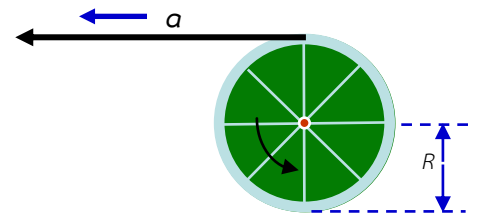
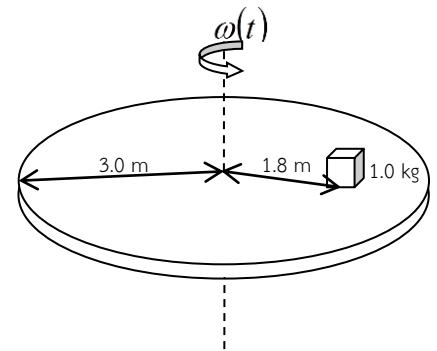




- แผ่นวงกลมขนาดใหญ่มีรัศมี 5.0 m หมุนรอบแกนที่ตั้งฉากและผ่านจุดศูนย์กลางของแผ่น ด้วยอัตราคงตัว 0.75 รอบ/s กำหนดให้จุด A อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะ 1.0 m จุด B อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะ 2.5 m และ จุด C อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะ 5.0 m
 - ในช่วงเวลา 2.0 s แผ่นวงกลมนี้หมุนได้กี่รอบ
 - ในช่วงเวลา 2.0 s แผ่นวงกลมนี้หมุนได้มุมกี่เรเดียน
 - ในช่วงเวลา 2.0 s แผ่นวงกลมจุด A เคลื่อนที่ได้ระยะเท่าใด
 - ในช่วงเวลา 2.0 s แผ่นวงกลมจุด B เคลื่อนที่ได้ระยะเท่าใด
 - ในช่วงเวลา 2.0 s แผ่นวงกลมจุด C เคลื่อนที่ได้ระยะเท่าใด
 - จุด A, B, และ C มีอัตราเร็วเชิงมุมเท่ากันหรือไม่ ถ้าไม่เท่ากัน จุดใดมีอัตราเร็วเชิงมุมมากที่สุด
 - จุด A, B, และ C มีอัตราเร็วเชิงเส้นเท่ากันหรือไม่ ถ้าไม่เท่ากัน จุดใดมีอัตราเร็วเชิงเส้นมากที่สุด
 - จุด A, B, และ C มีอัตราเร็วเชิงเส้นเท่ากับเท่าใด

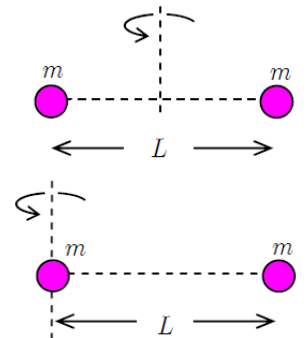


- ล้ออันหนึ่งมีขนาดรัศมี R เท่ากับ 0.4 m สามารถหมุนได้อย่างอิสระรอบแกน ซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางและตั้งฉากกับระนาบของล้อ ถ้าล้ออันนี้มีเชือกเบาพันรอบและอยู่นิ่งที่เวลาเริ่มต้น $t = 0$ และต่อมา เชือกดังกล่าวเริ่มถูกดึง ทำให้มีความเร่งเชิงเส้นคงตัวขนาด $a = 4.0 \text{ m/s}^2$ ในทิศทางดังแสดงในรูป ถามว่าล้อจะหมุนได้กี่รอบในเวลา 10 วินาที

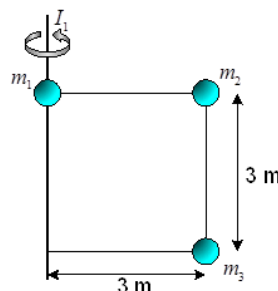
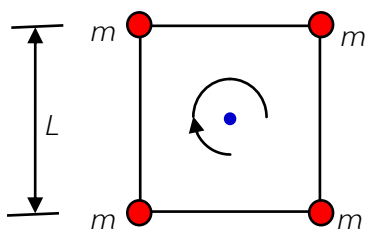


- แผ่นดิสก์วงกลมขนาดใหญ่มีรัศมี 3.0 m หมุนรอบแกนที่ตั้งฉากและผ่านจุดศูนย์กลางของแผ่น ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω ที่ไม่คงตัว โดยเปลี่ยนไปกับเวลา t ตามสมการ $\omega(t) = (\pi/2)t^2$ โดยที่ ω มีหน่วยเป็น rad/s และ t มีหน่วยเป็น s มีกล่องมวล 1.0 kg วางอยู่บนแผ่น ที่จุดซึ่งห่างจากแกนหมุนเป็นระยะ 1.8 m โดยกล่องนี้หมุนไปพร้อมกับแผ่นด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเดียวกัน
 - เมื่อ $t = 2.0 \text{ s}$ แผ่นวงกลมนี้มีอัตราเร็วเชิงมุมเท่าใด
 - เมื่อ $t = 2.0 \text{ s}$ กล่องมวล 1.0 kg ที่อยู่บนแผ่นมีอัตราเร็วเชิงเส้นเท่าใด
 - เมื่อ $t = 2.0 \text{ s}$ แผ่นวงกลมนี้มีอัตราเร่งเชิงมุมเท่าใด
 - เมื่อเวลาผ่านไป 2.0 s นับจากเวลาเริ่มต้น ($t = 0$) แผ่นวงกลมหมุนไปได้กี่รอบ
 - เมื่อ $t = 2.0 \text{ s}$ กล่องมวล 1.0 kg ที่วางอยู่บนแผ่นมีความเร่งขนาดเท่าใด

- จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุที่หมุนรอบแกนนี้ ในแต่ละข้อต่อไปนี้
 - ระบบสองอนุภาค มวล m เท่ากัน อยู่ห่างกัน L แกนหมุนผ่านกึ่งกลางระหว่างมวลทั้งสองและตั้งฉากกับเส้นที่เชื่อมอนุภาคทั้งสอง
 - ระบบสองอนุภาค มวล m เท่ากัน อยู่ห่างกัน L แกนหมุนผ่านอนุภาคหนึ่งและตั้งฉากกับเส้นที่เชื่อมอนุภาคทั้งสอง

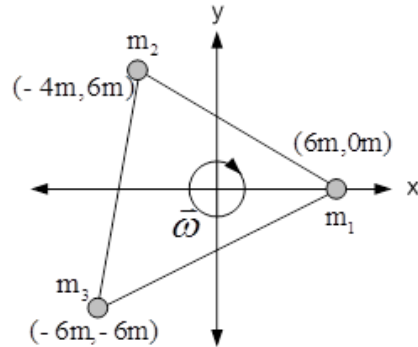
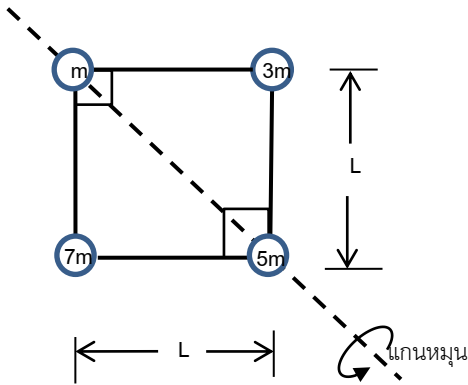


- จงคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของมวลจุดขนาด m เท่ากัน 4 อัน ซึ่งอยู่ที่มุมของสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีความยาวด้านละ L รอบแกนหมุน ซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของสี่เหลี่ยมและตั้งฉากกับระนาบของสี่เหลี่ยม

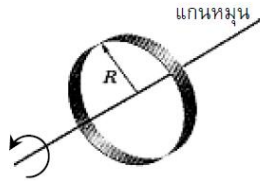
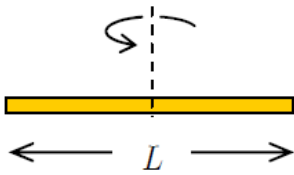


- จากรูปบนด้านขวา มวล $m_1 = 1 \text{ kg}$ มวล $m_2 = 3 \text{ kg}$ มวล $m_3 = 4 \text{ kg}$ จงคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุน I_1

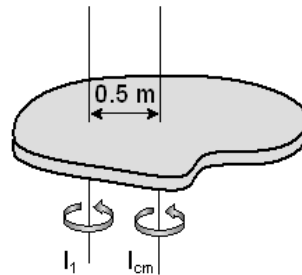
7. วัตถุเกร็งหนึ่งประกอบด้วยมวลจุด 4 ก้อนแต่ละก้อนมีค่ามวลตามที่ระบุในรูปล่างซ้าย แต่ละก้อนต่อเชื่อมกันด้วยลวดแข็งและเบาเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนตามรูปของวัตถุเกร็งนี้มีค่าเท่าใด



8. มวล $m_1 = 1\text{kg}$ มวล $m_2 = 2\text{kg}$ และ มวล $m_3 = 3\text{kg}$ อยู่ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังรูปด้านบนขวา มวลทั้งสามถูกตรึงให้คงรูปทรง ดังในรูปด้วยลวดตรงที่เบามาก เมื่อหมุนระบบรอบแกนที่ตั้งฉากกับระนาบ xy และผ่านจุดกำเนิด ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม $\omega = 2\text{rad/s}$ และหมุนในทิศตามเข็มนาฬิกา จงหาพลังงานจลน์ของระบบนี้
9. คานยาว L มวล M มีมวลกระจายสม่ำเสมอ ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของคานนี้รอบแกนหมุนที่ผ่านตรงกลางและตั้งฉากกับคาน (ดูรูปด้านล่างซ้าย) มีค่าเท่าใด

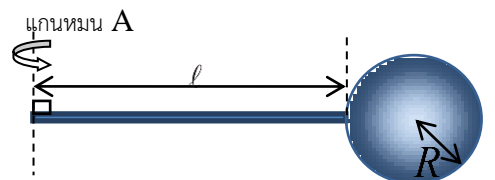


10. วงแหวนรัศมี R มวล M มีมวลกระจายสม่ำเสมอ ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวงแหวนนี้ รอบแกนหมุนที่ผ่านตรงกลาง และตั้งฉากกับระนาบวงแหวนมีค่าเท่าใด (รูปบนขวา)
11. จากรูปแท่งเหล็กมวล M ความหนาแน่นสม่ำเสมอ ยาว L เมตร มีค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน I_1 เท่าใด (รูปล่างซ้าย)



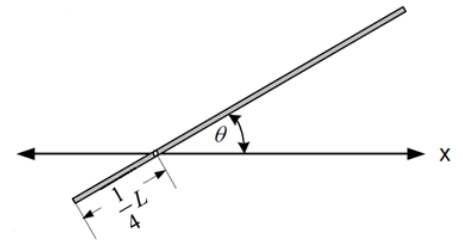
12. วัตถุอันหนึ่งมวล 2.0 kg มีรัศมีโรเจอร์ชันรอบแกน I_1 ในรูป เท่ากับ $\sqrt{3/2}\text{ m}$ พบว่า วัตถุนี้มีการหมุนรอบแกนนี้ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงตัวเท่ากับ 2.0 rad/s (รูปบนขวา)
- พลังงานจลน์ของวัตถุนี้มีค่าเท่าใด
 - ถ้าระยะห่างระหว่างแกน I_1 กับแกนที่ขนานกับแกนนี้และผ่านจุดศูนย์กลางมวลมีค่าเท่ากับ 0.50 m ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของแกนหมุนที่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลและขนานกับแกน I_1 นี้มีค่าเท่าใด

13. แท่งเหล็กตรงมวล M ยาว l ที่ปลายด้านหนึ่งของแท่งเหล็กมีทรงกลมเหล็กตัน มวล $2M$ รัศมี R อยู๋ ดังรูป โมเมนต์ความเฉื่อยของระบบนี้รอบแกน A ในรูป มีค่าเท่าใด



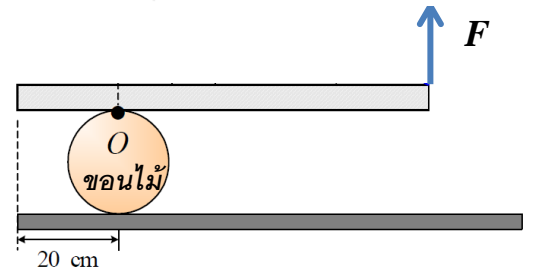
14. คานตรงอันหนึ่งมีมวล 2.0 kg ยาว 1.0 m ถ้ามีทอร์กสุทธิมากระทำต่อคาน ทำให้หมุนรอบแกนหมุน ซึ่งอยู่ห่างจากปลายด้านหนึ่งเป็นระยะ $\frac{1}{4}$ ของความยาวคานด้วยอัตราเร็วเชิงมุม $\omega(t) = 5\pi^2 t + 2\pi$ ในหน่วย rad/s โดยในตอนเริ่มต้นคานทำมุม $\theta = \pi/6$ rad กับแกนนอน ดังรูป

- อัตราเร็วเชิงมุมของคานนี้ที่ $t = 1.5$ s มีค่าเท่ากับเท่าใด
- อัตราเร่งเชิงมุมของคานนี้ที่ $t = 2.0$ s มีค่าเท่ากับเท่าใด
- มุมที่คานนี้ทำกับแกนนอนที่ $t = 1.0$ s มีค่าเท่ากับเท่าใด
- ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของคานรอบแกนหมุนนี้มีค่าเท่าใด
- ขนาดของทอร์กสุทธิที่กระทำต่อคานที่เวลา $t = 2.0$ s มีค่าเท่ากับเท่าใด



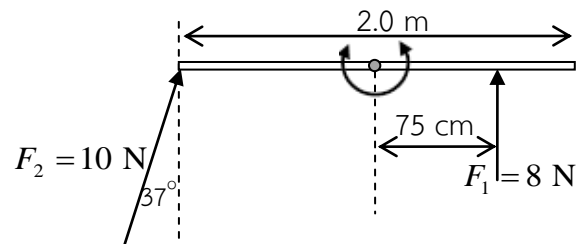
15. คานตรงมีมวลกระจายสม่ำเสมอ 5 kg ยาว 1.0 m วางอยู่บนขนอนไม้ที่จุด O ดังแสดงในรูป ที่ปลายด้านขวาของคานมีแรงดึงคานให้อยู่ในแนวระดับได้

- แรงนี้ต้องมีขนาดเท่าใด
- แรงตั้งฉากที่ขนอนไม้ทำต่อคานมีขนาดเท่าใด



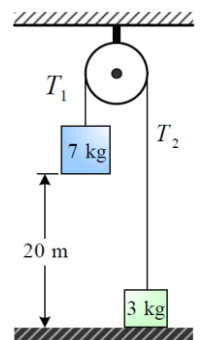
16. แท่งไม้ตรงยาวอันหนึ่ง ยาว 2.0 m มีมวล 9.0 kg ตอกตะปูที่จุดกึ่งกลาง เพื่อให้หมุนรอบแกนหมุนนี้ได้โดยไม่มีความเสียดทาน มีแรงเพียง 2 แรง กระทำต่อแท่งไม้นี้ให้หมุนได้ โดยมีขนาด ทิศทาง และตำแหน่งที่กระทำบน แท่งไม้ ดังแสดงในรูป

- โมเมนต์ความเฉื่อยของแท่งไม้รอบแกนหมุนดังกล่าวมีค่าเท่าใด
- ทอร์กสุทธิที่กระทำต่อไม้มีค่าเท่าใด (อย่าลืมบอกทิศทางด้วย)
- แท่งไม้นี้จะหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมเท่าใด



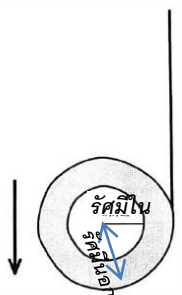
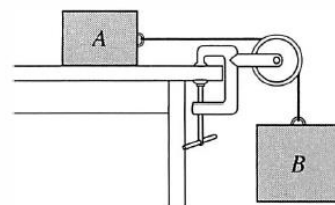
17. คล้องเชือกเบาผ่านรอกรัศมี 0.4 m ซึ่งมีมวล 2.5 kg และแขวนจากเพดานและหมุนได้โดยไม่มีความเสียดทาน โดยปลายด้านหนึ่งของเชือกผูกติดกับกล่อง 3 kg ส่วนอีกด้านติดกับกล่องมวล 7 kg ดังรูป ให้ประมาณว่า รอกเป็น แผ่นดิสก์ที่มีมวลกระจายตัวสม่ำเสมอ

- อัตราเร็วของกล่อง 7 kg ก่อนกระทบพื้น มีค่าเท่าใด
- อัตราเร่งของกล่อง 3 kg ขณะเคลื่อนที่ขึ้น มีค่าเท่าใด
- อัตราเร่งเชิงมุมของรอกมีค่าเท่าใด
- แรงดึงเชือกแต่ละข้างมีค่าเท่าใด

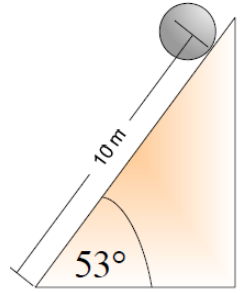


18. เชือกเบาพันรอบด้านนอกของทรงกระบอกกลางที่มีมวล 12.0 kg โดยรัศมีในยาว 15.0 cm และรัศมีนอกยาว 30.0 cm ถ้าปล่อยให้ทรงกระบอกกลางดังกล่าวให้เคลื่อนที่ลงมา แรงดึงเชือกขณะที่ทรงกระบอกกลางตกลงมา มีค่าเท่าใด

19. กล่อง 2 ใบต่อกันด้วยเชือกเบาที่คล้องผ่านรอก โดยกล่อง A มีมวล 5.00 kg และกล่อง B มีมวล 4.00 kg รอกมีมวล 8.00 kg และมีรัศมี 4.00 cm ให้นักศึกษาหาความเร่งของกล่อง และขนาดของแรงดึงเชือกในส่วนที่นอนกับส่วนที่ตั้ง โดยให้ประมาณว่ารอกเป็นแผ่นดิสก์ที่มีมวลกระจายตัวสม่ำเสมอ และไม่มีความเสียดทานในระบบ

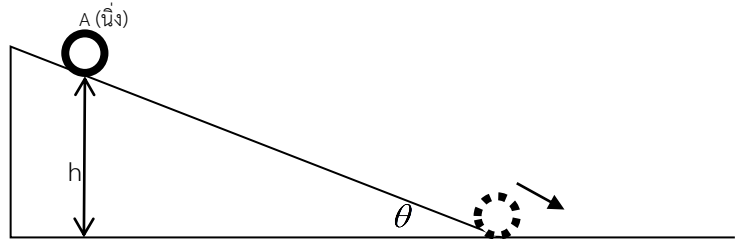


20. ลูกเหล็กทรงกลมตันมีมวลกระจายสม่ำเสมอ 4.00 kg รัศมี 0.10 m กลิ้งโดยไม่ไถลลงมาตามพื้นเอียงเป็นระยะ 10.0 m ดังรูป โดยเริ่มจากอยู่นิ่ง จงหาปริมาณต่อไปนี้



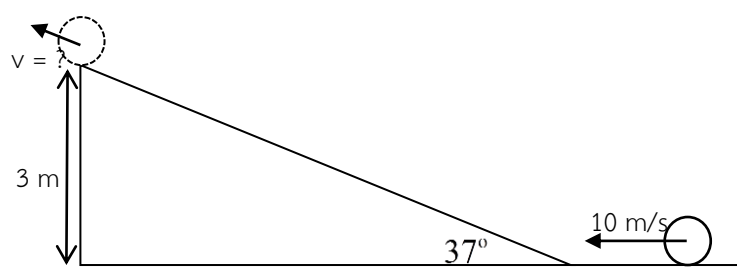
- อัตราเร็วของจุดศูนย์กลางมวลเมื่อถึงพื้นระดับ
- สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างพื้นกับลูกเหล็กมีค่าน้อยเท่าใด

21. วงแหวนรัศมี R มวล M กลิ้งโดยไม่ไถลลงมาตามพื้นเอียงที่ทำมุม θ กับแนวระดับ โดยเริ่มจากอยู่นิ่งที่จุด A ที่ความสูง h จากพื้นระดับ



- เมื่อเคลื่อนที่มาถึงพื้น วงแหวนมีอัตราเร็วเท่าใด
- ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างพื้นกับวงแหวนมีค่าน้อยเท่าใด

22. ทรงกระบอกตันรัศมี 0.20 m มวล 25 kg กลิ้งโดยไม่ไถลไปบนพื้นราบก่อนขึ้นพื้นเอียงซึ่งทำมุม 37° องศากับแนวระดับ โดยขณะที่กลิ้งบนพื้นราบ มีอัตราเร็วของจุดศูนย์กลางมวลคงตัวเท่ากับ 10 m/s เมื่อขึ้นพื้นเอียงก็ยังคงกลิ้งโดยไม่ไถลอยู่ แต่จะมีอัตราเร็วที่ไม่คงตัว(คือลดลงตามระดับความสูง) เราทราบว่า จุดปลายด้านบนของพื้นเอียงอยู่สูงจากพื้นระดับ 3.0 m ดังรูป



- ขณะที่กลิ้งโดยไม่ไถลไปบนพื้นราบ พลังงานจลน์ทั้งหมดของทรงกระบอกตันนี้มีค่าเท่าใด
- เมื่อทรงกระบอกตันกลิ้งโดยไม่ไถลต่อไปบนพื้นเอียง จนมาถึงจุดปลายด้านบนสุดของพื้นเอียง ทรงกระบอกจะมีอัตราเร็วที่จุดนี้ เท่าใด
- ทรงกระบอกมีอัตราเร่งเท่าใด ในช่วงที่เคลื่อนที่ขึ้นพื้นเอียง

23. มีชายคนหนึ่งมวล 100 kg ซึ่งตอนแรกยืนอยู่ที่ตรงจุดศูนย์กลางของแผ่นกลมที่หมุนได้รอบแกน ที่ผ่านจุดศูนย์กลางและตั้งฉากกับแผ่นได้ โดยไม่มีความเสียดทาน และมีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนนี้เท่ากับ 2000 kg m^2 โดยแผ่นกลมในตอนนี้หมุน 1 รอบใช้เวลา 5.0 s ต่อมาชายคนนี้เดินไปตามแนวรัศมีจากจุดศูนย์กลางแผ่นออกมาเป็นระยะ 3.0 m ในตอนนี้แผ่นกลมดังกล่าวจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าใด

24. แผ่นกลม 2 แผ่น แผ่นบนมีมวล 1.0 kg รัศมี 0.050 m กับ แผ่นล่างมี มวล 4.0 kg รัศมี 0.10 m ทั้งคู่หมุนอย่างอิสระต่อกันในตอนแรก โดยมีลักษณะการหมุนในตอนแรก 3 กรณี ดังแสดงในรูปด้านล่าง อัตราเร็วเชิงมุมในตอนต้นเท่ากันหมดทุกกรณี คือ แผ่นบนมีค่า 0.30 rad/s แผ่นล่าง 0.10 rad/s เมื่อปล่อยให้แผ่นบนหล่นลงไปทับแผ่นล่าง ทั้งคู่จะหมุนไปด้วยกัน ในแต่ละกรณี ทั้งคู่จะหมุนไปด้วยกันด้วยความเร็วเชิงมุมเท่าใดบ้าง

