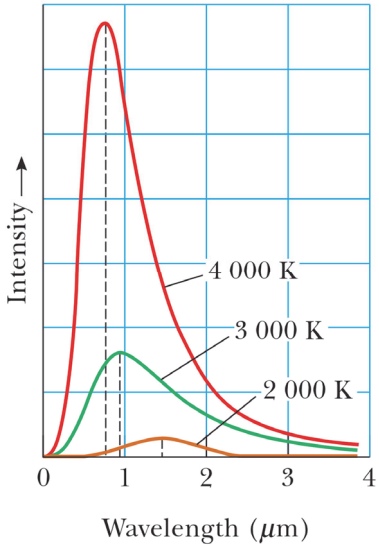
8. ทฤษฎีควอนตัมเบื้องต้น

การแผ่รังสีของวัตถุดำ

วัตถุต่าง ๆ เมื่อมีอุณหภูมิสูงขึ้นจะปลดปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมาในปริมาณที่สัมพันธ์กับอุณหภูมิของวัตถุนั้น เรียกว่า การแผ่รังสีความร้อน ตัวอย่างเช่นเมื่อเผาแท่งเหล็กให้ร้อน จะเริ่มเห็นเนื้อเหล็กเปลี่ยนเป็นสีแดง (แท่งเหล็กปล่อยคลื่นในช่วงแสงสีแดง) เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นจะเป็นสีเหลือง และเปล่งแสงสีขาวเมื่อร้อนจัด นักวิทยาศาสตร์พบว่าคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจากการแผ่รังสีความร้อนประกอบด้วยความยาวคลื่นในช่วงคลื่นต่าง ๆ เกิดเป็นสเปกตรัมต่อเนื่อง ซึ่งมีความเข้มแสงในแต่ละความยาวคลื่นต่างกัน เพื่อทำความเข้าใจหลักของการแผ่รังสีความร้อนของวัตถุจะเริ่มจากวัตถุที่เป็นตัวแผ่รังสีหรือวัตถุอุดมคติ มีคุณสมบัติดังนี้ การแผ่รังสีของวัตถุขึ้นกับอุณหภูมิของวัตถุเท่านั้น วัตถุอุดมคติปลดปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ดีทุกย่านความถี่ (การแผ่รังสีในแต่ละความถี่มีความเท่าเทียมกัน) และสามารถดูดกลืนคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ดีทุกย่านความถี่ (เมื่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตกกระทบวัตถุ คลื่นจะไม่สะท้อนออกมาเพราะถูกดูดกลืนไว้) เรียกตัวแผ่รังสีอุดมคตินี้ว่า วัตถุดำ (black body)



รูป 1 สเปกตรัมการแผ่รังสีความร้อนจากการทดลอง [2]

กฎการกระจัดของวีน (Wien's displacement law)

จากการศึกษาสเปกตรัมของการแผ่รังสีความร้อนจากวัตถุดำ โดยการวัดความเข้มของคลื่นกับความยาวคลื่นที่แผ่ออกมา พบว่าอุณหภูมิของวัตถุ (T) สัมพันธ์กับความยาวคลื่นที่ให้ค่าความเข้มสูงสุด (λ_{max}) ของสเปกตรัมที่แผ่ออกมา ดังนี้

$$\lambda_{max} T = 2.898 \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K} \tag{8.1}$$

เรียกความสัมพันธ์นี้ว่า กฎการกระจัดของวีน ซึ่งใช้ประมาณค่าอุณหภูมิของวัตถุได้จากความยาวคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่ออกมา (อาจหาความยาวคลื่นได้จากการเลี้ยวเบนของแสงผ่านเกรตติงเลี้ยวเบน) จะเห็นว่าเมื่ออุณหภูมิของวัตถุสูงขึ้น ค่าความยาวคลื่นที่ให้ความเข้มสูงสุดจะมีค่าน้อยลง หรือจุดยอดของสเปกตรัมจะเลื่อนไปทางที่ความยาวคลื่นสั้นลง ดังนั้นสามารถประมาณอุณหภูมิได้จากการสังเกตความยาวคลื่นที่แผ่ออกมาหรือสีของวัตถุ เช่น เปลวไฟสีน้ำเงินจะร้อนกว่าเปลวไฟสีแดง

จากสเปกตรัมของการแผ่รังสีสามารถหาความเข้มรวม (พลังงานทั้งหมดต่อหน่วยพื้นที่) ของรังสีที่แผ่ออกมาจากวัตถุได้จากการรวมพื้นที่ใต้กราฟสเปกตรัม ได้จาก

$$I(T) = \sigma T^4 \quad \left[\mathrm{W/m^2}\right] \tag{8.2}$$

เรียกความสัมพันธ์นี้ว่ากฎของชเตฟาน-โบลต์ซมันน์ (Stefan-Boltzmann law) โดยที่ σ เป็นค่าคงตัวเท่ากับ $\sigma = 5.6705 \times 10^{-8}\ \mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$

ตัวอย่าง ประมาณอุณหภูมิจากกฎการกระจัดของวีน

ร่างกายของมนุษย์จะมีอุณหภูมิประมาณ $35^{\circ}\mathrm{C}$ ความเข้มของรังสีความร้อนที่แผ่ออกมาจากผิวหนังจะมีค่าสูงสุดที่ความยาวคลื่นใด

วิธีทำ ใช้กฎการกระจัดของวีน

$$\lambda_{max} T = 2.898 \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$$

แปลงอุณหภูมิในหน่วยองศาเซลเซียสเป็นเคลวิน

$$T[\mathrm{K}] = T[^{\circ}\mathrm{C}] + 273$$
$$T = 35 + 273 = 308\ \mathrm{K}$$

ความยาวคลื่นที่ให้ค่าความเข้มสูงสุด (λ_{max}) ของสเปกตรัมที่แผ่ออกมา

$$\lambda_{max} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{T}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{2.898\times10^{-3}}{308} = 9.41\ \mu\text{m}$$

ความยาวคลื่น $9.41\ \mu\text{m}$

ตัวอย่าง ประมาณอุณหภูมิจากกฎการกระจัดของวีน

นักวิทยาศาสตร์สามารถประมาณอุณหภูมิโดยการวัดสเปกตรัมการแผ่รังสีความร้อน จงประมาณอุณหภูมิของวัตถุต่าง ๆ จากค่าความยาวคลื่นที่กำหนดให้ ดวงอาทิตย์ ($500\ \text{nm}$), เครื่องยนต์ไอพ่น ($3.60\ \mu\text{m}$), จักรวาล ($1.06\ \text{mm}$)

วิธีทำ ใช้กฎการกระจัดของวีน

$$\lambda_{\max} T = 2.898\times10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{K}$$

อุณหภูมิของดวงอาทิตย์

$$T = \frac{2.898\times10^{-3}}{\lambda_{\max}}$$

$$= \frac{2.898\times10^{-3}}{500\times10^{-9}} = 5800\ \text{K} \approx 5500^{\circ}\text{C}$$

อุณหภูมิของเครื่องยนต์ไอพ่น

$$T = \frac{2.898\times10^{-3}}{\lambda_{\max}}$$

$$= \frac{2.898\times10^{-3}}{3.60\times10^{-6}} = 805\ \text{K} = 532^{\circ}\text{C}$$

อุณหภูมิของจักรวาล

$$T = \frac{2.898\times10^{-3}}{\lambda_{\max}}$$

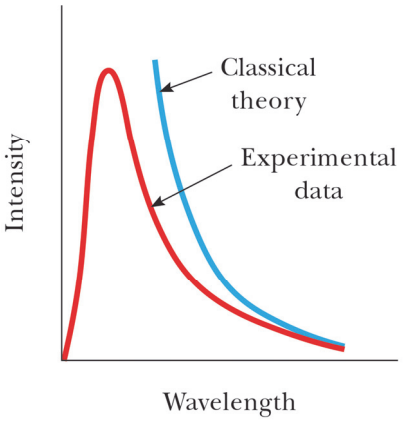
$$= \frac{2.898\times10^{-3}}{1.06\times10^{-3}} = 2.73\ \text{K} = -270^{\circ}\text{C}$$

การอธิบายสเปกตรัมการแผ่รังสีของวัตถุดำ

การใช้ทฤษฎีฟิสิกส์แบบเดิมไม่สามารถอธิบายลักษณะการแผ่รังสีของวัตถุดำจากการทดลองได้ จนในปี 1900 แมกซ์ พลังค์ (Max Planck) ได้เสนอทฤษฎีเพื่ออธิบายการแผ่รังสีจากการทดลอง โดยคิดว่ารังสีที่แผ่ออกมาเกิดจากตัวแผ่รังสีระดับจุลภาคที่เหมือนประจุแกว่งกวัดอยู่ในวัตถุ ซึ่งสั่นด้วยความถี่ f ที่ขึ้นกับพลังงานของวัตถุ โดยพลังงานในการสั่นจะเป็นค่าไม่ต่อเนื่องและมีค่าเป็นเป็นขั้น ๆ (quantum) ซึ่งการพิจารณานี้เสมือนว่าภายในวัตถุจะมีการสั่นเป็นค่าเฉพาะคล้ายกับคลื่นนิ่งในเส้นเชือกที่การสั่นจะเป็นจำนวนเท่า n ของความถี่ฐาน

$$E_n = nhf \tag{8.3}$$

โดยที่ $h = 6.626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}$ เป็นค่าคงตัวของพลังค์ n เป็นจำนวนเต็มบวกเรียกว่า เลขควอนตัม (quantum number) พลังงานของตัวแผ่รังสีจะมีค่าเป็นขั้น ๆ เนื่องจาก n ที่เป็นจำนวนเต็ม แต่ละค่าของ n จะแทนสถานะทางควอนตัม (quantum state) ต่าง ๆ ของตัวแผ่รังสี เช่น สถานะที่ $n=1$ ตัวแผ่รังสีจะมีพลังงานเป็น hf ถ้าตัวแผ่รังสีมีพลังงานสูงขึ้นไปหนึ่งขั้นเป็นสถานะที่ $n=2$ ตัวแผ่รังสีจะมีพลังงานเป็น $2hf$ หลักสำคัญของทฤษฎีของพลังค์ (Planck's theory) คือการตั้งสมมติฐานของพลังงานที่เป็นลำดับขั้น ในช่วงแรกเริ่มที่เสนอทฤษฎีนี้นักวิทยาศาสตร์ส่วนใหญ่ไม่เชื่อมั่นในทฤษฎีว่าจะเป็นจริง ต่อมาภายหลังเมื่อมีการทดลองต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ในระดับอะตอม พบว่าทฤษฎีที่ตั้งอยู่บนพื้นฐานของความเป็นขั้น ๆ (quantum)



รูป 2 เปรียบเทียบสเปกตรัมจากทฤษฎีแบบเดิมกับการทดลอง [2]

อธิบายผลต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี ยกตัวอย่างเช่นการอธิบายปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก การเกิดรังสีเอกซ์ การกระเจิงคอมป์ตัน

เมื่อตัวแผ่รังสีปลดปล่อยพลังงานออกมามีการเปลี่ยนขั้นของสถานะทำให้ระดับพลังงานลดลง และในทางกลับกันเมื่อตัวแผ่รังสีดูดกลืนพลังงานเข้าไประดับพลังงานจะสูงขึ้น การที่พลังงานมีค่าต่างกันเป็นขั้น ๆ เรียกว่า ควอนไตเซชัน (quantization) และค่าพลังงานที่ตัวแผ่รังสีปล่อยหรือดูดกลืนในรูปของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เรียกว่า โฟตอน (photon) ดังนั้นอาจพิจารณาคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าใดใดที่มีความถี่ f เป็นโฟตอนที่มีพลังงาน $E = hf$

ตัวอย่าง คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับพลังงานของโฟตอน

จงคำนวณหาความยาวคลื่นของโฟตอนแสงสีแดงพลังงาน $2.00\ \text{eV}$

วิธีทำ จากความสัมพันธ์

$$E = hf \quad \text{และ} \quad f = \frac{c}{\lambda}$$

ค่าคงตัวของพลังค์ในหน่วย eV

$$h = 6.63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}$$

$$= \frac{6.63\times10^{-34}}{1.60\times10^{-19}}\ \frac{\text{J}\cdot\text{s}}{\text{J}/\text{eV}}$$

$$h = 4.14\times10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s}$$

จะได้

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

$$= \frac{4.14\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{2.00}$$

$$= 621\ \text{nm}$$

ความยาวคลื่นของโฟตอนแสงสีแดงเท่ากับ $621\ \text{nm}$

ทดสอบ คำนวณหาความยาวคลื่นของโฟตอนต่อไปนี้

รังสีแกมมาพลังงาน $1.00\ \text{MeV}$

รังสีเอกซ์พลังงาน $1.00\ \text{keV}$

รังสีเหนือม่วงพลังงาน $4.00\ \text{eV}$

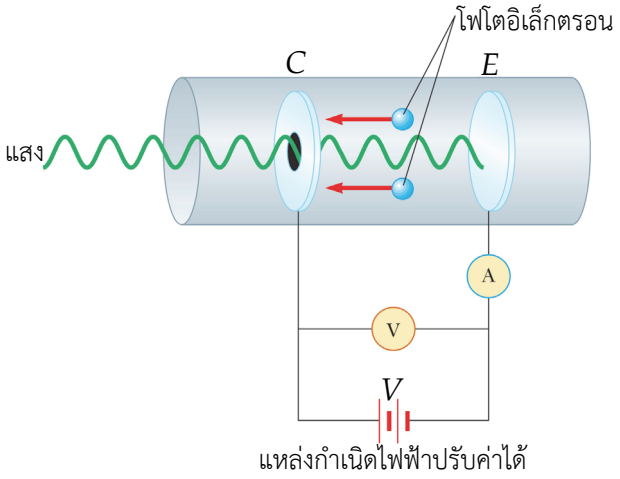
รังสีใต้แดง $1.00\ \text{eV}$

ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (photoelectric effect)

ในช่วงปลายศตวรรษที่ 19 เฮิรตซ์ (Hertz) ค้นพบว่าเมื่อแสงตกกระทบผิวโลหะจะทำให้อิเล็กตรอนหลุดออกจากผิวได้ เรียกว่าปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (photoelectric effect) และเรียกอิเล็กตรอนที่หลุดออกมา (เนื่องจากแสงตกกระทบ) ว่าโฟโตอิเล็กตรอน (photoelectrons) อิเล็กตรอนที่หลุดออกมามีพลังงานขึ้นกับความถี่ของแสงที่ตกกระทบแต่ไม่ขึ้นกับความเข้มของแสง

เครื่องมือที่ใช้ศึกษาประกอบด้วยหลอดแก้วสุญญากาศเรียกว่าโฟโตเซลล์ (photocell) ภายในมีแผ่นโลหะ E เป็นเป้ารับแสงทำหน้าที่ให้อิเล็กตรอน (emitter) ต่อเข้ากับขั้วลบของแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรงที่ปรับความต่างศักย์ได้ แผ่นโลหะ C ทำหน้าที่รับอิเล็กตรอน (collector) ที่หลุด

ออกจากแผ่น E ต่อเข้ากับขั้วบวก เมื่อหลอดอยู่ในที่มืดกระแสไฟฟ้าในวงจรจะเป็นศูนย์ เมื่อส่องแสงที่มีความยาวคลื่นสั้นกว่าค่าเฉพาะค่าหนึ่งซึ่งขึ้นกับชนิดของโลหะที่แผ่น E พบว่ามีกระแสไฟฟ้าในวงจร แสดงว่าโฟโตอิเล็กตรอนหลุดจากแผ่น E เคลื่อนผ่านบริเวณสุญญากาศ (ที่มีสนามไฟฟ้า) ไปยังแผ่น C โดยกระแสไฟฟ้าในวงจรขึ้นกับความเข้มแสง



รูป 3 โฟโตเซลล์ [2]

เมื่อลดความต่างศักย์ V ระหว่างแผ่น C กับแผ่น E กระแสไฟฟ้าในวงจรจะลดลง จนเมื่อความต่างศักย์เป็นลบหรือกลับขั้วไฟฟ้าที่แผ่น C เป็นลบและแผ่น E เป็นบวก กระแสไฟฟ้าจะลดลงมากเนื่องจากโฟโตอิเล็กตรอนถูกผลักโดยแผ่น C โฟโตอิเล็กตรอนที่จะไปถึงแผ่น C (แล้วทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าในวงจร) ได้นั้นต้องมีพลังงานจลน์มากกว่าค่า eV เมื่อ e เป็นประจุของอิเล็กตรอน และ V คือความต่างศักย์ของแหล่งกำเนิดขณะนั้น ดังนั้นถ้าให้ความต่างศักย์เป็นลบมากขึ้นจนกระแสไฟฟ้าเป็นศูนย์พอดี (โฟโตอิเล็กตรอนไปหยุดที่แผ่น C พอดี) ค่าความต่างศักย์ที่ใช้หยุดอิเล็กตรอนนี้เรียกว่า ศักย์หยุดยั้ง (stopping potential) V_0 ดังนั้นพลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอนที่หลุดออกมา

$$K_{\max} = eV_0 \tag{8.4}$$

ในการทดลองพบว่าถ้าความถี่แสงน้อยกว่าความถี่เฉพาะค่าหนึ่งซึ่งขึ้นกับชนิดของโลหะอิเล็กตรอนจะไม่หลุดออกมาแม้ว่าแสงจะมีความเข้มสูงมาก อิเล็กตรอนจะหลุดออกมาเมื่อแสงมีความถี่สูงกว่าความถี่ขั้นต่ำ f_0 เท่านั้น และพลังงานจลน์ของโฟโตอิเล็กตรอนไม่ขึ้นกับความเข้มแสงแต่กลับขึ้นกับความถี่เช่นกัน ผลการทดลองไม่สามารถใช้ทฤษฎีแบบเดิมอธิบายได้เนื่องจากแสงที่มีความเข้มสูงควรถ่ายทอดพลังงานเพื่อกระตุ้นให้อิเล็กตรอนหลุดออกมาได้ จนกระทั่งปี 1905 ไอน์สไตน์ (Einstein) ใช้แนวคิดของพลังค์ในการอธิบายผลการทดลอง โดยคิดว่าแสงเป็นโฟตอนมีพลังงานเท่ากับ

$$E = hf \tag{8.5}$$

เมื่อโฟตอนตกกระทบพื้นผิวโลหะจะถ่ายทอดพลังงานให้กับอิเล็กตรอน ทั้งนี้อิเล็กตรอนที่ผิวโลหะถูกยึดให้อยู่ในเนื้อโลหะด้วยพลังงานยึดเหนี่ยวค่าหนึ่ง ถ้าพลังงานของอิเล็กตรอนมากพอจะเอาชนะค่ายึดเหนี่ยวนี้ได้ อิเล็กตรอนก็จะหลุดออกจากผิวโลหะและมีพลังงานจลน์เท่ากับพลังงานที่เหลืออยู่

$$K_{\max} = hf - \phi \tag{8.6}$$

ϕ เป็นพลังงานยึดเหนี่ยว เรียกว่า ฟังก์ชันงาน (work function) เป็นพลังงานที่อิเล็กตรอนถูกยึดไว้ที่ผิวโลหะ ค่าฟังก์ชันงานเป็นค่าเฉพาะของโลหะชนิดต่าง ๆ อิเล็กตรอนจะหลุดออกมาเมื่อ

ความถี่ของแสงที่ใช้มากกว่าความถี่ขั้นต่ำ f_0 ซึ่งโฟตอนของแสงจะมีพลังงานเท่ากับฟังก์ชันงานพอดี

$$\phi = hf_0 \tag{8.7}$$

ตัวอย่าง พลังงานจลน์ของโฟโตอิเล็กตรอน

เมื่อใช้แสงสีหนึ่งทำการทดลองโฟโตอิเล็กทริก ต้องใช้ค่าศักย์หยุดยั้ง $1.50\ \text{V}$ โฟโตอิเล็กตรอนมีพลังงานจลน์และความเร็วสูงสุดเท่าใด

วิธีทำ จากความสัมพันธ์

$$K_{\max} = eV_0 = \frac{1}{2}mv^2$$

จะได้พลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอน

$$K_{\max} = e(1.50) = 1.50\ \text{eV}$$

$$= (1.60\times10^{-19})\times(1.50) = 2.40\times10^{-19}\ \text{J}$$

พลังงานจลน์สูงสุดของอิเล็กตรอนเท่ากับ $1.50\ \text{eV}$ หรือ $2.40\times10^{-19}\ \text{J}$ หาความเร็วของอิเล็กตรอนจากพลังงานจลน์ ทั้งนี้อิเล็กตรอนมีมวล $m = 9.11\times10^{-31}\ \text{kg}$

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv^2$$

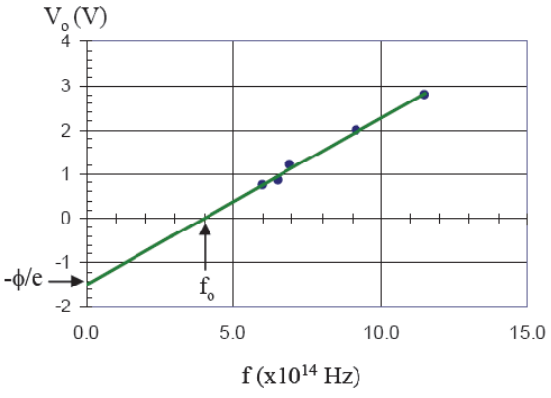
$$v = \sqrt{\frac{2K_{\max}}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\times2.40\times10^{-19}}{9.11\times10^{-31}}} = 7.26\times10^{-5}\ \text{m/s}$$

ความเร็วสูงสุดของอิเล็กตรอนเท่ากับ $7.26\times10^{-5}\ \text{m/s}$

ตัวอย่าง การทดลองหาค่าฟังก์ชันงานและค่าคงตัวของพลังค์

จากข้อมูลการทดลองดังรูป จงหาค่าฟังก์ชันงานและค่าคงตัวของพลังค์



วิธีทำ เขียนสมการเพื่อใช้วิเคราะห์กราฟจากความสัมพันธ์

$$K_{\max} = hf - \phi$$

ผลการทดลองเป็นการวัดค่าศักย์หยุดยั้ง V_0 บนแกนตั้งและความถี่ของแสง f บนแกนนอน จัดรูปสมการให้สอดคล้องกับสมการเส้นตรงจากข้อมูลการทดลอง

$$eV_0 = hf - \phi$$

$$V_0 = \left(\frac{h}{e}\right)f - \frac{\phi}{e}$$

จากสมการความชันจากกราฟคือ h/e และจุดตัดแกนตั้งคือ $-\phi/e$

จากกราฟจุดตัดแกนตั้งมีค่าเท่ากับ $-1.5\ \mathrm{V}$ หาค่าฟังก์ชันงานจาก

$$-\frac{\phi}{e} = -1.5\ \mathrm{V}$$
$$\phi = 1.5\ \mathrm{eV}$$

ฟังก์ชันงานของผิวโลหะที่ใช้ในการทดลองเท่ากับ $1.5\ \mathrm{eV}$

จากกราฟเส้นตรงครอบคลุมช่วงความต่างศักย์ประมาณ $4.5\ \mathrm{V}$ และครอบคลุมช่วงของความถี่ประมาณ $11.5\times10^{14}\ \mathrm{Hz}$ ดังนั้นความชันจากกราฟเท่ากับ

$$\frac{h}{e} = \frac{4.5}{11.5\times10^{14}}\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{Hz}}$$
$$h = 3.91\times10^{-15}\ \mathrm{eV\cdot s}$$
$$= 6.26\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$$

ค่าคงตัวของพลังค์จากการทดลองเท่ากับ $6.26\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$

ตัวอย่าง โฟโตอิเล็กตรอนจากแผ่นทองคำ

ทองคำมีค่าฟังก์ชันงาน $5.10\ \mathrm{eV}$ ต้องใช้แสงที่มีความถี่ขั้นต่ำ (หรือความยาวคลื่นสูงสุด) เท่าใดเพื่อทำให้เกิดโฟโตอิเล็กตรอน ถ้าใช้แสงความยาวคลื่น $200\ \mathrm{nm}$ พลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอนเป็นเท่าใด

วิธีทำ ใช้สมการความสัมพันธ์

$$K_{\max} = hf - \phi$$

ความถี่ขั้นต่ำคือความถี่ที่ทำให้อิเล็กตรอนเอาชนะพลังงานยึดเหนี่ยว (ฟังก์ชันงาน) แล้วหลุดออกจากแผ่นโลหะพอดี (ไม่มีพลังงานจลน์)

$$0 = hf_0 - \phi$$
$$f_0 = \frac{\phi}{h}$$
$$= \frac{5.10}{4.14\times10^{-15}}\frac{\mathrm{eV}}{\mathrm{eV\cdot s}}$$
$$f_0 = 1.23\times10^{15}\ \mathrm{Hz}$$

ความถี่ขั้นต่ำ $f_0 = 1.23\times10^{15}\ \mathrm{Hz}$ คิดเป็นความยาวคลื่นเท่ากับ

$$f_0\lambda_0 = c$$
$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$$
$$= \frac{3\times10^{8}}{1.23\times10^{15}}\frac{\mathrm{m/s}}{1/\mathrm{s}}$$
$$\lambda_0 = 243\ \mathrm{nm}$$

แสงที่ใช้ต้องมีความถี่สูงกว่า f_0 หรือมีความยาวคลื่นน้อยกว่า $\lambda_0 = 243\ \mathrm{nm}$ เพื่อทำให้เกิดโฟโตอิเล็กตรอน

ถ้าใช้แสงความยาวคลื่น $200\ \mathrm{nm}$ โฟตอนจะมีพลังงานมากกว่าฟังก์ชันงาน ส่วนต่างของพลังงานนี้จะเป็นพลังงานจลน์ของโฟโตอิเล็กตรอน

$$K_{\max} = hf - \phi$$
$$= \frac{hc}{\lambda} - \phi$$

$$K_{\max} = \frac{4.14\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{200\times10^{-9}} - \phi$$
$$= 6.21 - 5.10$$
$$K_{\max} = 1.11\,\text{eV}$$

พลังงานจลน์สูงสุดของโฟโตอิเล็กตรอนเท่ากับ $1.11\,\text{eV}$

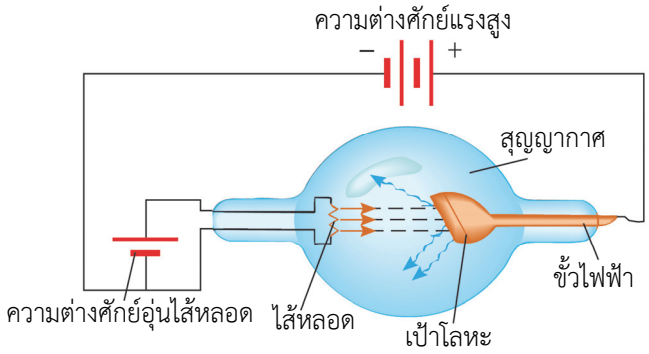
หลอดรังสีเอกซ์

รังสีเอกซ์เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (เช่นเดียวกับคลื่นแสง) ที่มีความถี่สูง รังสีเอกซ์ทำได้โดยเร่งอิเล็กตรอนผ่านความต่างศักย์สูง (V) เข้าชนเป้าโลหะ เมื่ออิเล็กตรอนเข้าไปยังเนื้อโลหะ อิเล็กตรอนจะเกิดการเบี่ยงเบนทิศทางการเคลื่อนที่เนื่องจากประจุในเนื้อโลหะทำให้อิเล็กตรอนเสียพลังงาน พลังงานนี้จะปลดปล่อยออกมาในรูปของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโฟตอนรังสีเอกซ์ เนื่องจากอิเล็กตรอนที่เข้าชนเนื้อโลหะแต่ละครั้งมีลักษณะที่แตกต่างกันไปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ได้จึงมีค่าพลังงานกระจายเป็นช่วง ทั้งนี้ขอบเขตพลังงานสูงสุดคิดได้จากกรณีที่อิเล็กตรอนชนเป้าโลหะอย่างจังทำให้อิเล็กตรอนสูญเสียพลังงานทั้งหมดในรูปโฟตอนรังสีเอกซ์ รังสีเอกซ์ที่ได้จะมีพลังงานสูงสุดเท่ากับพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนที่เข้าชนเป้าโลหะ

$$K_{\max} = eV = hf_{\max} \tag{8.8}$$

หรือรังสีเอกซ์ที่ได้จะมีความยาวคลื่นสั้นที่สุดเท่ากับ

$$eV = hf_{\max}$$
$$eV = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$
$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV} \tag{8.9}$$



รูป 4 หลอดรังสีเอกซ์ [2]

ตัวอย่าง การเกิดรังสีเอกซ์

สเปกตรัมต่อเนื่องที่เกิดจากการเร่งอิเล็กตรอนด้วยศักย์ไฟฟ้า $40.0\,\text{kV}$ เข้าชนเป้าโลหะชนิดหนึ่ง จะให้รังสีเอกซ์ที่มีพลังงานสูงสุดเท่าใด และค่าพลังงานนี้สอดคล้องกับความยาวคลื่นเท่าใด

วิธีทำ พลังงานของรังสีเอกซ์จะมีค่าสูงสุดเท่ากับพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน

$$E = eV$$
$$= 40.0\times10^{3}\,e\text{V} = 40.0\,\text{keV}$$

โฟตอนพลังงาน $40.0\,\text{keV}$ สอดคล้องกับความยาวคลื่นเท่ากับ

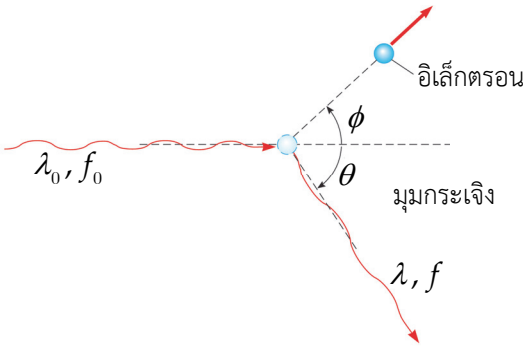
$$\frac{hc}{\lambda} = E$$

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$
$$= \frac{4.14\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{40.0\times10^{3}}\frac{\text{eV}\cdot\text{s}\cdot\text{m/s}}{\text{eV}}$$
$$\lambda = 31.1\ \text{pm}$$

ความยาวคลื่นของโฟตอนเท่ากับ $31.1\ \text{pm}$

การกระเจิงคอมป์ตัน

เมื่อรังสีเอกซ์ (โฟตอน) ตกกระทบเป้า โฟตอนจะชนกับอิเล็กตรอนที่อยู่ในเป้าทำให้วิถีของโฟตอนเบนออกจากแนวการชน เมื่อโฟตอนตกกระทบเป้าจะถ่ายทอดพลังงานให้กับอิเล็กตรอนที่อยู่ในเป้าทำให้โฟตอนสูญเสียพลังงานและเบนออกจากทิศที่เข้าชนทำมุมกระเจิง (θ) พลังงานที่สูญเสียไปทำให้โฟตอนที่กระเจิงหรือเบนออกมามีความยาวคลื่นเพิ่มขึ้น ความยาวคลื่นที่เปลี่ยนไปนี้เรียกว่า การเลื่อนคอมป์ตัน (Compton shift) ซึ่งสัมพันธ์กับมุมกระเจิงดังนี้



รูป 5 การกระเจิงคอมป์ตัน [2]

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta) \qquad (8.10)$$

โดยที่ m_e เป็นมวลของอิเล็กตรอน ค่าคงตัว $h/(m_e c) = 2.43\ \text{pm}$ เรียกว่าความยาวคลื่นคอมป์ตัน (Compton wavelength)

ตัวอย่าง การกระเจิงคอมป์ตัน

ในการกระเจิงคอมป์ตันรังสีเอกซ์ความยาวคลื่น $1.20\times10^{-9}\ \text{m}$ ที่กระทบเป้าและกระเจิงที่มุม 60° จะมีความยาวคลื่นเปลี่ยนไปเท่าใด

วิธีทำ จากความสัมพันธ์

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta)$$

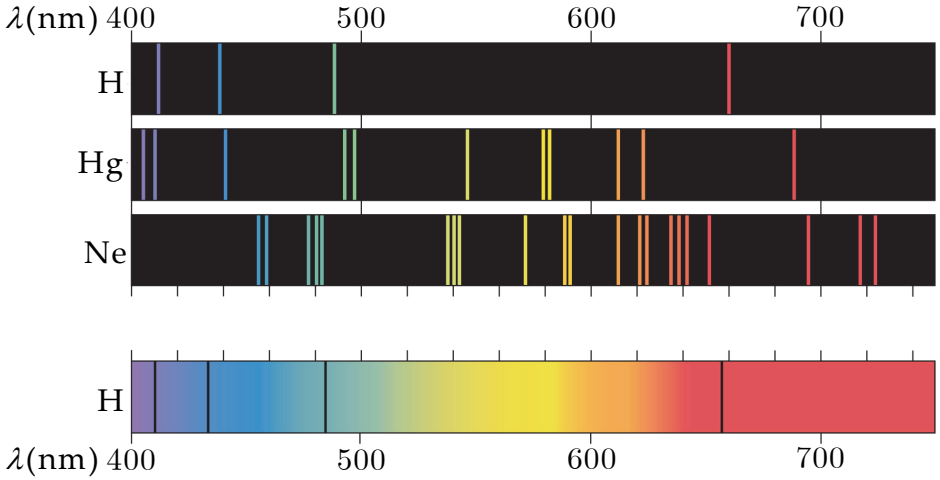
ที่มุมกระเจิง 60° รังสีเอกซ์ที่กระเจิงออกมาจะมีความยาวคลื่นเปลี่ยนไป

$$\Delta\lambda = 2.43\times10^{-12}(1-\cos60^\circ)$$
$$= 2.43\times10^{-12}(1-0.5)$$
$$= 1.22\times10^{-12}\ \text{m}$$

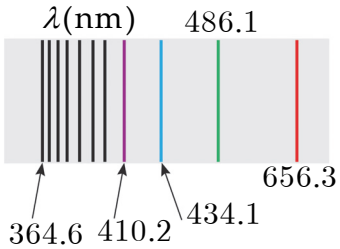
ความยาวคลื่นของรังสีเอกซ์เปลี่ยนไป $1.22\ \text{pm}$

สเปกตรัมแบบเส้น

เมื่ออัดแก๊สของธาตุเข้าไปในหลอดบรรจุแก๊สซึ่งมีขั้วไฟฟ้า เมื่อให้ความต่างศักย์มากพอสมควรจนมีเกิดกระแสไฟฟ้าในหลอดจะทำให้แก๊สเรืองแสงขึ้น แสงที่ปลดปล่อยออกมาจะมีค่าความยาวคลื่นเฉพาะบางค่าซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของธาตุชนิดต่าง ๆ (เช่น ไฮโดรเจน H, ปรอท Hg, และนีออน Ne) เมื่อวิเคราะห์แสงที่ออกมาด้วยสเปกโตรมิเตอร์ (spectrometer) ที่เป็นเกรตติงเลี้ยวเบนใช้แยกแสงความยาวคลื่นต่าง ๆ พบว่าแสงที่ออกมามีความยาวคลื่นเป็นค่าเฉพาะเป็นสเปกตรัมแบบเส้นที่ออกมา (emission spectrum) จากธาตุนั้น ๆ ไม่เหมือนกับแสงขาวที่ให้สเปกตรัมต่อเนื่อง (เห็นเป็นแถบรุ้ง)



รูป 6 สเปกตรัมแบบเส้นของธาตุบางชนิด [2]



รูป 7 เส้นสเปกตรัมจากอนุกรมบัลเมอร์ [2]

สเปกตรัมแบบเส้นเป็นคุณสมบัติเฉพาะของแต่ละธาตุ ในการศึกษาสเปกตรัมของธาตุไฮโดรเจนพบว่ามีเส้นที่เห็นชัด 4 เส้น ตรงกับความยาวคลื่น 656.3 nm, 486.1 nm, 434.1 nm และ 410.2 nm ซึ่งในปี 1885 โจฮานน์ บัลเมอร์ (Johann Balmer) พบว่าความยาวคลื่นของสเปกตรัมนี้อยู่ในรูปสมการ

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \tag{8.11}$$

เป็นอนุกรมบัลเมอร์ (Balmer series) โดยที่ n เป็นจำนวนเต็มมีค่าเป็น $3,4,5,\ldots$ และ R_H เป็นค่าคงตัว เรียกว่า ค่าคงตัวริดเบิร์ก (Rydberg constant)

$$R_H = 1.097\,373\,2 \times 10^7\ \mathrm{m}^{-1} \tag{8.12}$$

เส้นสเปกตรัมแรกในอนุกรมบัลเมอร์คือที่ความยาวคลื่น 656.3 nm สอดคล้องกับ $n=3$ เส้นต่อไปที่ 486.1 nm ตรงกับ $n=4$ ไปเรื่อย ๆ ในทางกลับกันธาตุต่าง ๆ ก็สามารถดูดกลืนแสงที่ความยาวคลื่นเฉพาะค่าเห็นเป็นเส้นมืดหายไปจากสเปกตรัมของการดูดกลืน (absorption spectrum) ซึ่งเส้นสเปกตรัมนี้มีความยาวคลื่นตรงกับสเปกตรัมจากการเปล่งแสง ภายหลังได้มีการค้นพบอนุกรมอื่น ๆ จากสเปกตรัมของธาตุไฮโดรเจนสรุปได้ดังนี้

อนุกรมไลมาน (Lyman series)

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n=2,3,4,\ldots \tag{8.13}$$

อนุกรมบัลเมอร์ (Balmer series)

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n=3,4,5,\ldots \tag{8.14}$$

อนุกรมปาเชน (Paschen series)

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n = 4,5,6,\ldots \tag{8.15}$$

อนุกรมแบรคเก็ต (Brackett series)

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n = 5,6,7,\ldots \tag{8.16}$$

อนุกรมฟุนด์ (Pfund series)

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n = 6,7,8,\ldots \tag{8.17}$$

ตัวอย่าง สเปกตรัมแบบเส้นของไฮโดรเจน

จงหาค่าความยาวคลื่นแสงในอนุกรมบัลเมอร์ เส้นที่ 1 และ 2

วิธีทำ จากความสัมพันธ์

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

เส้นที่ 1 ตรงกับ $n = 3$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$

$$= 1.097\times10^7\left(\frac{5}{36}\right)$$

$$\lambda = \frac{36}{5\times1.097\times10^7} = 656.3\ \text{nm}$$

เส้นที่ 1 ตรงกับความยาวคลื่นแสง $656.3\ \text{nm}$

เส้นที่ 2 ตรงกับ $n = 4$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)$$

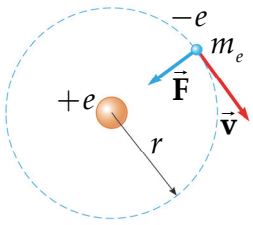
$$= 1.097\times10^7\left(\frac{3}{16}\right)$$

$$\lambda = \frac{16}{3\times1.097\times10^7} = 486.1\ \text{nm}$$

เส้นที่ 2 ตรงกับความยาวคลื่นแสง $486.1\ \text{nm}$

ทฤษฎีอะตอมของโบร์

เพื่ออธิบายการเกิดสเปกตรัมแบบเส้นทั้งแบบที่เกิดจากการเปล่งแสงและแบบดูดกลืน โบร์ (Bohr) ได้ตั้งสมมติฐานและทฤษฎีเพื่ออธิบายการเกิดสเปกตรัมแบบเส้นที่มีค่าไม่ต่อเนื่องในปี 1913 โดยคิดว่าในอะตอมไฮโดรเจนอิเล็กตรอนโคจรรอบนิวเคลียส (โปรตอน) โดยดึงดูดกันด้วยแรงคูลอมบ์ และมีวงโคจรบางวงที่มีเสถียรภาพอิเล็กตรอนโคจรได้โดยไม่เสียพลังงาน (เนื่องจากการเคลื่อนที่เป็นวิถีโค้งทำให้ประจุมีความเร่งแล้วปลดปล่อยพลังงานในรูปของโฟตอน) การเปลี่ยนระดับระหว่างวงโคจรจะมีการดูดกลืนหรือคายพลังงานในรูปของโฟตอนซึ่งมีค่าเท่ากับผลต่างระดับพลังงานในแต่ละวง



รูป 8 แบบจำลองอะตอมไฮโดรเจนของโบร์ [2]

$$hf = E_i - E_f \tag{8.18}$$

เมื่อ E_i เป็นพลังงานของวงโคจรสถานะเริ่มต้น E_f เป็นพลังงานของวงโคจรสถานะปลายทาง และ h เป็นค่าคงตัวของพลังค์ อิเล็กตรอนที่โคจรรอบโปรตอนมีขนาดรัศมีวงโคจรเฉพาะค่าและมีโมเมนตัมเชิงมุมเป็นจำนวนเต็มของ $\hbar$ ("เอชบาร์" โดยที่ $\hbar = h/2\pi$) ตามความสัมพันธ์

$$L = m_e v r = n\hbar \tag{8.19}$$

จากสมมติฐานของโบร์สามารถคำนวณขนาดวงโคจรของอิเล็กตรอนได้จากการพิจารณาโมเมนตัมเชิงมุมของอิเล็กตรอนกับแรงคูลอมบ์ที่เป็นแรงศูนย์กลางกระทำระหว่างอิเล็กตรอนกับโปรตอน ได้ความเร็วของอิเล็กตรอนในวงโคจรเป็น

$$v = \frac{n\hbar}{m_e r}$$

ในการโคจรรอบโปรตอนเป็นวงกลมรัศมี r แรงคูลอมบ์ระหว่างประจุเท่ากับแรงศูนย์กลาง

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$$

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{m_e}{r}\left(\frac{n\hbar}{m_e r}\right)^2$$

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{m_e}{r}\left(\frac{n^2\hbar^2}{m_e^2 r^2}\right)$$

$$r = \left(\frac{\hbar^2}{m_e k e^2}\right) n^2$$

$$r_n = a_0 n^2 \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{8.20}$$

ได้ขนาดของวงโคจรที่สถานะต่างขึ้นกับเลขสถานะ n ค่าคงตัว $a_0 = \hbar^2/(m_e k e^2)$ เรียกว่ารัศมีโบร์ (Bohr radius) มีค่าเท่ากับ 0.529×10^{-10} m หรือ 0.529 Å ซึ่งเป็นรัศมีของวงโคจรที่สถานะ $n = 1$ ($\text{Å} = 10^{-10}$ m "อังสตรอม" Angstrom)

สามารถคำนวณพลังงานรวมของอะตอมไฮโดรเจนได้จากการรวมพลังงานศักย์ในระบบประจุโปรตอนกับอิเล็กตรอนกับพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนที่โคจรรอบโปรตอนได้

$$E = U + K$$

พลังงานศักย์ในระบบเท่ากับ

$$U = -\frac{ke^2}{r} \tag{8.21}$$

ในการโคจรรอบโปรตอนเป็นวงรัศมี r แรงคูลอมบ์ระหว่างประจุเท่ากับแรงศูนย์กลาง

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$$

$$m_e v^2 = \frac{ke^2}{r}$$

พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนเท่ากับ

$$K = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{ke^2}{2r} = -\frac{U}{2} \tag{8.22}$$

ดังนั้นพลังงานรวม

$$E = -\frac{U}{2} + U = \frac{U}{2} \tag{8.23}$$

$$E = -\frac{ke^2}{2r}$$

$$= -\left(\frac{ke^2}{2a_0}\right)\frac{1}{n^2}$$

$$E = \frac{-13.6}{n^2}\text{eV} \quad n = 1,2,3,\ldots \tag{8.24}$$

พลังงานของระบบจะมีค่าต่ำสุดหรืออยู่ในสถานะพื้น (ground state) เมื่อ $n = 1$ มีพลังงานเท่ากับ $-13.6\,\text{eV}$ สถานะต่อไป $n = 2$ เป็นสถานะกระตุ้นที่ 1 (first excited state) มีพลังงาน $-3.40\,\text{eV}$ และสถานะที่พลังงานสูงขึ้นไป $n = 3,4,5,\ldots$ เป็นสถานะกระตุ้นที่ $2,3,4,\ldots$ ไปเรื่อย ๆ สถานะที่พลังงานสูงที่สุด $E = 0$ ที่ $n \to \infty$ เป็นสถานะที่อิเล็กตรอนหลุดออกจากอะตอมไฮโดรเจน

เมื่ออิเล็กตรอนเปลี่ยนวงโคจรที่มีระดับพลังงานสถานะเริ่มต้น E_i ไปยังระดับพลังงานสถานะปลายทาง E_f จะปลดปล่อยโฟตอนที่มีพลังงานเท่ากับผลต่างของระดับพลังงาน ได้อนุกรมของสเปกตรัมแบบเส้น

$$hf = E_i - E_f$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \left(\frac{ke^2}{2a_0}\right)\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \left(\frac{ke^2}{2a_0hc}\right)\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \tag{8.25}$$

จะเห็นว่าสมการที่ได้จากทฤษฎีอะตอมของโบร์คล้ายคลึงกับอนุกรมต่าง ๆ ที่ได้จากการทดลองเมื่อแทนค่าคงตัวลงไปได้ตัวเลขเป็นค่าคงตัวริดเบิร์กที่ได้จากทฤษฎีซึ่งตรงกับค่าจากการศึกษาก่อนหน้า

$$R_H = \frac{ke^2}{2a_0hc} = \frac{m_e k^2 e^4}{4\pi c\hbar^3} \tag{8.26}$$

การทราบที่มาของค่า R_H จากค่าคงตัวพื้นฐานโดยทฤษฎีอะตอมของโบร์นับเป็นความสำเร็จของทฤษฎีที่อธิบายสเปกตรัมอนุกรมต่าง ๆ ได้อย่างสมบูรณ์แบบ และเป็นรากฐานแนวคิดสำคัญของแบบจำลองอะตอม

ตัวอย่าง อิเล็กตรอนในอะตอมไฮโดรเจน

อิเล็กตรอนในอะตอมไฮโดรเจนอยู่ที่ระดับพลังงานสถานะกระตุ้นที่ 1 ($n_i = 2$) จงหาพลังงานรวม พลังงานศักย์ และพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนในสถานะนี้ และถ้าอิเล็กตรอนเปลี่ยนระดับพลังงานไปที่สถานะพื้น ($n_f = 1$) จะปลดปล่อยโฟตอนความยาวคลื่นเท่าใด

วิธีทำ จากความสัมพันธ์ของพลังงานรวม

$$E = \frac{-13.6}{n^2}\text{eV}$$

$$= \frac{-13.6}{2^2} = -3.40\,\text{eV}$$

อิเล็กตรอนในสถานะกระตุ้นที่ 1 มีพลังงานรวมเท่ากับ $-3.40\,\text{eV}$

พลังงานศักย์ของอิเล็กตรอน

$$U = 2E$$

$$= 2\times(-3.40) = -6.80\ \text{eV}$$

อิเล็กตรอนในสถานะกระตุ้นที่ 1 มีพลังงานศักย์เท่ากับ $-6.80\ \text{eV}$ เครื่องหมายลบแสดงว่าอิเล็กตรอนยึดเหนี่ยวอยู่ในอะตอมไฮโดรเจนโดยโปรตอน

พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน

$$K = -E$$

$$= -1\times(-3.40) = 3.40\ \text{eV}$$

อิเล็กตรอนในสถานะกระตุ้นที่ 1 มีพลังงานจลน์เท่ากับ $3.40\ \text{eV}$

เมื่ออิเล็กตรอนเปลี่ยนระดับพลังงานจากสถานะกระตุ้นที่ 1 ไปยังสถานะพื้นที่มีพลังงานน้อยกว่า อิเล็กตรอนจะปลดปล่อยพลังงานในรูปโฟตอนซึ่งมีความยาวคลื่นเท่ากับ

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$$

$$= \frac{3}{4}R_H$$

$$\lambda = \frac{4}{3R_H} = \frac{4}{3\times 1.097\times 10^7} = 121.5\ \text{nm}$$

อิเล็กตรอนในอะตอมไฮโดรเจนจะให้โฟตอนความยาวคลื่น $121.5\ \text{nm}$ อยู่ในย่านแสงเหนือม่วง (ultra violet, UV)

ตัวอย่าง วงโคจรของสถานะกระตุ้นที่ 2

จงหารัศมีของวงโคจรในสถานะกระตุ้นที่ 2

วิธีทำ สถานะกระตุ้นที่ 2 ตรงกับระดับสถานะที่ $n = 3$

$$r_n = a_0 n^2$$

$$r_3 = 0.529\times 3^2\ \text{Å} = 4.761\ \text{Å}$$

ขนาดของวงโคจรของสถานะกระตุ้นที่ 2 คือ $4.761\ \text{Å}$

ตัวอย่าง โฟตอนจากอะตอมไฮโดรเจน

โฟตอนที่มีพลังงานมากที่สุดจากสเปกตรัมของอะตอมไฮโดรเจนมีความยาวคลื่นเท่าใด

วิธีทำ พลังงานที่มากที่สุดที่เป็นไปได้จากการเปลี่ยนสถานะในอะตอมไฮโดรเจนคือการเปลี่ยนระดับพลังงานของอิเล็กตรอนอิสระ ($n_i = \infty$) สู่สถานะพื้นของอะตอมไฮโดรเจน ($n_f = 1$)

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$= R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty}\right)$$

$$= R_H$$

$$\lambda = \frac{1}{R_H} = \frac{1}{1.097\times 10^7} = 91.2\ \text{nm}$$

อิเล็กตรอนในอะตอมไฮโดรเจนจะให้โฟตอนความยาวคลื่น $91.2\ \text{nm}$ มีพลังงาน $13.6\ \text{eV}$

แบบฝึกหัด

1) ดาว Betelgeuse เป็นดาวยักษ์แดง และดาว Rigel เป็นดาวสีฟ้าอมขาวอยู่ในกลุ่มดาวนายพรานแผ่คลื่นออกมาวัดความยาวคลื่นได้ $970\ \text{nm}$ และ $145\ \text{nm}$ ตามลำดับ อุณหภูมิที่พื้นผิวของดาวเป็นเท่าใด (ตอบ $3000\ \text{K}$ และ $20000\ \text{K}$)

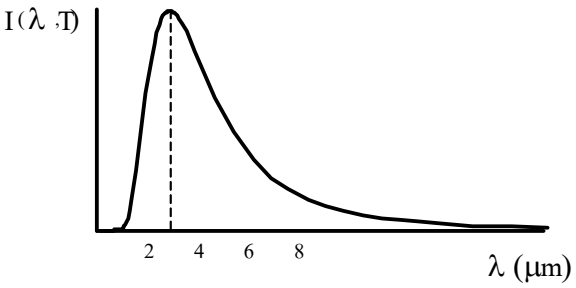
2) ถ้าพื้นผิวของดวงอาทิตย์มีอุณหภูมิประมาณ $5800\ \text{K}$ ช่วงคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่ออกมาจากดวงอาทิตย์จะมีความเข้มมากที่สุดที่ความยาวคลื่นเท่าใด (ตอบ $500\ \text{nm}$)

3) จงคำนวณพลังงานของโฟตอนของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ความยาวคลื่นต่อไปนี้ ในหน่วย eV

1) คลื่นไมโครเวฟ $\lambda = 5.00\ \text{cm}$
2) แสงที่มองเห็นได้ $\lambda = 500\ \text{nm}$
3) ช่วงรังสีเอกซ์ $\lambda = 5.00\ \text{nm}$

4) เสาส่งวิทยุ FM ส่งคลื่นด้วยกำลัง $150\ \text{kW}$ ที่สัญญาณความถี่ $99.7\ \text{MHz}$ เสาส่งนี้กำลังปล่อยโฟตอนออกมากี่ตัวในหนึ่งวินาที (ตอบ $2.27\times10^{30}\ \text{photon/s}$)

5) จงประมาณค่าอุณหภูมิของวัตถุที่ให้สเปกตรัมรังสีความร้อนตามกราฟเส้นนี้ ด้วยกฎการกระจัดของวีน



6) ในการกระเจิงคอมป์ตัน รังสีเอกซ์ความยาวคลื่น $0.01\ \text{nm}$ เมื่อตกกระทบเป้าและกระเจิงเป็นมุม 60° จงหาความยาวคลื่นของรังสีเอกซ์หลังชน

7) จงแสดงการคำนวณว่าอนุกรมบัลเมอร์ให้เส้นสเปกตรัมไฮโดรเจนอยู่ในช่วงคลื่นแสงที่ตามองเห็น (ช่วงความยาวคลื่น 400 ถึง 700 นาโนเมตร)

8) ในอะตอมของไฮโดรเจน ถ้าอิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากสถานะกระตุ้นที่ 2 ไปที่สถานะพื้น

1) จงหาพลังงานรวมของอิเล็กตรอนในสถานะกระตุ้นที่ 2
2) จงหาพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนในสถานะกระตุ้นที่ 2
3) อะตอมจะปลดปล่อยโฟตอนที่มีความยาวคลื่นเท่าใด
4) วงโคจรของอิเล็กตรอนในสถานะกระตุ้นที่ 2 กับสถานะพื้นมีระยะห่างกันประมาณเท่าใด