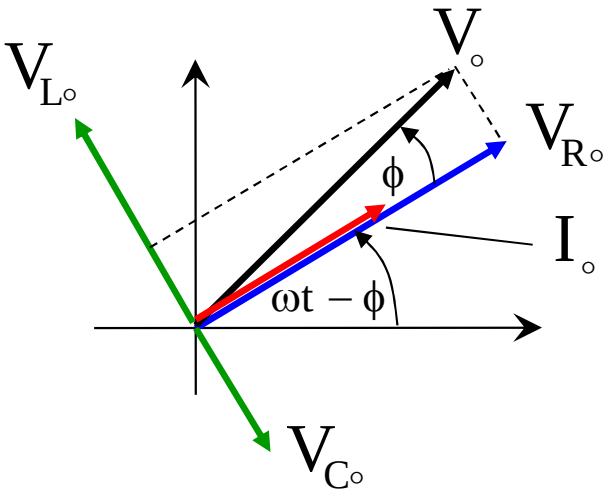

$$V_L + V_R + V_C = V_\circ \sin \omega t$$

$$\boxed{L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V_\circ \sin \omega t}$$

"Forced Oscillation"

$$\boxed{V = V_\circ \sin(\omega t)}$$

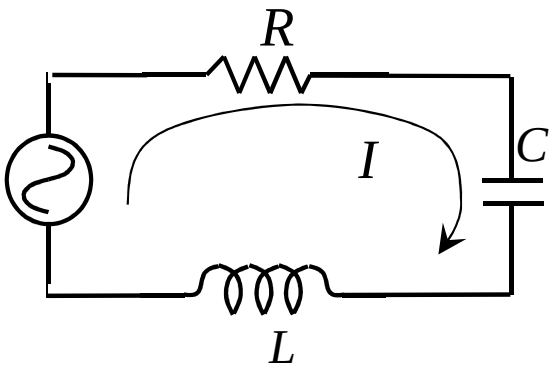
$$\boxed{I = I_\circ \sin(\omega t - \phi)}$$




I มีเฟสต่างจาก V ของแหล่งกำเนิดอยู่เท่ากับ $\phi$

$$V_\circ = \sqrt{V_{R\circ}^2 + (V_{\circ L} - V_{\circ C})^2}$$

# ความต้านทานเชิงซ้อน (Impedance)

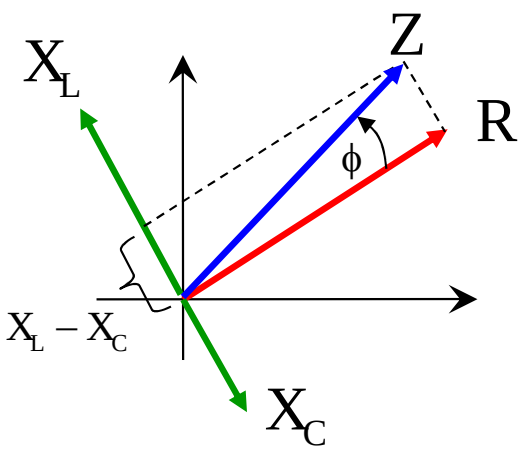



$$V = V_\circ \sin(\omega t)$$

$$I = I_\circ \sin(\omega t - \phi)$$

$$V_\circ^2 = V_{R\circ}^2 + (V_{\circ L} - V_{\circ C})^2 = (I_\circ R)^2 + (I_\circ X_L - I_\circ X_C)^2$$

$$I_\circ = \frac{V_\circ}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \Rightarrow I_\circ = \frac{V_\circ}{Z}$$

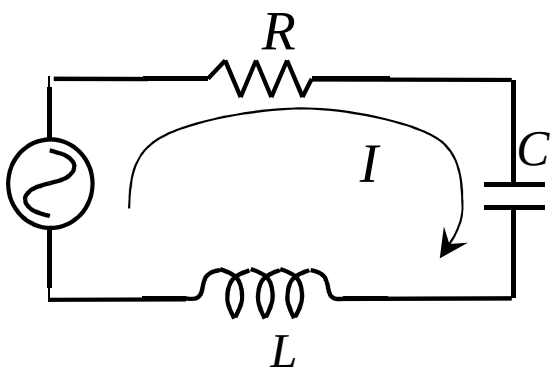



$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

"ความต้านทานเชิงซ้อน" (Impedance)

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

# เรโซแนนซ์ (Resonace)



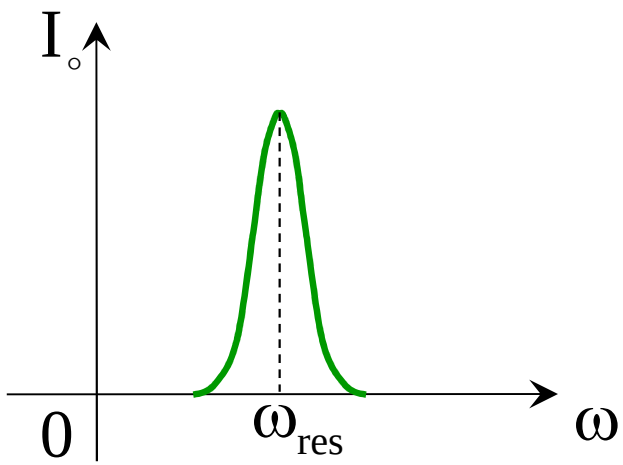

$$I_\circ = \frac{V_\circ}{Z} = \frac{V_\circ}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

กระแสในวงจรจะไหลมากที่สุดเมื่อ $X_L = X_C$

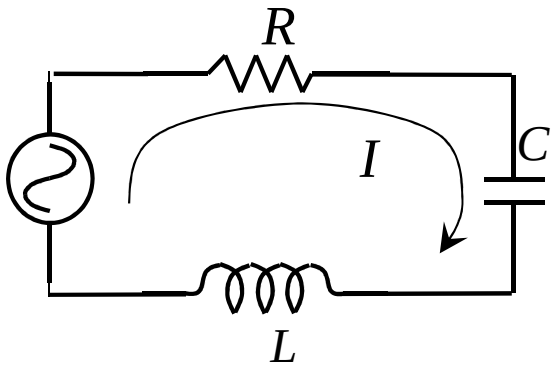
$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_\circ}$$

เมื่อความถี่ธรรมชาติของวงจรเท่ากับความถี่ของแหล่งกำเนิด
เรียกความถี่นั้นว่า “ความถี่เรโซแนนซ์”

$$\boxed{\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \qquad \boxed{f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$



# กำลังไฟฟ้า




$$I = I_\circ \sin(\omega t - \phi)$$

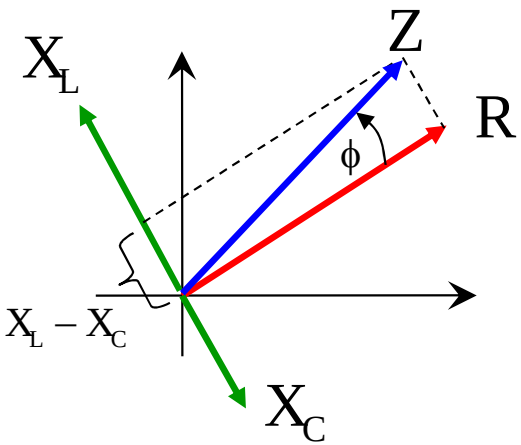
$$P = I^2 R = I_\circ^2 R \sin^2(\omega t - \phi)$$

กำลังเฉลี่ย

$$P_{avg} = I_\circ^2 R\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{I_\circ}{\sqrt{2}}\right)^2 R$$

$$\boxed{P_{avg} = I_{rms}^2 R}$$

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z}$$




$$P_{avg} = I_{rms}\left(\frac{V_{rms}}{Z}\right)R = I_{rms} V_{rms} \frac{R}{Z}$$

$$\boxed{P_{avg} = I_{rms} V_{rms} \cos\phi}$$

$$\boxed{\cos\phi = \frac{R}{Z}}$$

"Power factor"

ที่เรโซแนนซ์ power factor = 1 จะมีการจ่ายกำลังไฟฟ้าได้สูงสุด