

mathematics

(mathematics)

คำนำ

1+1 = 2 ,, แล้วไง?

วัชชีราวดี ศรีโคตร
watchi.exteen.com

สารบัญ

๑. คณิตศาสตร์ทำอะไรได้บ้าง	4
๒. แคลคูลัส ทำอะไรได้บ้าง	6
๓. สมการทางคณิตศาสตร์ของความรัก	8
๔. ลอยกระทง	11
๕. 142857 โคตรเลข ฟ้าประทาน	13
๖. พรรคการเมืองกับเรื่องเลือกตั้ง	16
๗. เมื่อ "ถ้าคุณแน่นอนอย่าแพ้.๕" เจลยไม่ถูก	19
๘. สัญญาของนักการเมือง	24
๙. จอมยุทธ์กับเมีย VS มังกรกินหมี่	26
๑๐. ผู้หญิงที่ไอคิวสูงที่สุดในโลก	29
๑๑. ชตพ.(ซึ่งต้องพิสูจน์)	32
๑๒. ปั่นแปะ	36
๑๓. แคลคูลัส กับ เสียงเพลง	39
๑๔. "อัตราส่วนทองคำ" ตัวเลขเด็ดพบพระเจ้า	43
๑๕. พายเจ้าพาย	48
๑๖. ประโยชน์ของกระทะ	53
๑๗. ความจริงที่ซ่อนอยู่ในจำนวนจริง	57
๑๘. สมการไม่มีความหมายใดๆสำหรับผม	60
๑๙. แต่ฟูรีเยร์ผู้ยิ่งใหญ่	62
๒๐. จดหมายจากเด็กmath	71

๑. คณิตศาสตร์ทำอะไรได้บ้าง

คณิตศาสตร์นั้น มันใกล้ตัวเรามากกว่าที่คิด เอาเป็นว่าแม่ค้าขายข้าวแกง หรือเจ้าของธุรกิจพันล้าน ก็ต้องรู้จักการ บวก ลบ คูณ หาร ไม่งั้นก็คงไม่รู้จักกำไร-ขาดทุน ทำมาค้าขายไปก็มีแต่เจ๊งกับเจ๊ง

เรารู้จักคณิตศาสตร์มาตั้งแต่เด็กแล้ว อย่างเช่นเราขอเงินแม่ 1บาท 10 บาท เรารู้ว่าได้เงิน10บาท สามารถซื้อขนมได้มากกว่าเงิน1บาท เราจึงตีใจกว่าถ้าจะได้เงิน10บาท นั่นก็เพราะเรารู้จักคุณสมบัติการเปรียบเทียบของจำนวนนับมาตั้งแต่เด็กแล้ว (จำนวนนับ 1 2 3 4 ... เป็นระบบจำนวนแรกที่คนเรารู้จัก โดยแทบจะไม่ต้องให้ใครมาสอน มันจึงมีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Natural Number)

หลังจากนั้นสมมติว่าเราได้เงินเหรียญ10 เอาไปซื้อลูกอม (คาดว่าคนเป็นพ่อแม่ห้ามอม เพราะคงมีอย่างอื่นให้อมแล้ว) ถ้าลูกอมราคา5บาท เราก็ยังรู้ว่า คนขายควรจะทอนเงินให้เรา5บาท ซึ่งมันเป็นผลพวงมาจากการบวก ลบ เลข นั่นเอง ... เห็นหรือยังครับว่า คณิตศาสตร์อยู่กับเราตั้งแต่เรารู้จักขอเงินพ่อแม่ไปซื้อขนมกันเลยทีเดียว

โอเค หลายคนอาจจะเลยวัยเด็กมาหลายสิบปีแล้ว(ฮึๆ) อาจจะมองภาพตัวอย่างข้างบนไม่ออก งั้นเอาเรื่องใกล้ตัวเราในตอนนี้นั้นก็คือคอมพิวเตอร์นั่นเอง

เอาเป็นว่าแค่เราเปิดเครื่อง คอมขึ้นมา คณิตศาสตร์ก็ก้าวเข้ามาในชีวิตของเราทันที นั่นก็เพราะการจัดเก็บข้อมูลของคอมพิวเตอร์นั้นข้อมูลทั้งหมดทั้งหมดถูกลูกเก็บ เป็นแบบไบนารี(Binary) แล้ว ฮีไบนารีนั้นมันคืออะไร? พุดง่ายก็คือข้อมูลดิจิทัล ดิจิตอล(กรุณาออกเสียงมันส์ๆ เพื่อความได้อารมณ์) คอมพิวเตอร์จะเก็บในรูปแบบของเลข 0 กับ เลข 1 เรียกว่าเลขฐาน 2 ไฟล์เอกสาร ไฟล์เพลง ไฟล์ภาพ ริดลอดจนหนึ่งไบนารีของทุกๆ คอมพิวเตอร์มันมองเห็นเป็นเลข 0 กับ 1 หมด ส่วนวิธีเก็บนั้นเลข 0 กับ 1 ก็จะถูกเข้ารหัสด้วยสมการทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันไป ส่วนโปรแกรมที่ใช้เปิดไฟล์นั้นก็คือโปรแกรมที่ใช้ถอดรหัสสมการนั้นออกมาให้ คอมพิวเตอร์รู้จักและแสดงผลออกมานั่นเอง(หวังว่าอธิบายถึงตรงนี้คงไม่มีใคร ไปนั่งพิมพ์เลข 0 กับ 1 ด้วยความหวังที่จะสามารถสร้างไฟล์หนึ่งไบนารีได้ด้วยตัวเองนะครับ เจ๊กๆ)

สำหรับเกมคอมพิวเตอร์ ใครที่เล่นเกมอยู่ทุกวันเคยแอบสงสัยรีเปล่าครับว่าเขาสร้างเกมมาให้เราเล่น ได้ยังไง (ตอนนี้คนไทยเก่งมากเลยนะครับ ถึงขนาดได้เป็นหนึ่งในทีมผู้ร่วมพัฒนาเกมออร์คาร์ฟ เกมโคตรพ่อโคตรแม่ฮึด ของยุคนี้ก็ได้) เอาง่ายๆเลย เวลาเรามีจากตัวละครเดิน

ชนกัน เกมโปรแกรมเมอร์ เอ้ย โปรแกรมมี เอ้ย โปรแกรมมั่ว เอ้ย โปรแกรมเมอร์ เอ้ย ถูกแล้ว (ฉลองครบรอบ12ปี มขพูดผิด-พูดแก้ เอ้ย....) เขามีหลักการยังไงให้รู้ว่าตัวละครเดินมาชนกันแล้ว

ถ้าเป็นเกม2มิติ วิธีหนึ่งที่ใช้ตัดสินว่าตัวละครนั้นมาอยู่ ณ ตำแหน่งเดียวกันหรือยังก็คือ ใช้สูตรสมการระยะห่างของพิกัดนั่นเอง สมมติว่าพิกัดของตัวละครAเท่ากับ(x1,y1) พิกัดของตัวละครBคือ(x2,y2) ระยะห่างระหว่างตัวละคร2ตัวนี้ก็คือ

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

และถ้าระยะห่างของตัวละคร 2ตัวนี้เป็น 0 แสดงว่าตัวละครวิ่งเข้ามาชนกันแล้วนั่นเอง เงง เงง

อันนี้เป็นตัวอย่างง่ายๆที่เชื่อว่าหลายคนอาจจะค้นเคยมาตั้งแต่สมัยเป็นหนุ่มสาวมัธยมฯ แต่จริงๆแล้วคณิตศาสตร์รวมทั้งฟิสิกส์เป็นสิ่งจำเป็นมากในการสร้างเกมให้สมจริง พูดถึงตรงนี้ จะมีนักเล่นเกมคนไหนน้อยที่อยากจะเขียนเกมคนไทยไปตีตลาดโลกแบบที่เกาหลี-ญี่ปุ่น เขาทำมั่ง

เอาละ เตี่ยว่าจะเบียดคอมพิวเตอร์กันไปซะก่อน ลองมาดูเรื่องอื่นกันมั่ง อย่างเช่นเรื่องธุรกิจ เขามีวิธีไหนมาตัดสินใจว่า กูจะขายของให้เมื่งราคาเท่านี้ละ

วิธีง่ายๆ แบบไม่ต้องคิดอะไรมากก็ดูต้นทุน แล้วอยากได้กำไรยังไงก็บวกเข้าไปจากต้นทุน ง่ายมะ แต่ช้าก่อน!!! หวังเจา หมาฮั่น จางหลง จ้าวอู๋ ถ้าทำแบบนี้สำหรับธุรกิจใหญ่ๆ สินค้าอาจจะขายไม่ออกเลยก็ได้ ถ้าหากผู้บริโภคคิดว่าราคาที่ตั้งมานั้นมันแพงเกินไป วิธีหนึ่งที่ผู้ผลิตใช้ก็คือถ้ามอง(สมุด)พฤติกรรมของผู้บริโภค แล้วเก็บเป็นสถิติเอาไว้เพื่อนำมาตีเป็นสมการ โดยสมการของความพอใจที่ผู้ซื้ออยากจะซื้อเรียกว่าฟังก์ชันอุปสงค์บท เอ้ย อุปสงค์เฉยๆ อันนั้นมันอุปสมบท ส่วนฟังก์ชันที่แทนความพอใจที่ผู้ขายอยากขายเรียกว่าฟังก์ชันอุปทาน เมื่อนำ2ฟังก์ชันมาหาจุดสมดุล แก่สมการออกมาก็จะเป็นจุดพอเหมาะที่คนขายและคนซื้อต่างก็แฮปปี้ มีแสง กันถ้วนหน้า

ผมพิมพ์มาถึงตรงนี้ยอมรับ สารภาพเลยว่า หิวข้าวมากงา ดังนั้นจึงขอจบบทนี้แบบหน้าด้านๆไว้เพียงเท่านี้ แต่เรื่องราวของคณิตศาสตร์ยังไม่จบ (อย่าพึ่งนับศพคนเขียน) ตอนต่อไปเรามาดูกันต่อว่าคณิตศาสตร์ดัดทำแป๊ะชะละอะไรได้อีกมั่ง

๒. แคลคูลัส ทำแป๊ะชะอะไรได้มั่ง

ต่อเนืองจากบทที่แล้ว วันนี้จะขอพูดถึงคณิตศาสตร์แขนงใหญ่ แขนงหนึ่งที่หลายๆคนน่าจะคุ้นหูกันเป็นอย่างดี นั่นก็คือ ฝาม พาม ฝามมมมม แคลคูลัส ครับพี่น้อง

น้องๆ ที่ยังไม่ได้เรียนม.ปลาย หรือใครที่ไม่ได้เรียนคำนวณ หรือคนที่เรียนมาแล้ว แต่ก็ยังไม่เข้าใจว่า อีแคลคูลัสนี่มันคืออะไร เอาเป็นว่าจะอธิบายสั้นๆละกันว่า แคลคูลัส ก็คือ นักแสดงรุ่นเก่าที่ชื่อเล่นว่าจ๊กโง่งละ เอ้ย อันนั้น เนาวลัส, แคลคูลัส ก็คือ ส่วนผสมในยาคุลท์ เอ้ย อันนั้น มันเล็กโตบาซิลัส, แคลคูลัส ก็คือ ตัวละครในเรื่อง The lord of the rings ที่แท้ ยิงธนู ตัว เป้ววว นั่นเลโกลัส เฟย

เอาจริงๆ ชะที(เล่นมุขได้1ยอหน้า แฮ่ๆ) แคลคูลัส เป็นคณิตศาสตร์ที่วาดด้วยการศึกษาการเปลี่ยนแปลงและอัตราการเปลี่ยนแปลง ... แล้วทำไมต้องสนใจและก็ต้องศึกษามัน? ที่มนุษย์คิดค้นแคลคูลัสขึ้นมา ก็เพราะ โลกของเราล้วนอนิจจัง เต็มไปด้วยความเปลี่ยนแปลง การเปลี่ยนแปลงบางอย่างอาจมีผลกระทบต่อคนหลายคน คนหลายกลุ่ม หรือคนทั้งโลก ถ้าเราสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงเหล่านี้ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ได้ละก็ เราก็จะสามารถทำนายและควบคุมผลกระทบของมันได้ ซึ่งวิธีอธิบายการเปลี่ยนแปลงของสิ่งต่างๆด้วยสมการทางคณิตศาสตร์มีตัวเอก ชื่อ ... เนาวลัส เอ้ย แคลคูลัส(ยังกล้าเล่นน้อ แฮ่ๆ)

ยกตัวอย่างเช่น การเกิดคลื่น Wave Equationหรือสมการการเกิดคลื่นนั้น สามารถอธิบายได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์(Differential Equation) ดังนั้นการที่จะสามารถทำนายผลกระทบและวงกว้างของคลื่นนั้นได้ ต้องใช้ตัว แบบแคลคูลัสตัวนี้ในการอธิบาย โดยระบบระแวงระวังภัยจากคลื่น อย่างน้อยก็ต้องมีคอมพิวเตอร์ที่สามารถแก้สมการดังกล่าวได้ จึงจะสามารถทำนายได้ว่า คลื่นเกิดบริเวณนี้ ส่งผลกระทบถึงบริเวณนี้ และคลื่นจะเข้าฝั่งภายในเวลาเท่านี้ เอ้า พวกเรา ย้ายของ

ตัวอย่างข้างบนเป็นตัวอย่าง หนึ่งที่ชี้ให้เห็นว่า แคลคูลัสได้ก้าวเข้ามา มีบทบาทสำคัญในเรื่องสวัสดิภาพและความปลอดภัยของ มนุษย์

ที่นี่ เราลองมาดูในเรื่องแวงวงคอมพิวเตอร์กันมั่ง สนใจแล้วใช่ไหมละ ครับว่าแคลคูลัสเกี่ยวข้องกับคอมพิวเตอร์ยัง

เรื่องที่ใกล้ตัวเราก็คือ ภาพดิจิตอล ดิจิตอล ไฟล์ภาพที่ฮิตที่สุดก็คือไฟล์นามสกุล jpegหรือjpg นั่นก็เพราะไฟล์jpgมีขนาดไม่ใหญ่มากเมื่อ

เทียบกับคุณภาพของไฟล์ นั่นเอง วิธีการบีบอัดไฟล์ภาพให้เล็กลงของ jpg นี้ก็นำเอาโมเดลของฟูรีเยร์มา ใช้อีกนั่นแหละ(หวังว่าคืนนี้คงไม่มีใครไปนอนละเมอว่า ฟูรีเยร์ เย เย กันนะครับ) แต่เราจะสังเกตว่า จะมีบางจุดภายในภาพที่คุณภาพสี และตลอดจนความคมชัดมันหายไป เมื่อเทียบกับภาพที่ถึกบีบมันกว่าอย่างเช่นไฟล์นามสกุลbmp นั่นก็เพราะโมเดลของฟูรีเยร์ซึ่งเป็นโมเดลทางแคลคูลัส(ลิมิต ดิฟ อินทิเกรต ตรีศูตร) จะทำงานได้ดีกับฟังก์ชันต่อเนื่อง พอเราต้องกำจัดข้อมูลบางอย่างออกไปเพื่อที่จะทำให้ขนาดไฟล์เล็กลง มันจึงมีผลให้บางจุดสมการฟังก์ชันของภาพมันไม่ต่อเนื่อง และจุดๆนั้นก็คือจุดที่ความคมชัดและสีเพี้ยนนั่นเอง ...

ฤ ฤ ฤ ถูกดต้องนะครับบบบบบบบบบบบ

ซึ่งหลักการที่ว่ายอมเสียข้อมูลบางอย่างเพื่อ ให้ได้ไฟล์ขนาดเล็กที่มีคุณภาพในระดับที่ยอมรับได้ก็ยิ่งถูกนำมาใช้กับพวก ไฟล์เสียง เช่น mp3,ogg รวมทั้งไฟล์วีดิโอ เช่น avi อีกด้วย

พูดถึงความไม่ชัดของภาพและเสียง เราลองมองในมุมกลับกันซิว่า ถ้าเรามีไฟล์ภาพ ไฟล์เสียง ไฟล์วีดิโอ ที่คุณภาพไม่ได้ตั้งใจ เราจะทำให้มันดีขึ้นได้หรือเปล่า?

คำตอบก็คือ ได้ครับ ผมจะยกตัวอย่างในกรณีของวีดิโอกันแล้วกัน(เผื่อมีคนอ่านแล้วสนใจอยากจะทำพัฒนา โปรแกรมลบเซ็นเซอร์หนึ่งปีขึ้นมาบ้าง เอ๊ๆ) หลักการมีอยู่ว่า

ภาพที่เราเห็น = ภาพต้นฉบับ+คลื่นรบกวน

ดังนั้น คลื่นรบกวน = ภาพที่เราเห็น - ภาพต้นฉบับ

แน่นอนว่าถ้าเราทำให้คลื่นรบกวนมีค่าน้อยที่สุดเท่าที่จะน้อยได้ เราก็จะได้ภาพที่มีความสมบูรณ์ที่สุด แต่ปัญหาก็คือ ข้อมูลที่เรามี เรามีเพียงแค่ข้อมูลของภาพที่เราเห็นแค่นั้น เราไม่รู้ว่าจะอะไรคือภาพต้นฉบับ เราจะต้องสร้างสมการเพื่อนำไปหาค่าฟังก์ชันภาพต้นฉบับที่ทำให้เกิดคลื่น รบกวนน้อยที่สุด

สำหรับ คนเขียนเกม แคลคูลัสอาจจะเกี่ยวข้องกับงานเกม มากน้อยตามลักษณะของเกมที่เราเขียน(แต่เรขาดคณิต รวมทั้งพีชคณิต นี่น่าจะเจอบ่อยครับ) แต่ถ้าเป็นเกมที่กราฟิกจัดๆ และต้องการให้สมจริงมากที่สุด ผู้ผลิตเกมบางเจ้าเขาถึงขนาดว่าคำนวณสมการกันออกมากันจะๆเลยนะครับ เช่น ถ้ายิ่งปืนด้วยแรงเท่านี้ จากความสูงเท่านี้ ลูกปืนจะยิง

ไปไกลเท่าไร หรือถ้าตัวละครหรือฉากโดนชนด้วยแรงขนาดนี้ จะกระเด็นไปแบบไหน ซึ่งความรู้ด้านฟิสิกส์ผนวกกับแคลคูลัสเป็นสิ่งจำเป็นมากในเรื่องนี้

พูดถึงฟิสิกส์ อัตราการเปลี่ยนแปลง อัตราการเร่ง ต่างๆ ล้วนเกี่ยวข้องกับแคลคูลัสทั้งสิ้น(อย่างที่บอกไว้ในความหมายของแคลคูลัส นั้นแหละครับว่าแคลคูลัสใช้อธิบายการเปลี่ยนแปลง) ในงานวิศวกรรมบางงาน ถ้าสเปกงานบางอย่างไม่ตรงไปตามรูปแบบมาตรฐาน เราอาจจะต้องมานั่งคำนวณ แรงหมุนแรงนี้(หมายถึงแรงในทางฟิสิกส์นะครับ ไม่ใช่แรงงาน) ที่จะใช้เวลาก่อสร้าง นี่เป็นคำตอบว่าทำไมวิศวกร ต้อง(ถูกบังคับ)ให้เรียนแคลคูลัส ถึงแม้จะเรียนก็ไม่ ก็ครั้ง ถึงจะผ่าน แต่ก็ต้องเอาให้มันผ่านให้ได้ เพราะมันเกี่ยวกับสายงานโดยตรง

เอาละ หลายคนคงจะได้เห็นประโยชน์และการประยุกต์ใช้แคลคูลัส ซึ่งเป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ไปแล้วนะครับ ถึงจะทำแป๊ะชะไม่ได้ เพราะแคลคูลัสมีใช้ปลาช่อน แต่แคลคูลัสก็มีประโยชน์ต่อมนุษย์มากมายหลายอย่าง จากตัวอย่างที่ยกมาถือว่าเป็นตัวอย่างอันน้อยนิดกระเจิงนิง เมื่อเทียบกับสิ่งที่แคลคูลัสสามารถทำได้

ยังมีเรื่องเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ตลกๆที่น่าสนใจที่จะเอามาเล่าให้ฟังในโอกาสต่อไป สำหรับวันนี้ขอกล่าวคำว่า สวัสดี

๓. สมการทางคณิตศาสตร์ของความรัก

มีคนมากมายที่พยายามจะหา นิยามความรักว่ามันคืออะไร แต่สำหรับผม ผมคิดว่า ความรักมันเป็นอนิยาม นั่นก็คือไม่สามารถนิยามได้ เรารู้แต่เพียงว่า ความรู้สึกแบบนี้คือความรัก รักแบบไหน แบบ พ่อ แม่ พี่น้อง สามี ภรรยา แฟน หรือแม้กระทั่ง เพื่อน...กูรักมึงวะ แต่ จะให้บอกความหมายชัดเจนของมันนั้นมันยากที่จะทำ ก็เหมือนกับเรื่องเซตในคณิตศาสตร์ เรารู้ว่านี่คือเซต(ความรัก) นี่คือนสมาชิกของเซต(เรารักใคร) นี่คือนับเซต(รักแบบไหน) นี่คือนับเซตว่าง(เราไม่รักใคร) นี่คือนับเซตจำกัด(รักแบบมีขอบเขต) นี่คือนับเซตอนันต์(รักล้นเหลือ) แต่เราไม่สามารถนิยามได้ว่าเซตคืออะไร เพราะเซตเป็นอนิยาม(คำถามว่า เซตหมายถึงอะไร เป็นข้อสอบสัมภาษณ์ ทนเรียนต่อคณิตศาสตร์ต่างประเทศครับ ใครสามารถให้ความหมายของเซตได้ ถือว่า ผิด!!!)

ทฤษฎีบท: สมการทางคณิตศาสตร์ของความรักสามารถแทนด้วยฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล หรือฟังก์ชันเลขยกกำลัง(แล้วเมิงจะเรียกเป็นภาษาฝรั่งทำขอกดีอะไรอะเนี่ย) ด้วยสมการดังนี้

$$L = R^M$$

โดยกำหนด L หมายถึง ความรัก, R หมายถึง เหตุผล, และ M หมายถึง ความหวังหา

กรณีที่1 R(เหตุผล)น้อย, M(ความหวังหา)น้อย กรณีนี้ ความรักจะมีค่าคงที่ใกล้เคียงหรือเท่ากับศูนย์ และจะเป็นศูนย์อยู่อย่างนี้ตลอดไป ไม่เพิ่มไม่ลด นั่นก็เพราะกอดคอกันมีค่าน้อยทั้งเลขฐานและเลขชี้กำลัง (ลองกดเครื่องคิดเลข 0.1 ยกกำลัง 0.1 แล้วจะจินตนาการออกเองครับ)

กรณีที่2 R(เหตุผล)มาก, M(ความหวังหา)น้อย กรณีนี้ ความรักจะเข้าใกล้กับค่าคงที่ เนื่องจากว่าเลขฐานนั่นก็คือR(เหตุผล) มีค่ามาก แต่เลขชี้กำลัง(M := ความหวังหา)มีค่าน้อย ความรักก็จะลดลงๆ จนเข้าใกล้ภาวะคงที่ระดับหนึ่ง และก็จะอยู่ภาวะอย่างนั้นตลอดไป แต่อย่างน้อยก็ยิ่งดีกว่ากรณีที่1 เพราะกรณีนี้ความรักไม่ได้ลู่เข้าสู่ศูนย์(ใครคิดไม่ทัน ลองเอา 1 ล้าน ยกกำลัง 0 ลองดูครับ)

กรณีที่3 R(เหตุผล)น้อย, M(ความหวังหา)มาก กรณีนี้ น่าตกใจ เพราะเนื่องจากว่าเลขฐาน(R := เหตุผล) มีค่าน้อย เอาไปยกกำลังด้วยความหวังหาที่มีค่ามาก ค่าความรักออกมาจะเป็นตัวเลขที่น้อยมาก(ถ้ามองภาพตามไม่ออก ลองเอา 0.01 ไปยกกำลัง 1 ล้าน ลองดูนะครับ)

ดังนั้นกรณีนี้ความรักจะกลายเป็นฟังก์ชันลดลง ลดลง จนเข้าไปสู่ศูนย์ ในที่สุด

กรณีที่ 4 R(เหตุผล)มาก, M(ความหวัง)มาก แน่นอานว่าถ้าเลขฐาน(ความรัก)และเลขชี้กำลัง(เหตุผล) ต่างมีค่ามากอย่างสมดุลกัน ความรักก็จะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม(ลองเอา1ล้าน ยกกำลัง1ล้าน แล้วดูค่าตัวเลขดูสิครับ) จนเข้าไปสู่อินฟินิตี้(infinity) ซึ่งหมายถึง รักอย่างไร้ที่สิ้นสุดนั่นเอง

จาก 4 กรณี นี้ ผมอยากจะกล่าวทิ้งท้ายว่า ผู้หญิงคนหนึ่ง กับผู้ชายคนหนึ่ง กว่าจะได้มาเจอกันเพื่อรักกันเป็นเรื่องที่ยากมาก(ดูได้จากความน่าจะเป็น) เมื่อมีความรักแล้ว เราก็ควรจะทำให้เลขฐานของความรัก และเลขชี้กำลังของความรัก มันสมดุลกัน จริงไหมครับ พี่น้อง

แต่ข้าก่อน!!! ทฤษฎีบทข้างบน เหลวไหลทั้งเพครับ(อ่าว เฮ้ย) อย่างที่บอกไว้ก่อนที่จะขึ้นทฤษฎีบทนั้นแหละครับว่า ความรักเป็นอนิยาม ไม่มีมนุษย์ชี้เหม็น ชูเชิญเทวดาหน้าไหน ที่จะสามารถกำหนดตัวแบบให้กับความรักได้อย่างเป็นรูปธรรมได้ ยกตัวอย่างเช่น บางคู่ อาจจะไม่ค่อยมีเวลาให้กันจนดูเหมือนว่าไม่ห่วงหาคันเท่าใดนัก แต่ถ้าเข้าใจเหตุผลของกันและกัน ก็สามารถดูแลความรักได้ดีกว่าบางคู่ที่โทรหากันทุกๆ ชั่วโมงซะอีก หรือบางคู่ อีกฝ่ายหนึ่งอาจจะเป็นคนปากดี ชี้เอา เหงาแต่ใจ เย้ยยยย! ปากดี ชี้เหงา เอาแต่ใจ แต่อีกฝ่ายก็รู้ว่าถึงแม้จะเอาแต่ใจไร้เหตุผล แต่ก็คงไม่มีใครรักเราได้มากไปกว่าคนนี้อีกแล้ว ดังนั้นทฤษฎีข้างบนที่ผมมีมา ก็ไม่เป็นจริงเสมอไป ปรัชญาการณหลายอย่างในโลกอาจจะแทนด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ได้ แต่ต้องไม่ใช่ สิ่งที่เรียกกันว่า ... ความรัก อะฮิ้ววววววว คมบาดกางเกงในขาดเลยว้ย

ต่อมา พระบาทสมเด็จพระจอมเกล้าเจ้าอยู่หัว รัชการที่ ๔ ได้ทรงนำระบบปฏิทินปักขคณนา กลับมาใช้กำหนดวันออกอุโบสถ ของคณะสงฆ์ ธรรมยุติกนิกาย ให้ใกล้เคียงกับปรากฏการณ์บนท้องฟ้ามากที่สุด พบว่า มีรอบของจันทร์เพ็ญที่ ๒๙.๕๓๐๕๙๔ วัน ซึ่งใกล้เคียงกับ ค่าเฉลี่ย จันทร์เพ็ญทางดาราศาสตร์ จนมีคลาดเคลื่อนไม่เกิน ๑ วันในรอบหมื่นปี (คุณแม่เจ้า)

และสุดท้าย สำหรับการกำหนดวันลอยกระทงนั้นแน่นอนว่า ก็ เหมือนกับทุกวันนี้ก็คือสิ้นสุดเทศกาลกฐิน ตรงกับวันขึ้น ๑๕ ค่ำ เดือน ๑๒ ครีบ

เห็นไหมล่ะครับว่า คนสมัยก่อนไม่จำเป็นต้องมี ส.ส. คอยแจกปฏิทิน (พร้อมรูป และบอกชื่อของพรรคและคนแจก) ไม่จำเป็นต้องมีร้านขาย วัสดุก่อสร้างแถมปฏิทินเวลาซื้อตะปู และไม่จำเป็นต้องหารูปนางแบบ ที่มาในมิติ ๓๔-๒๔-๓๕ บวกกับ ๓ เหลี่ยมเบอร์มิวด้าที่ปรากฏอยู่ใน ปฏิทินเหล่า, เบียร์, น้ำมันเครื่อง รวมทั้ง จารบี ดาไ้เซ้ แต่คนโบราณก็ สามารถคำนวณวันเวลาได้อย่างแม่นยำและมีเทคนิคที่สุดล้ำเลิศ การที่ คนโบราณสามารถบอกได้ว่า วันขึ้น ๑๕ ค่ำ วันลอยกระทง วันขึ้น ๑๕ ค่ำ วันสำคัญ ทางศาสนา วันขึ้น ๑๕ ค่ำ วันขึ้นปีใหม่ วันขึ้น ๑๕ ค่ำปีใหม่-สมณรัตน์(สีๆ) ย่อม แสดงให้เราเห็นว่า คนสมัยโบราณ ปู่ ย่า ตา ยาย ของเรา เก่ง คณิตศาสตร์คอดๆไปเลยคะเพ

๕. 142857 โคตรเลข ฟ้าประทาน

หลายคนดูชื่อที่ผมจั่วหัวเอาไว้ว่าจะงงว่า เอ๊ะ อะไรของมัน ไบ๋หวยรีเปล่า...เปล่าเลยครับ ผมไม่ได้ไบ๋หวย ผมไม่มีสูตรเลขเด็ด ดังนั้น ไม่ต้องสงขของเปล่าติดแสดมปีบวกเงิน 399 บาท มาให้ผม เพื่อขอสูตรเลขเด็ดเอาไปซื้อหวย

ไอ้เจ้าเลข 142857 ที่ผมพูดถึงก็เลข 6 หลัก ธรรมดาๆนี่แหละครับ (อ่าว แล้วถ้ามันธรรมดาแล้วเม็งจะเอาโชว์ทำกรวยไตอะไรมีทราบครับ) เพียงแต่มันเป็นเลขธรรมดาที่ไม่ทำมาดา เพื่อความสนุกและเป็นการยืนยันว่าผมไม่ได้มั่ว ลองหาเครื่องคิดเลขหรือเปิดโปรแกรมเครื่องคิดเลขมากดตามลองดูนะครับ สนุกดี

เริ่มแรก ลองดูผลคูณของ 142857 กับเลข 1 ถึง 6 ดูนะครับ

$$142857 * 1 = 142857$$

$$142857 * 2 = 285714$$

$$142857 * 3 = 428571$$

$$142857 * 4 = 571428$$

$$142857 * 5 = 714285$$

$$142857 * 6 = 857142$$

สังเกตอะไรไหมครับ ถ้าเราคูณเลข 142857 ด้วยเลข 1 ถึง 6 ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นเลข 1 4 2 8 5 7 นำมาประกอบกันโดยหมุนเวียนตำแหน่งกันไปนั่นเอง และถ้าถามต่อว่า ถ้าคูณด้วยเลข 7 ละ จะได้ผลลัพธ์อะไรเอ่ย ปรากฏว่า แต้น แदन แदनนนนนนนน $142857 * 7 = 999999$ เลขสวยไหมล่ะครับ

ทีนี้ลองเอาผลคูณจากเลข 1 ถึง 6 ข้างบนมาเรียงกันแบบข้างล่างลองดูนะครับ

1 4 2 8 5 7

2 8 5 7 1 4

4 2 8 5 7 1

5 7 1 4 2 8

7 1 4 2 8 5

8 5 7 1 4 2

เมื่อเรียงแล้วก็ลองหาผลบวกของแต่ละแถวลองดูครับ ... ทุกแถว บวกกันภายในแถวได้เท่ากับ 27 ทั้ง 6 แถวเลยใช่ไหมครับ ยิ่งครับ ยิ่งไม่สะใจ ลองบวกกันในแต่ละคอลัมน์ลองดูครับ ผลบวกภายในคอลัมน์แต่ละคอลัมน์ได้เท่ากับ 27 เหมือนกันเลยใช่ไหมครับ!!!

ถ้าบอกว่าความมหัศจรรย์ข้างบนน่าทึ่งแล้ว ความมหัศจรรย์สุดท้ายที่
ผมอยากนำเสนอ และเป็นความมหัศจรรย์ที่ผมร้องจ๊ากกก!!! ใน
ตอนแรกเลยที่ได้รู้ นั่นก็คือ เเตงตะละเลงเตงเตง เเตง เเตง เเตริงงงงงง

ลองคูณเลข 142857 ด้วยเลขที่มีค่าเยอะๆ(เอาหลักหลักหมื่นล้านขึ้นไป
ก็ได้) อย่างเช่น ผมลองคูณด้วย 32284662474ปรากฏว่า ผลคูณเป็น
แบบนี้ครับ $142857 \times 32284662474 = 4612090027048218$

ดูเหมือนมันไม่มีอะไรแปลกเลยใช่ไหมครับ เอาละ ทีนี้ลองแบ่งผลคูณ
ซึ่งก็คือ 4612090027048218 ออกเป็นชุดๆ ชุดละ 6 ตัว จากขวาไป
ซ้าย จะได้เลขออกมาเป็นชุดๆ ดังนี้ 048218, 090027 และ 4612(ชุด
สุดท้ายเหลือไม่ครบ6ตัวไม่เป็นไรครับ) จากนั้นก็เอาเลขที่แบ่งไว้แต่ละ
ชุดมาบวกกันคณะครับ(จากตัวอย่างของผม ผมต้องหาผลบวกของ
 $048218+090027+4612$) ได้เท่าไรหะเอ่ย ...

ว่ากกกกกกกกกกกกกกกก ได้เท่ากับ 142857 ใช่ไหมครับ โ้วววว

ไม่หมดแค่นั้นครับ ยังไม่หน้าใจ สมมติเลขที่เราเลือกเอามาคูณกับ
142857 มีขนาดใหญ่ไม่พอ นั่นก็คือ แค่ว่า 5นิ้ว ตามขนาดมาตรฐาน
ชายไทยทั่วไป เย้ยยยยย คนละเรื่องละ ผมหมายถึง สมมติว่าเลขที่
ผมเลือกมาคูณ มีค่าเป็นหลักสิบล้านเช่น 45013648 จะได้ผลคูณเป็น

$$142857 \times 45013648 = 6430514712336$$

แล้วก็ทำตามข้างบน คือ แบ่งเลขออกเป็นชุดละ 6 ตัว จากขวาไปซ้าย
ซึ่งตัวอย่างของผมได้เลขออกเป็นชุดๆ ดังนี้ 712336, 430514 และชุด
สุดท้ายมีตัวเดียวก็คือ 6 ทีนี้ก็เอามารวมกันดู ปรากฏว่า ...

$$712336+430514+6 = 1142856$$

ฮึๆ ในที่สุดเราก็รอดพ้นเงื้อมมือเลขข้านั้นซะที ะหะๆๆๆ ะหะๆๆๆ
แต่แล้ว...

ลองเอาผลลัพธ์ 1142856 มาแบ่งออกเป็นชุดๆ ชุดละ6ตัว จากขวาไป
ซ้ายซ้ำอีกที แล้วจากนั้นก็จับมารวมกันเหมือนเดิม และแล้ว...

$$1142856+6 = 1142862$$

โ้ววววววววววว พระเจ้าช่วยกล้วยทอด พระเจ้าจอร์จทอดกล้วย
ความมหัศจรรย์ของมันร้ายกาจจริงๆเลยใช่ไหมครับท่านผู้ชม

ถามว่า ไ้การที่เรารู้ความมหัศจรรย์ของตัวเลขตัวนี้มีประโยชน์อะไรมั่ง
คำตอบก็คือ ไม่มีครับ

แต่อย่าลืมนะครับว่า ปรัชญาการณหลายๆอย่างในโลกก็ไม่ได้มี
ประโยชน์ในชีวิตประจำวันสักเท่าไร แต่คนหลายคนก็มีความสุขที่จะ
ได้ไปสัมผัสกับปรัชญาการณนั้นด้วยตัวเอง อาจเป็นเพราะประโยชน์
จริงๆของมันก็คือสร้างความอึดอเมใจที่ได้รับรู้ถึง ความมหัศจรรย์
นั่นเอง

๖. พรรคการเมืองกับเรื่องเลือกตั้ง

เนื้อหาในบทนี้ กริดตาข่ายสาบานได้เลยว่า ไม่ได้มีเจตนาจะทำให้เกิดการแบ่งพรรคแบ่งฝ่าย ตลอดจนไม่ได้คิดจะละเมิดรัฐธรรมนูญ เพียงแค่ต้องการจะเอาคณิตศาสตร์มาจินตนาการกับการเลือกตั้งเล่นๆ ก่อนอื่นผมขอขอบคุณอาจารย์อลงกรณ์ แซ่ตั้ง ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ ม.ทักษิณ จ.สงขลา และนิตยสารMy Math สำหรับแหล่งข้อมูลครับ

แนว คิดสนุกๆที่ผมอยากเอามานำเสนอในวันนี้เป็นแนวคิดเกี่ยวกับการนับคะแนนเสียง ผลการเลือกตั้ง เพื่อตัดสินใจว่าพรรคใดควรจะเป็นพรรคเลือกตั้ง ผมสมมติให้มีพรรคการเมืองที่ลงแข่งขันในการเลือกตั้ง 3 พรรค ดังต่อไปนี้คือ พรรคA พรรคB พรรคC

โดยสมมติว่ามีกริดออกแบบบัตรเลือกตั้งใหม่ตามลำดับความชอบดังนี้

ตัวเลือก	
ABC	
ACB	
BAC	
BCA	
CAB	
CBA	

โดย แต่ละตัวเลือกจะเรียงชื่อพรรคจากชอบมากที่สุด ไปยังพรรคที่ชบน้อยที่สุด เช่น ABC หมายถึงชอบพรรคA ชบนพรรคBรองลงมา และชบนพรรคCน้อยที่สุด(หรืออาจจะเกลียดมากที่สุด)

โดยปรากฏว่าผลการเลือกตั้งเป็นเยี่ยงนี้

ตัวเลือก	คะแนน
ABC	100
ACB	500
BAC	75
BCA	425
CAB	50
CBA	350

แน่นอนครับว่า ถ้าเป็นกติกาที่เราใช้กันอยู่ในทุกวันนี้ เราตัดสินจากพรรคไหนมีคนรัก มีคนเชียร์ มีคนโหวตมากที่สุดก็จะได้แชมป์ไปครอง

เรามาดูผลโอบปูลาร์ โหวตกันครับ
 ขอบพรรคAที่สุด=100+500=600 เสียง
 ขอบBที่สุด=75+425=500 เสียง
 ขอบCที่สุด=50+350=400 เสียง

ดังนั้นผู้ชนะในซีซั่นนี้ได้แก่ พรรค A คร้าบบบบบบ(เสียงเพลงคลอ - บนทางเดิน แห่งความฝันนี้ อาจไม่มีพรมได้ปูทาง อุปสรรคขวากหนามมากมายเหลือเกิน พร้อมกับผู้ชนะน้ำตาคลอเบ้า โอ้อ ซึ่งคอดๆ)

ช้า ก่อน!!! หวังเจา หม่าฮั่น จางหลง เจ้าอู่ ... ยังมีวิธีการนับคะแนนที่น่าสนใจอีกริธีหนึ่ง นั่นก็คือวัดกันแบบตัวๆเลือกผ่าไม่เกี่ยว ที่เปลี่ยนเป็นใช้ได้... เรามาดูกันว่า ถ้าดูคะแนนกันเป็นคู่ๆไปแล้ว ผลของการตัดสินจะออกมาเป็นอย่างไร

...คู่แรกดูเฉพาะAกับBก่อน
 กรณีที่มีคนชอบAมากกว่าBได้แก่
 $ABC+ACB+CAB=100+500+50=650$ เสียง
 กรณีที่มีคนชอบBมากกว่าAได้แก่
 $BAC+BCA+CBA=75+425+350=850$ เสียง
 ดังนั้น สรุปว่า คนส่วนใหญ่ชอบ Bมากกว่าA!!!

...คู่ที่สองดูเฉพาะAกับC
 กรณีที่มีคนชอบAมากกว่าCได้แก่
 $ABC+ACB+BAC=100+500+75=675$ เสียง
 กรณีที่มีคนชอบCมากกว่าAได้แก่
 $CAB+CBA+BCA=50+350+425=825$ เสียง

ดังนั้นสรุปว่า คนส่วนใหญ่ชอบ Cมากกว่าA!!!

...คู่สุดท้ายดูเฉพาะBกับC

กรณีที่มีคนชอบBมากกว่าCได้แก่

$$BAC+BCA+ABC=75+425+100=600 \text{ เสียง}$$

กรณีที่มีคนชอบCมากกว่าAได้แก่

$$CAB+CBA+ACB=50+350+500=900 \text{ เสียง}$$

ดังนั้นสรุปว่า คนส่วนใหญ่ชอบ Cมากกว่าB!!!

จาก ทั้ง3คู่เราสรุปได้ว่า คนชอบCมากกว่าBและA ,คนชอบBมากกว่าA
วิธีนี้จะให้ผลการเลือกตั้งที่กลับกันกับวิธีแรกอย่างสิ้นเชิงนั่นคือCจะ
กลายเป็นผู้ชนะการเลือกตั้งส่วนAก็จะได้ที่โหลไป(ชะงันนะ ช่วย!!!)

วิธีที่สองมันแสดงให้เห็นว่าบางทีพรรคที่ชนะการเลือกตั้งจากวิธีที่แรก
อาจจะไม่ใช่ผู้ที่เป็นที่ชื่นชอบของประชาชนส่วนใหญ่ก็เป็นได้

แต่เราต้อง ไม่ลืมว่า ประชาธิปไตย เป็นเรื่องของเสียงข้างมาก ไม่ใช่
เสียงข้างคนเกลียดน้อย ดังนั้น การนำวิธีที่สองมาคิดอาจจะเป็นไปได้
ในแง่ของการสำรวจความนิยม แต่คงเป็นไปได้ยากในแง่ของการ
เลือกตั้งที่มีอยู่จริง มันก็คงเหมือนกับเรื่องของแฟนบอล ถ้าถามว่า
แฟนบอลทีมอะไรมีมากที่สุด คำตอบก็คงเป็นแมนฯยูฯ แต่ถ้าถามว่า
ทีมไหนถูกคนเกลียดเยาะที่สุด คำตอบก็คงเป็นแมนฯยูฯเหมือนกันนั่น
แหละครับพี่น้องงงงงงง

๗. เมื่อ "ถ้าคุณแน่อย่าแพ้ป.๔" เฉลยไม่ถูก

มีวันหนึ่งผมกำลังนอนเฝ้าดูตูดอยู่บนเตียง พอดีน้องกำลังเปิดทีวี ดูรายการ "ถ้าคุณแน่ อย่าแพ้ป.๔" แล้วเสียงก็เล็ดลอดเข้าไปในห้องนอนผม ก็เลยแอบฟังไปด้วย เฝ้าดูไปด้วย เพลินนักแล

มีคำถามข้อหนึ่ง ซึ่งพิธีกรคนหนึ่ง ถามผู้ร่วมรายการคนหนึ่ง ไม่ใช่คำถามระดับ ป.หนึ่ง เพราะเป็นคำถามของป.สี่ คำถามข้อที่ผมว่านี่ถ้าจำไม่ผิด น่าจะเป็นคณิตศาสตร์ป.๔ โดยคำถามมีอยู่ว่า...

ถ้าลากเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมผืนผ้าตัดกันสองเส้นได้รูปสามเหลี่ยมกี่รูป ชนิดใดบ้าง?

ไอ้พึมพำนอนเฝ้าดูตูดพลางคิดว่า คำถามนี้อาจจะซับซ้อนไปรีเปลาสำหรับ๔ เพราะคำตอบจริงๆไม่ได้อยู่ที่การคำนวณอะไรทั้งนั้น แต่หากอยู่ที่การสังเกตต่างหาก ซึ่งผมก็กลัวว่าผู้ร่วมรายการและน้องๆไฮเปอร์ (กรุณาสังเกตท่าประกอบการแนะนำ ตัวของน้องๆเค้าจะได้อารมณ์ยิ่งขึ้น)ประจำรายการอาจจะไม่ได้สังเกตกัน

ถ้าเป็นคุณผู้อ่าน จะตอบว่าอะไรครับ สำหรับคำถามนี้...

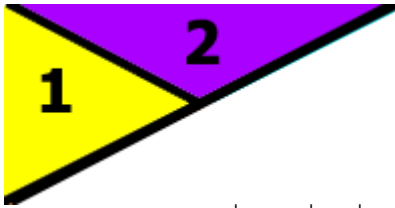
ทางรายการเฉลยว่า ได้สามเหลี่ยมหน้าจั่ว(สามเหลี่ยมที่มีด้านสองด้านยาวเท่ากัน)สี่รูป

เป็นไงครับ ตอบได้ตรงกับเฉลยบ้างหรือเปล่า ...

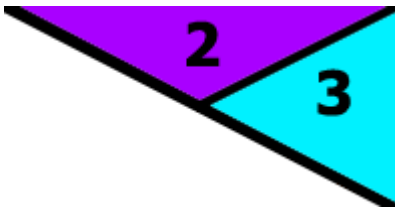
ทีนี้ลองดูรูปที่ผมใช้สุดยอดเทคนิคกราฟิก จำลองโมเดลมาให้ดูนะครับ



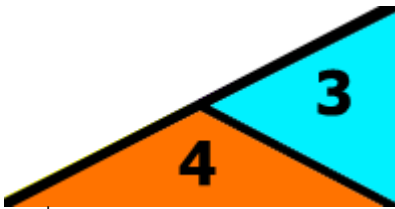
สี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่ลากเส้นทแยงมุม ๒ เส้น ก็จะได้ สามเหลี่ยมหน้าจั่ว ๔ รูป ดังที่รายการเขาเฉลยนั่นแหละครับ



แต่เราก็ยังมีรูปสามเหลี่ยมรูปอื่นๆที่ทางทีมงานของรายการไม่ได้นับ อันนี้รูปแรก



รูปที่ ๒



รูปที่ ๓

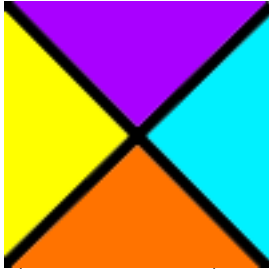


รูปที่ ๔

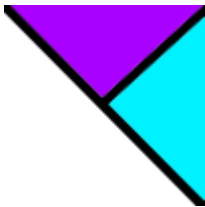
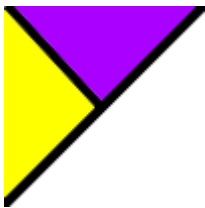
คำตอบที่ถูกจึงควรจะเป็น ได้สามเหลี่ยม ๘ รูป โดยแบ่งเป็น สามเหลี่ยมหน้าจั่ว ๔ รูป และ สามเหลี่ยมมุมฉากอีก ๔ รูป ... แต่ช่า ก่อน หงอคง โป๊ยก่าย ชั่วเจ๋ง มันยังมีอีกกรณีหนึ่ง

ถ้าเราพิจารณาความหมายของสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่บอกว่า เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน นั่นสี่เหลี่ยมจัตุรัสก็ถือว่าเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าเหมือนกันอะเดะ เพราะสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านเท่ากันทุก

ด้าน ดังนั้น ด้านตรงข้ามยาวเท่ากันชั่วคราว .. เรามาดูกันว่าถ้าเป็น
สี่เหลี่ยมจตุรัส จีเกิดอันหนึ่งขึ้น



เริ่มแรกก็ได้สามเหลี่ยมหน้าจั่ว ๔ รูป คือๆกันนี้แหละ พิเศษขึ้นมาอีก
นิดก็ตรงที่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากด้วย เพราะมุมที่เกิดจากเส้นทแยง
ตัดกันของสี่เหลี่ยมจตุรัส เป็นมุมฉาก และจากนั้นก็มาดู ๔ รูปที่เหลือ
ต่อไปนี่





เนื่องจากว่า สีเหลี่ยมจตุรัสมีด้านเท่ากัน ดังนั้นสามเหลี่ยม ๔ รูปข้างบนที่เกิดจากสีเหลี่ยมจตุรัสก็จะเป็น สามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วด้วย ค่าตอบของกรณีที่เป็นสีเหลี่ยมจตุรัส ก็คือ เส้นทแยงมุมสองเส้นตัดกันทำให้เกิดสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว ๘ รูป

ผมจั่วหัวไว้ว่า "ถ้าคุณแน่อย่าแพ๊ป.๔" เฉลยไม่ถูก โดยไม่ใช้คำว่า "ผิด" ก็เพราะว่า ค่าเฉลยของทางรายการไขว้จะผิดซะทีเดียว เพียงแต่ว่ามันไม่ถูกครบถ้วนเท่านั้นเอง ถ้าจะให้ตอบแบบที่รายการเฉลย ควรจะเปลี่ยนคำถามเป็น "สีเหลี่ยมผืนผ้าที่ด้านยาวและด้านกว้างยาวไม่เท่ากัน เมื่อเส้นทแยงมุมสองเส้นตัดกันแล้ว ทำให้เกิดสามเหลี่ยมหน้าจั่วกี่รูป"

ผมเดาว่า ทางทีมงานของรายการ ก็คงรู้เฉลยอันนี้เหมือนกัน แต่ผมก็เดาเอง(อีกนั่นแหละ)ว่า ทีมงานคงไม่อยากจะให้ค่าเฉลยมันดูลึกลับลอกซอกตุต และดูยากเกินไปสำหรับความรู้ในระดับป.๔

แต่ผมมีความเชื่อว่า ในเรื่องการเรียนไม่ว่าจะเด็ก,ผู้ใหญ่,กำนัน รี อบต. บางทีการยอมเสียเวลาเพิ่มอีกนิดหน่อยที่จะให้ข้อมูลที่มันละเอียดขึ้น จะทำให้เขาใช้ความรู้ได้อย่างรอบคอบ และไม่จดจำความรู้ที่ขาดๆ เกินๆ ไปใช้ในวันข้างหน้า(ผู้ชมรายการเทปนี้ คงจำคำตอบนี้ไปตอบอีก หากเจอคำถามแนวนี้ในวันข้างหน้า)

ยกตัวอย่างเช่น ตอนที่ผมเล่าเรื่องเลขยกกำลังให้น้องๆที่เข้าคิวฟัง ผมมักจะถามเกริ่นว่า "เลขอะไรก็ช่างไปยกกำลังศูนย์ ก็จะได้หนึ่งซิมิเคอะ" เด็กๆก็ตอบกันสลอนว่า "ใช่เคอะ" ผมก็เลยถามว่า "ศูนย์ยกกำลังศูนย์ ได้หนึ่ง ซิมิ" เด็กก็ตอบเช่นเดิมว่า "ใช่เคอะ"

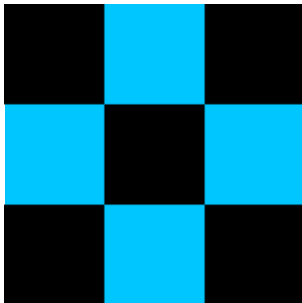
จริงๆแล้ว 0^0 ถือว่าเป็นรูปแบบที่ยังไม่กำหนดครับ(ขออัยว่า รูปแบบที่ยังไม่กำหนด หมายถึง นักคณิตศาสตร์ยังไม่ตกลงกันว่า มันควรมีค่าหรือไม่ ยิ่งไง เท่าไหร่ เพราะหลายๆคนจะติดปากว่า หาค่ามีด้านยาว) ดังนั้น คำตอบที่บอกว่า ศูนย์ยกกำลังศูนย์ ได้หนึ่ง จึงเป็นคำตอบที่ผิดครับ(คุณทำดีแล้ว แต่ยังไม่พอสำหรับถ้าคุณแน่อย่าแพ๊ป.๔ เชิญครับ...)

แต่ถามว่าคนที่ตอบผิดนะ ไม่เก่งคณิตหรือ คำตอบก็คือ ไม่ใช่ครับ
น้องๆที่ตอบผิด ไม่ได้ไม่เก่งคณิตแะดุด แต่ น้องๆเค้าก็บอกว่
โรงเรียนมัธยมฯเขาสอนมาหยั่งจี้ ูกก็ตอบหยั่งจี้ ซึ่งก็หมายความว่า
น้องๆเค้ารับข้อมูลมาไม่ครบถ้วนนั่นเอง โดยที่อาจารย์อาจไม่ได้เน้นย้
ว่ามันมีกรณียกเว้นนะเคอะ(คนออกข้อสอบที่ชาติสัด หยิกหัวนม ขอบ
เอาช้อยกเว้นแบบนี้ มาออกดีนักแล)

กลับมาที่โจทย์ คณิตศาสตร์ป.๔ ของเรา จะเห็นว่า ความรู้ที่ใช้ตอบ
คำถามก็ไม่ได้เป็นความรู้ใหม่แปลกประหลาดอะไรเลย เพียงแต่ต้อง
อาศัยทักษะการสังเกตและความรอบคอบที่ละเอียดขึ้นม่อีกนิต ชิดๆ
เข้าไปอีกหน่อย สวรรค์น้อยๆกำลังมาคอยพิทิต พิทิตชิดม่อีกนิต พิทิต
ชิดม่อีกหน่อย เขยิบเข้ามาใกล้ๆ ู้ใหม่ๆ ว่าใครเขาคอย(ช่วย ไหงมัน
ไหลมาทางนี้ได้หว่า ยิ่งพิมพิมยิ่งมั่ว)

ในชีวิตจริง บางทีถ้าเราอมเสียเวลาขึ้นสักหน่อย เพื่อทำในสิ่งที่ยาก
ขึ้นมาอีกนิต มันอาจจะเป็นผลดีแก่เราและใครหลายๆคนอีกก็ได้ ดังนั้น
วันนี้ผมก็เลยพยายามใช้เท้าเกาตุตแทนใช้มือแบบเมือวาน (ครีเอต +8,
อุบาทว์ +10)

แถมท้ายบหนึ่ด้วยคำถามที่ว่า รูปข้างล่าง มีสีเหลี่ยมจตุรัสทั้งหมดกี่รูป



๘. สัญญาของนักการเมือง

ทนายชื่อว่า การขึ้นรถประจำทางปรับอากาศชั้น๒(แอร์ป.๒)กับการเลือกตั้งเหมือนกันตรงไหนครับ

เฉลย - ถ้าใครเดินทางโดยรถป.๒บ่อยก็จะรู้ว่า แค่ก้าวแรกที่เราเหยียบสถานีขนส่ง คุณเพื่อสารพัดบริษัทก็จะส่งคนมาเชิญเราไปขึ้นรถบริษัทเขา อย่างนอนน้อม จนบางรายถ้ามันอึดเราขึ้นรถได้มันคงอึดไปแล้วครับ แต่พอขึ้นรถมันเท่านั้นแหละครับ เราก็จะกลายเป็นลูกไก่ในกำมือมันทันที มันบอกไปนั่งไปยืนไหนเราก็ต้องไป(แถมมีดยังกะเราขอขึ้นไปนั่งรถมันฟรีอีก ต่างหาก) แถมถ้าโชคร้ายได้ยืน มันก็จะบอกขีดในครับที่ขีดใน เบียดกันเข้าไป รถแน่นขนาดไหนมึงก็บอกกูดอยู่ไหนแหละ เบียดกันจนจะได้เป็นผิวเมียกันบนรถป.๒อยู่แล้วนะ ...

ส่วนการเลือกตั้งนั้น ก่อนเลือกตั้ง ผู้สมัครสารพัดพรรคก็จะเข้ามาไหวนอบน้อมพวกเรา นี่ถ้าพวกที่แกราบได้คงกราบไปแล้ว ที่สำคัญก็ให้คำสัญญาว่า จะทำยังงั้นยังงี้ แต่พอเลือกไปแล้วเท่านั้นแหละครับ จากที่เขาเคยไหวเรา เราก็ต้องไหวเขา แถมบางที่ถ้าเขามา เราก็ต้องตั้งขบวนรอรับอีกต่างหาก ส่วนสัญญาที่เคยให้กัน มันก็เป็นแค่สัญญาหน้าฝน แฮ่อ

ลองพิจารณาประโยคต่อไปนี้

"ถ้า ผู้สมัครถูกเลือกให้เป็นส.ส. แล้ว เขาจะทำตามสัญญาที่ให้ไว้กับประชาชน"

สมมติว่าผมให้ ผู้สมัครถูกเลือกให้เป็นส.ส. เป็นประพจน์ P, และ เขาทำตามสัญญาที่ให้ไว้กับประชาชน เป็นประพจน์Q ผมก็จะได้ตาราง "ถ้า P แล้ว Q" ดังนี้

ตารางค่าความจริงของ ถ้า P แล้ว Q ($P \rightarrow Q$)		
P	Q	ถ้า P แล้ว Q
จริง	จริง	จริง
จริง	เท็จ	เท็จ
เท็จ	จริง	จริง
เท็จ	เท็จ	จริง

หรือ ให้เข้าใจง่ายหน่อยก็แปลงเป็นตารางนี้

ถ้า ผู้สมัครถูกเลือกให้เป็นส.ส. แล้ว เขาจะทำตามสัญญาที่ให้ไว้กับประชาชน?		
ผู้สมัครถูกเลือกให้ เป็นส.ส.	เขาทำตามสัญญา ที่ให้ไว้กับประชาชน	ส.ส.พูดจริง หรือเปล่า?
จริง	จริง	จริง
จริง	เท็จ	เท็จ
เท็จ	จริง	จริง
เท็จ	เท็จ	จริง

แถวแรก ถ้าผู้สมัครถูกเลือกให้เป็นส.ส.จริง แล้วเขาก็ทำตามสัญญาจริง ก็ถือว่าเขาพูดจริงทำจริง ลูกผู้ชายตัวจริง กระทิงแดง

แถวที่สอง ถ้าผู้สมัครถูกเลือกให้เป็นส.ส.จริง แล้วเขาไม่ทำตามสัญญา อันนี้แถวบ้านเรียกสตอเบอแหลครับ ก็ถือว่าเขาพูดไม่จริงไป

แถวที่สาม ถ้าผู้สมัครไม่ถูกเลือกให้เป็นส.ส. แต่เขายังทำตามสัญญาที่พอจะทำได้ อันนี้ก็ถือว่าพูดจริงเหมือนกัน คิดซะว่าเป็นโบนัสของประชาชนไป

แถวสุดท้าย ถ้าผู้สมัครไม่ถูกเลือก แล้วเขาก็ไม่ทำตามสัญญา กรณีนี้ถือว่าไม่ผิดกติกาครับ เพราะไม่ถูกเลือกให้เป็นส.ส.จะนอนเฝ้าตากส้อมอยู่ที่บ้านก็คงไม่มีใครไปว่าคุณ

ซึ่งถ้าจะว่าไป มันก็มีแค่กรณีเดียวเท่านั้น ที่ทำให้ส.ส.ผิดสัญญา แต่ไม่เข้าใจเหมือนกันว่า ทำไม ไอ้กรณีเดี่ยวนี้นแหละ มันกลายเป็นกรณีที่มีส.ส.ทำตามมากที่สุด

๙. จอมยุทธกับเมีย VS มังกรกินหมี่

วันนี้ผมมีเกมมาให้เล่น เป็นเกมแนวที่ผมชอบมาก นั่นก็คือ มีตัวละคร อยู่กลุ่มนี้ ในตัวละครแต่ละตัวก็จะมีเงื่อนไขข้อบังคับต่างๆกันไป ตามแต่จะครีเอตกันออก แล้วจุดประสงค์ก็คือ พาตัวละครข้ามแม่น้ำไปให้ได้ ภายใต้ข้อบังคับที่เกมเขากำหนด ดังนั้นวันนี้ผมก็เลย ดัดแปลง ตัวละครให้เป็นในแบบสไตล์ของผมเอง แล้วเอามาให้เล่นกันดูครับ ... ถ้าคุณแน่ อย่าแพ้อผม ลุยโลด

เนื้อเรื่อง :

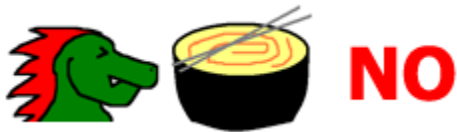
มีจอมยุทธอยู่คนนึง เขาจะพาเมีย และสัตว์เลี้ยงของเค้าก็คือมังกร นำบะหมี่(ขอเรียกสั้นๆว่า "หมี่") ไปคารวะอาจารย์ของเค้า ในระหว่างทาง จะต้องข้ามแม่น้ำมูล(สาบานได้ว่าเนื้อเรื่องเกิดที่ประเทศจีน) ซึ่งเรือข้ามฟากนั้นมีขนาดเล็ก ทำให้สามารถบรรทุก คน สัตว์ หรือสัมภาระ ได้เพียงเที่ยวละ ๒ อย่างเท่านั้น เรามาวางแผนกันซิว่า จอมเย็ก เอ๊ย จอมยุทธ จีพาเมีย มังกร และหมี่ ข้ามฝั่งไปอย่างไร

ข้อแม้ :

- จอมยุทธต้องเป็นคนพายเรือ และสามารถเลือก เมีย, มังกร หรือหมี่ ลงเรือไปด้วยสูงสุดเที่ยวละอย่างเท่านั้น
- ถ้า เมียของจอมยุทธกับมังกรอยู่ด้วยกัน ต้องมีจอมยุทธอยู่ด้วยเสมอ มิฉะนั้น เมียจะอมมังกรของจอมยุทธ(รู้สึกเงื่อนไขมันจะหมิ่นเหม่ยิ่งไงขอบกล)
- ถ้ามังกรกับหมี่อยู่ด้วยกัน ต้องมีจอมยุทธอยู่ด้วยเสมอ มิฉะนั้น มังกรจะกินหมี่(เงื่อนไขฟังดูเหม่งๆใจขอบกล เสียทองน้อยอะจี้ยย)

แสดงเป็นภาพ ได้ดังนี้





ที่นี่ ถ้าคิดยังไม่ออก ใครยังง่ก้งอยู่ ขออธิบาย ทีละบรรทัด เลยละกัน
ครับ

1. เริ่มแรก จอมยุทธ, เมีย, มังกร และ หมี่ อยู่ที่ริมฝั่งแม่น้ำด้าน
ทางอยู่ครับ
2. เลือก ดูว่าจะเอาอะไรข้ามฟากไปในรอบแรก ถึงจะไม่มี
ปัญหา .. ถ้าเอาหมี่ไป เมียก็อมมังกร,ถ้าเอาเมียไป มังกรก็จะ
กินหมี่ ดังนั้น ต้องเอามังกรไปครับ เพราะ เมียของจอมยุทธ
ไม่กินหมี่
3. เมื่อถึงฝั่งปลายทาง จอมยุทธก็จะอยู่กับมังกร ส่วนเมียจอม
ยุทธอยู่กับหมี่ที่อีกฝั่ง
4. คราวนี้ก็พายเรือไปรับพวกที่เหลือ
5. เมื่อถึงฝั่งในรอบนี้ จอมยุทธจะอยู่กับเมียและหมี่ ส่วน มังกรก็
รอที่ฝั่งปลายทาง

6. รอบ นี้เราจะเลือกอะไรไปก็ได้ เพราะจะทิ้งเมียจอมยุทธไว้คนเดียว หรือทิ้งบะหมี่ไว้ก็ได้ ผมขอตัดสินใจให้จอมยุทธทิ้งเมียไว้แล้วเอาบะหมี่ข้ามไปก่อนละกันครับ(โหว ข้างเป็นการตัดสินใจที่แมนคอดๆ)
7. คราวนี้ฝั่งปลายทางก็จะมี จอมยุทธ, มังกร และหมี่ แล้วจอมยุทธ ก็ทิ้งเมียไว้ ไปหาเมียน้อยอย่างสบายใจ เย้ยยยยยยยมายชายยยยยยย
8. จอม ยุทธ ก็ต้องกลับไปรับเมีย แต่จะต้องหอบเอามังกรกลับมาด้วย เพราะถ้าทิ้งมังกรกับหมี่ไว้ที่ฝั่งปลายทาง มังกรก็จะกินหมี่ แล้วจอมยุทธก็จะทรمانแถวเขตยุทธศาสตร์ โห้ววว
9. เมื่อกลับมาฝั่งต้นทาง ตอนนี้มีจอมยุทธ, เมีย และ มังกร
10. รอบนี้เราต้องเลือกเมียของจอมยุทธข้ามไป เพราะมีหมี่รออยู่อีกฝั่ง ซึ่งเมียของจอมยุทธ ไม่มีปัญหาอะไรกับหมี่
11. คราวนี้ที่ฝั่งต้นทางก็จะเหลือแค่มังกรตัวเดียว
12. และจอมยุทธก็สามารถจ้ำเรือกลับไปรับมังกรได้อย่างสบายใจ เจิบ โดยไม่ต้องกังวล เพราะสามารถทิ้งเมียให้อยู่กับหมี่ได้ โดยไม่มีปัญหา
13. ที่ต้นทางมีจอมยุทธกับมังกร ก็ไม่ต้องตัดสินใจอะไรมาก
14. จอมยุทธก็พามังกรข้ามฝั่งไปในรอบนี้ ซึ่งเป็นรอบสุดท้าย
15. ในที่สุด จอมยุทธ ก็พาทั้งเมียและมังกรข้ามฝั่ง นำหมี่ไปคารวะอาจารย์ได้สามะเหร็จ

รวมแล้ว จำนวนที่ต้องข้ามฟากไป-กลับ รวมกันทั้งหมด ๗ เทียบ(ไป ๔ กลับอีก ๓)

เป็นยังไงบ้างครับ สนุกกันหรือเปล่าเอ่ย?

๑๐. ผู้หญิงที่ไอคิวสูงที่สุดในโลก

ผู้หญิงคนนึง ชื่อว่า มาริลิน วอส ชาวองท์ (Marilyn vos Savant) ซึ่งถูกบันทึกไว้ในหนังสือกินเนสบุ๊คว่า "เป็นผู้ที่มีไอคิวสูงที่สุดในโลก" นั่นก็คือ IQ228 (ตัวเจ้าแกหมดสิทธิ์ติดออร์ແลย์ด้วยประการทั้งปวง)

ด้วยความเป็นคนที่ฉลาดและมั่นใจในตัวเองสูง ทำให้บ่อยครั้ง แนวคิดของเจ้าแก ก็ไปตบหน้าพวกนักวิชาการโดยเฉพาะนักคณิตศาสตร์ดัดเข้าให้(ซึกจะกแล้วเจ้าแกขึ้นมา แล้วสิ) ซึ่งประเด็นนี้ที่กลายเป็นเรื่องที่โด่งดัง เป็นตำนาน(ตำนานละเอียด ต้าเจียตยาเสียวนิดนึง แต่ถ้าต้าลิ่งศ์ละหน้าเขียว) ก็คือ เรื่องเกมโชว์ที่มีชื่อว่า "Monty Hall" ขอเรียกเป็นไทยว่า เกม "สามประตู"

เกมสามประตู มีกติกาดังนี้

- จะให้ผู้เล่น เลือกประตู ๑ ประตู จากทั้งหมด ๓ ประตู
- ข้างหลังประตูนั้น จะมีรถอยู่ ๑ ประตู ส่วนอีก ๒ ประตูที่เหลือจะมีแะะ อยู่ข้างหลัง
- เมื่อผู้เล่น เลือกประตูเสร็จ พิธีกร จะเปิดประตูที่มีแะะให้เราดู ๑ ประตู
- แน่นอนว่า อีก ๒ ประตูที่เหลือรวมทั้งประตูที่เราเลือก จะมีประตูหนึ่งที่มีรถอยู่ข้างหลัง
- พิธีกรจะถามเราว่า "อยากเปลี่ยนประตูบ๊าย"
- คำถามคือ เราควรจะเปลี่ยนประตู หรือไม่?

มาริลิน แนะนำว่า เราควรจะเปลี่ยนประตูที่เลือกไว้ในตอนแรก แล้วไปเลือกอีกประตูหนึ่งที่เหลือ เพราะจะทำให้เรามีโอกาสได้รถถึง ๒ ใน ๓ หรือ ๖๖.๖๖%

พอความเห็นของเจ้าแก ถูกตีพิมพ์ในนิตยสารเท่านั้นแหละคุณเอ๊ยยย พวกนักคณิตศาสตร์ดัดทั้งหลายก็รุมทั้ง สับแหลกความคิดของเธอ(ได้ที่ชี้แะะไล่) โดยบอกว่า ความคิดของเธอไปขัดแย้งกับ ทฤษฎีความน่าจะเป็นอย่างสิ้นเชิง

เพราะว่า ในการเลือกครั้งที่สองนั้น นักคณิตศาสตร์ดัด ให้เหตุผลว่า เราจะต้องเลือกประตู ๑ ประตู จาก ๒ ประตูที่เหลือ ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะชนะ มันก็ควรจะเป็นอยู่ที่ ๕๐% แบบใสๆ

ทำไมนักคณิตศาสตร์ดัด ถึงบอกเช่นนั้น?

- การเปิดประตูเฉลยของพิธีกร ไม่ว่าจะเลือกยังไง มันก็ต้องเปิดประตูที่มีแบะอยู่ข้างหลังประตูมาอยู่วันยังค่ำ ซึ่งมันก็ไม่ได้อะไรกับการเลือกครั้งที่สองเลย เพราะยังไงเราก็มารู้ว่า อีกสองประตูที่เหลือ มันก็มีแบะประตูหนึ่ง และรถประตูหนึ่งอยู่วันยังค่ำ ถ้าเราเลือกประตูอีกครั้ง ไม่ว่าจะเลือกอันเดิม หรือเลือกประตูอันใหม่ โอกาสที่จะชนะ มันก็คือ ครึ่งต่อครึ่ง หรือ ๕๐% นั่นเองเงงเงง

จดหมายทั้งที่เป็นการโต้แย้ง และรวมประณามยังส่งไปหาเจ้แกไม่หยุด ไม่หยุดจน(กะเอากันไปข้างว้างั้น) จนในที่สุด เจ้มาริลิน ชาวโซโซบ้านเฮา จึงตอบโต้ในคอลัมน์ของเธอ ดังต่อไปนี้

สมมติว่า หลังจากพิธีกรเปิดประตูที่มีแบะไปบานหนึ่ง จุๆ ก็มีมนุษย์ต่างดาวตัวสีเขียวเข้ม บินลงมาจากไหนไม่รู้ โดยที่มนุษย์ต่างดาวไม่รู้ว่ามีผู้เล่นได้เอกประตูไหนใหม่ในตอนแรก มนุษย์ต่างดาวเห็นเพียงแค่ประตูที่มีแบะ ซึ่งพิธีกรเปิดเฉลยไว้เท่านั้น ... ถ้าพิธีกรให้มนุษย์ต่างดาวเลือกมาประตูหนึ่ง จากสองประตูที่เหลือ ก็แน่นอนว่า โอกาสที่มนุษย์ต่างดาวจะเจอรถ ก็คือ ครึ่งต่อครึ่ง

ทำไมมาริลินถึงบอกเช่นนั้น

- มนุษย์ต่างดาว ไม่รู้ข้อมูลว่า ผู้เล่นเลือกประตูไหนไปในคราวแรก ดังนั้น การเลือกของมนุษย์ต่างดาว จึงเปรียบเสมือนระบบใหม่ ซึ่งมีให้เลือกแค่ สองประตู โดยมีแบะและรถอยู่ข้างหลัง อย่างละประตู ดังนั้น โอกาสที่มนุษย์ต่างดาวจะเจอรถ ก็คือ ครึ่งหนึ่ง หรือ ๕๐% นั่นเอง

มาริลิน อธิบายต่อว่า สำหรับผู้เล่นนั้น มันไม่ใช่อย่างนั้น เพราะเรารู้อยู่แล้ว ว่าเราเลือกอะไรไปในตอนแรก หลังจากพิธีกรเปิดประตูโชว์แบะ ถ้าเรายังยืนยันเลือกอันเดิม โอกาสชนะ ก็มีแค่ ๑ ใน ๓ เท่านั้น

ทำไมมาริลินถึงบอกเช่นนั้น

- ในตอนแรกที่เราเลือกนั้น เมื่อเราเลือกประตูมา ๑ ประตู จาก ๓ ประตู โอกาสจอรถ ก็คือ ๑ ใน ๓ ถึงแม้ พิธีกรจะเปิดประตูโชว์แบะให้เราดูไปหนึ่งบาน แต่ถ้าเรายังยืนยันเลือกประตูเดิม ความน่าจะเป็นก็ยังคงถูก Fix ไว้ ที่ ๑ ใน ๓ เช่นเดิม(เพราะถือว่า ถ้าเลือกอันเดิม ก็เป็นระบบเดิม ที่เลือก ๑ จาก ๓ ความน่าจะเป็นก็ไม่เปลี่ยนแปลง)

และไฮไลต์ ก็คือ มาริลิน สรุปรว่า ไม่ว่าจะยังไง พิธีกรก็ไม่มีวันที่จะเปิดประตูที่มีรถออกมาเฉลยหลังจากที่เราเลือกประตูใน ครั้งแรกอยู่แล้ว สมมติว่า รถอยู่ประตูหนึ่ง พิธีกรก็จะเปิดอีกประตูหนึ่ง ถ้าเราเปลี่ยนประตูที่เลือก ไม่ว่าจะอยู่หลังประตูไหนที่พิธีกรเล็งว่าจะเปิดให้เราดู เราก็มีโอกาสชนะ ๒ ใน ๓ แต่ถ้าเรายืนยันอันเดิม เราก็จะมีโอกาสชนะเพียงแค่ว่าในกรณีที่รถอยู่ประตูที่เราเลือกไว้ในตอนแรกเพียง แค่ว่า กรณีเดียวเท่านั้น

ทำไมมาริลินถึงบอกเช่นนั้น

- ขอลาก่อนว่า ในตอนแรกที่ต้องเลือกประตูหนึ่ง จากสามประตู เรามีโอกาสเจอแอมะเท่าไรครับ? ... ๒ ใน ๓ ใช่ไหมครับ(ก็มีประตูที่มีแอมะ อยู่ ๒ ประตู จาก ๓ ประตู ในตอนเริ่มต้นแน่นอน) ดังนั้น ผมจะสมมติว่า ประตูแรกที่เราเลือก มีแอมะอยู่ข้างหลัง ซึ่งมีความน่าจะเป็นอยู่ที่ ๒ ใน ๓
- ถ้าผมสมมติเช่นนี้ อีกสองประตูที่เหลือ ก็จะมีแอมะอยู่ ๑ ประตู และมี รถ อยู่ ๑ ประตู
- ถ้าเราเป็นพิธีกร เราจะเปิดประตูไหนเฉลยก่อน? ... แน่แน่นอน ก็ต้องเปิดประตูที่มีแอมะอยู่แล้ว เพราะเปิดประตูที่มีรถเลยไม่ได้ตามสคริปต์
- แล้วอีกประตูหนึ่งที่เราไม่ได้เลือกไว้ในตอนแรกและพิธีกรก็ไม่ได้เปิดล่ะ? มันก็ยอมมีรถอยู่แน่นอน ซิมิ
- ในตอนที่พิธีกรถามเราว่าจะเปลี่ยนประตูที่เลือกไว้หรือไม่ ถ้าเราเปลี่ยน เราก็จะเปลี่ยนไปเจอประตูที่มีรถอยู่ข้างหลัง ตามการสมมตินี้
- การสมมติครั้งนี้ เริ่มมาจาก สมมติว่า เราเลือกประตูที่มีแอมะในครั้งแรก ซึ่งมีความน่าจะเป็นเท่ากับ ๒ ใน ๓ โอ้ววววพระเจ้า มาริลิน เจ้เยี่ยมมาก

สุดท้าย เขาสรุปกันออกมาว่า เจ้มาริลิน เป็นฝ่ายถูก เล่นเอา นักคณิตศาสตร์ทั้งหลาย แทบจะมุดรูหนีความอับอาย ... ยิ่งครับ ยิ่งไม่พอ อายกันยังไม่พอ เพราะว่า มีคนเอาเกมนี้ ไปเขียนโปรแกรมสุ่ม ด้วยคอมพิวเตอร์ นับหมื่นครั้ง ผลออกมาปรากฏว่า ผลที่ได้ ตามที่เจ้เกบอกไว้เป๊ะ โอ้ววว บร๊ะนู้เป็นเจ้า บุษ่า บุษ่า บุษ่า

๑๑. ขตพ.(ซึ่งต้องพิสูจน์)

หลังจากรวบรวมความบ้ำพลังได้ ก็นึกขึ้นได้ว่า มีเรื่องเกี่ยวกับคณิตแสดงดอยู่เรื่องหนึ่ง ที่ตั้งใจว่าจะเขียนมาตั้งนานแล้ว แต่ยังไม่ได้เขียนซักที(ด้วยความลั่ว แล้วชี้ค่านอย่างแสดง)

เรื่องที่วานี้เป็นเบสิคสำคัญสำหรับคน เรียนคณิตแสดงดกันเลยทีเดียว ... คิดไปคิดมา มันได้ใช้อยู่บ่อยๆ จึงขอเปลี่ยนเป็นพูดว่า "เรื่องที่วานี้เป็นเบสิคสำคัญสำหรับคนเรียนคณิตแสดงดกันเลยหลายที" (บ่อยๆ มุกห่วยๆ ถูกๆ มาแล้วจ้าา)

ล่อมาชะสองย่อหน้า กำลังจะออกอ่าวตั้งเกียมงส์เกาะไหนหล่า

เพื่อไม่ให้หน้าทวมทุ่งกลาร่องให้ไปมากกว่านี้ ขอเสนอ

"How to prove ... วิธีทางแห่งการบีสุด สุด สุด สุด"

สำหรับคนที่เกลียดคณิตแสดงดเข้าล้าใส่ใหญ่ ชี้ทิ้งไว้ยังรู้ว่าเป็นชี้ของ คนเกลียดตัวเลข ... ลองทำใจอ่านสักพัก เพื่อว่าจะสามารถเอาไปประยุกต์ใช้ได้กับชีวิตประจำวันนะครับ

ในชีวิต ประจำวันของคนเราต้องพบกับเรื่องที่เราต้องตัดสินใจอยู่ตลอดเวลา ถ้าเรามีกระบวนการในการตัดสินใจได้อย่างมีระบบ ระเบียบ และมีขั้นตอนในการพิสูจน์สิ่งที่เราต้องการจะทดสอบว่าจริงแท้แน่นอน ก็จะช่วยให้เราดำเนิน ตัดสินใจได้อย่างมั่นใจ และแม่นยำ

นักคณิตแสดงด เป็นมนุษย์ที่ไม่ค่อยจะเชื่ออะไรง่าย ๆ ถ้าพวกเขาจะเชื่ออะไรแล้ว จะต้องมึเหตุผล และขั้นตอนการพิสูจน์ที่สมเหตุสมผล เข้ามารองรับ ยกตัวอย่างเช่น

- $1+1 = 2$,
- $2 \times 0 = 0$,
- $3 - 3 = 0$,
- $5/5 = 1$... บลาๆ

หลายคนดูแล้ว อาจจะบอกว่า เฮ้ย นี่มันเลขระดับประถมนี่หว่า เอามาให้ดูท่ากรวยโต ใส่ตั้ง สังตั้ง อะไรวะ ... ลองจินตนาการดูนะครับว่า สมมติโลกนี้ ยังไม่รู้จักรบบตัวเลข ยังไม่รู้จักรบบวก ลบ คูณ หาร แล้วนักคณิตแสดงดรุ่นแรกๆของโลก(ซึ่งไม่ใช่ รุ่น "มีกูไว้มึงไม่จน"

แน่นอน) เขาสร้างระบบตัวเลข และระบบการ บวก ลบ คูณ หหาร มากกว่า น้อยกว่า เท่ากับ ขึ้นมา เพื่อให้คนทั้งโลก เข้าใจในความหมายเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันได้อย่างไร

นั่นก็เพราะ ระบบเหล่านี้ ได้รับการพิสูจน์มาเป็นอย่างดี นับร้อย นับพัน ปีแล้วว่า เป็นสิ่งที่ เป็นจริง เชื่อถือได้ แม้ไม่ใช่ปูนดาเสื่อ(มุกห่วยๆ ถูกๆ มาอีกแล้วจ้ะ) ... เราโชคดีเหลือหลาย ที่เกิดมาในยุคที่คนโบราณได้ คิดระบบต่างๆ เตรียมไว้ให้เราเสร็จสรรพ ที่เหลือ ก็แคหยิบเอาไปใช้งาน ... วันนี้ เราไม่ต้องมานั่งพิสูจน์ว่า ทำไม $1+1 = 2$ เพราะเรามั่นใจแล้วว่า มันผ่านการพิสูจน์จนเป็นที่ยอมรับ บนระบบที่เราเข้าใจตรงกัน

แหมะ ไปๆมาๆ กลายเป็นขายยาไปซะเยอะเหมือนกัน เข้าเรื่องเลยดีกว่า (ที่บนมาจนน้ำลายฝอยฟูมปาก มันยังไม่เข้าเรื่องครึ่งพี่น้อง - -) เราไปดูกันว่า ในเชิงคณิตศาสตร์ มีวิธีการพิสูจน์ ที่น่าสนใจ วิธีไหนบ้าง

1.straight forward(ตรงๆ ไม่อ้อมค้อม) : ง่ายๆ ง่ายๆ แต่ทำค่อนข้างยาก ก็คือ เราต้องการพิสูจน์อะไร เราก็ใช้ข้อมูล และสิ่งที่เรามีอยู่ เอามาประกอบกันอย่างสมเหตุสมผล เพื่อให้ได้ข้อสรุปของสิ่งที่เราต้องการพิสูจน์ เช่น

จงพิสูจน์ว่า "จำนวนคี่ บวกจำนวนคี่ ได้จำนวนคู่"

- จำนวนคี่ คือ จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูป $2k+1$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็มใดๆ
- จำนวนคู่ คือ จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูป $2k$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็มใดๆ
- สมมติให้จำนวนคี่ตัวแรกคือ $2k_1+1$ และจำนวนคี่ตัวที่สองคือ $2k_2+1$ เมื่อ k_1, k_2 เป็นจำนวนเต็มใดๆ
- เอามาวกกันจะได้ $2k_1+1+2k_2+1 = 2(k_1+k_2+1)$
- เนื่องจาก $k_1, k_2, 1$ เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น k_1+k_2+1 จึงเป็นจำนวนเต็ม(สมบัติปิดการบวกของจำนวนเต็ม) สรุปได้ว่า $2(k_1+k_2+1)$ เป็นจำนวนคู่
- ดังนั้น ผลบวกของจำนวนคี่สองจำนวน จึงเป็นจำนวนคู่ อ้าว อ้าว

2.contradiction (ขัดแย้ง) : สมมติว่า เรามีสิ่งหนึ่งที่ต้องการพิสูจน์ เราก็สมมติในทางตรงกันข้ามซะ แล้วดูว่า ถ้าเราสมมติในทางตรงกันข้าม กับสิ่งที่มันควรจะเป็น มันจะเกิดสิ่งที่ขัดกับหลักความเป็นจริงว่าอย่างไรบ้าง

จงพิสูจน์ว่า " $a+1 > a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ"

- สมมติในทางตรงกันข้าม นั่นคือ $a+1 \leq a$
- นำ a ไปลบ ทั้งสองข้าง ของอสมการจะได้ $a+1-a \leq a-a$
- จะได้ว่า $1 \leq 0$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้
- ดังนั้น สิ่งที่เราสมมติไว้นั้นคือ $a+1 \leq a$ จึงไม่มีทางเป็นจริง
- ส่งผลให้ $a+1 > a$ เป็นสัจนิรันดร์ตลอดกาล(ยิ่งกว่ากดสูตรเกม คอนทรา 30 ตัว Orz")

3.contra positive (ผกผัน) : ถ้าเราต้องการพิสูจน์ข้อความ ถ้า p แล้ว q ซึ่งในบางครั้ง พิสูจน์ตรงๆ พิสูจน์ยาก เราก็เปลี่ยนไปพิสูจน์ข้อความ ไม่ q ถ้าแล้ว ไม่ p แทน เพราะเรารู้ว่า สองข้อความนี้ ให้ค่าความจริงเหมือนกัน(สมมูลกัน)

จงพิสูจน์ว่า "ถ้า $2a = 0$ แล้ว $a = 0$ "

- เราจะเปลี่ยนมาพิสูจน์ข้อความ "ถ้า a ไม่เท่ากับ 0 แล้ว $2a$ ไม่เท่ากับ 0 " แทน
- เรามี a ไม่เท่ากับ 0
- คูณ 2 ทั้งสองข้าง ของอสมการ a ไม่เท่ากับ 0 จะได้ $2xa$ ไม่เท่ากับ $2x0$ หรือ $2a$ ไม่เท่ากับ 0 นั่นเอง
- ดังนั้น เราสรุปได้ว่า "ถ้า a ไม่เท่ากับ 0 แล้ว $2a$ ไม่เท่ากับ 0 " เป็นจริง
- ส่งผลให้ "ถ้า $2a = 0$ แล้ว $a = 0$ " เป็นจริงด้วย เนื่องมาจากเป็นข้อความที่สมมูลกัน

4.Induction (อุปนัย) : อันนี้เป็นของเล่นสำหรับจำนวนเต็ม โดยเฉพาะเลยครึบ ... ทุกคนรู้จักโดมิโน ไข่มุขครึบ สมมติว่า โดมิโนตัวแรกล้ม ล้มต่อกันไปเรื่อยๆ แล้วเราก็มองข้ามข้อต่อไปที่ตัวไหนก็ไม่วุ่นสุ่มมาซักตัวนึง ถ้าเราสุ่มมั่วๆมายังไงก็ช่าง ไอโดมิโนตัวที่เราจับนั้น ก็ล้ม แล้วตัวถัดจากตัวที่เราสุ่ม ก็ยังล้ม เราก็น่าจะอนุมานครวญแหวนได้ว่า โดมิโนตัวสุดท้าย ก็น่าจะล้ม เช่นเดียวกัน

สมมติว่าเรามีประพจน์ $P(n)$ อยู่ ถ้า

1. $P(k_0)$ ซึ่งเป็นเสมือนตัวเริ่มต้นของโดมิโนเป็นจริง
2. ถ้า $P(k)$ เป็นจริง แล้ว $P(k+1)$ เป็นจริง สำหรับทุกๆ k แล้วเราจะสรุปได้ว่า $P(n)$ เป็นจริงสำหรับทุกๆ n

จงพิสูจน์ว่า "ถ้าเราตักไอศกรีมมาใส่ถ้วย เราจะได้ไอศกรีมที่มากขึ้นเสมอ ณ เวลาที่ตัก"

- สมมติตอนนี้ เรามีไอศกรีมอยู่ในถ้วย a ก้อน
- สมมติต่ออีกว่า เราตักไอศกรีมเพิ่ม n ก้อน
- ดังนั้น เราต้องการพิสูจน์ว่า $P(n)$ คือ $a+n > a$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับ(1, 2, 3, ...)
 - โดมิโนตัวแรกของเราที่เราต้องตรวจสอบว่าเป็นจริงหรือไม่ นั่นก็คือ $P(1)$
 - เพราะ 1 สมาชิกตัวแรกของจำนวนนับ
 - เราจะได้ว่า $P(1)$ คือ $a+1 > a$ เป็นจริง(ดูได้จากตัวอย่างกรณี contradiction ข้างบนครับ)
 - ต่อมา ให้สมมติว่า $P(k)$ คือ $a+k > a$ เป็นจริง
 - เราต้องแสดงให้เห็นว่า $P(k+1)$ เป็นจริงด้วย
 - จาก $a+k > a$ ให้บวก 1 เข้าที่ด้านซ้ายมือของอสมการ
 - จะได้ $a+k+1 > a$ หรือ $a+(k+1) > a$ เป็นจริง [อาศัยคุณสมบัติ $A > B$ แล้ว $A+1 > B$]
 - $a+(k+1) > a$ คือ $P(k+1)$ นั่นเอง
 - สรุปได้ว่า $P(k+1)$ เป็นจริง
 - โดยวิธีอุปนัย สรุปได้ว่า $a+n > a$ สำหรับทุกจำนวนนับ n
- ตักไอศกรีมเพิ่ม ก็ย่อมมีไอศกรีมมากกว่าเดิม ณ เวลาที่ตักด้วยเหตุฉะนั้นแล

๑๒. ปั่นแปะ

เคยไหมครับ เคยไหม ที่จับกลุ่มกับเพื่อนช่วงพักกลางวัน หรือช่วง
อาจารย์เผลอ แล้วหยิบเอาเหรียญขึ้นมาปั่นทายหัว-ก้อย ทหารายได้
ระหว่างเรียนกันเล่นๆ - -"

การพนันเป็นสิ่งไม่ดี แต่มาวันนี้ผมขอเสนอ วิธีการเล่นทายหัว-ก้อย
อย่างไรไม่ให้เสีย

ก่อนอื่น ผมจะสมมติสถานการณ์ ทายหัว-ก้อย ทั้งหมด 3 ครั้ง ซึ่งมี
เหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด มีทั้งสิ้น 8กรณี (มาจาก หน้าเหรียญ มี 2
หน้า หมุน 3 ครั้ง เหตุการณ์ที่เป็นไปได้ตามกฎการเรียงสับเปลี่ยนก็คือ
 $2 \times 2 \times 2 = 8$)

- 1.กกก (ครั้งที่1 ออก ก้อย ครั้งที่2 ออก ก้อย ครั้งที่3 ออก ก้อย)
- 2.กqh (ครั้งที่1 ออก ก้อย ครั้งที่2 ออก ก้อย ครั้งที่3 ออก หัว)
- 3.กหก
- 4.กhh
- 5.หหห
- 6.หhk
- 7.หkh
- 8.หกก

สังเกตไหมครับ ว่า โอกาสที่เหรียญจะออกซ้ำหน้าเดิม มีเพียง 2 ใน 8
เท่านั้น!!! และยิ่งถ้าเพิ่มจำนวนครั้งที่หมุนเหรียญ โอกาสที่เหรียญจะ
ออกซ้ำหน้าเดิมก็จะมีน้อยลงไปอีก นั่นคือ

$$4\text{ครั้ง} = 2/16, 5\text{ครั้ง} = 2/32, 6\text{ครั้ง} = 2/64... , n\text{ครั้ง} = 2/2^n$$

สมมติต่อ สมมติว่า "นายหอยเหี่ยว" ทายครั้งแรกว่า "ก้อย" ปรากฏว่า
ออก "หัว" โดอนแด็กส์ไปตามระเบียบ(แสดงว่าเจ้เบียบลงก้อยแล้วดอน
แด็กส์เช่นกัน ... ผ่าง!!! - -) ... ในการเล่นดาต่อไป อีตาหอยเหี่ยว ก็
ลง "ก้อย" เช่นเดิม ปรากฏว่า โดอนแด็กส์ไปอีก(โอ้ว วาสนานายหอย
เหี่ยว T..T) ในการทายครั้งที่สาม ดาหอยเหี่ยวควรลงอะไรดี จึงจะทำ
ให้มีโอกาสแด็กส์เจ้ามือคืนบ้าง???

คำตอบก็คือ ลงข้าง "ก้อย" เหมือนเดิมนั้นแหละครับ นั่นก็เพราะ
ครั้งแรกมันออก "หัว" ไปแล้ว โอกาสที่มันจะออกหัวอีกครั้ง(ซึ่ง
หมายถึง หห ออกหัว 3 ครั้งรวด) มีเพียงแค่ 1 ใน 8 เท่านั้น!!!

และถ้า ยังดวงแตกไม่เลิก เจ็บเสียอีก ก็ให้ยืนยันลงอันเดิมต่อไป เพราะโอกาสที่เหรียญจะออกหัวซ้ำกัน n ครั้ง มีความน่าจะเป็นไปได้ก็คือ $1/2^n$... นั้นหมายความว่า ยิ่งเราเราทายผิดมากเท่าไร โอกาสที่จะทายผิด ก็จะมีน้อยลง เป็นเท่าตัว ในครั้งถัดไป (ทายผิด ยังมีพุงนี้เสมอไอ้เอ)

หอยเหี่ยว : อ้าวเสีย เกิดผมทายผิดไป5-6ครั้ง แล้วเกิดมาทายถูกแค่ครั้งเดียว บอกตรงๆจะยึดท่าอะไรล่ะครับ

ข้าพเจ้า : อ้าว คุณน้อง ใครบอกว่าจะให้คุณน้องลงตาละเท่ากันหมด ทุกครั้งล่ะครับ

หอยเหี่ยว : ว่าจะได้?

ข้าพเจ้า : ให้คุณน้องลงเงินเป็น 2 เท่า ของการลงในครั้งที่แล้ว แล้วจะทำให้คุณน้องได้กำไรเอง

หอยเหี่ยว : ...???

สมมติว่า หอยเหี่ยว ลงตาลไป 1 บาท แล้วเสีย ดาต่อไป ก็ต้องลง 2 บาท แล้วก็ยังเสียอีก ... สมมติว่า เสียไป 5 ดารวด(ช่วยแทนหอยเหี่ยวเอ๊ย - -*) จำนวนเงินที่เสียก็คือ $1+2+4+8+16 = 31$ บาท ... และถ้าหอยเหี่ยวลงไปในดาที่ 6 เป็นจำนวนเงิน 32 บาท(เพราะ ดาที่ 5 หอยเหี่ยว ลงเงินไป 16 บาท) ก็จะทำให้หอยเหี่ยวได้กำไร ทั้งหมด 1 บาท

เรื่องนี้ สามารถอธิบายได้โดยอาศัยความรู้เรื่อง "อนุกรม" ...

- สมมติว่า ดาแรกที่เล่น เราลงเงินเป็นจำนวน x บาท แสดงว่า
- ดาที่ 2 เราก็ต้องลง $2x$ บาท
- ดาที่ 3 เราก็ต้องลง $4x$ บาท
- ดาที่ n เราก็ต้องลง $2^{(n-1)}x$ บาท
- ดังนั้น ถ้าเล่นเสียไป n ครั้ง จำนวนเงินที่เสียก็คือ $x+2x+4x+\dots+2^{(n-1)}x = x(1+2+4+\dots+2^{(n-1)})$ บาท ซึ่งจะเห็นได้ว่า $(1+2+4+\dots+2^{(n-1)})$ เป็นอนุกรม เลขาคณิต มีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2
- สูตรการหาผลบวกของอนุกรมเลขาคณิต $S_n = a_1(r^n - 1)/r - 1$
- ฉะนั้น และฉะนี้ $(1+2+4+\dots+2^n) = 1(2^{n+1} - 1)/2 - 1 = 2^{n+1} - 1$
- เงินที่เสียไป เมื่อเล่นแล้วทายผิด n ครั้งรวด ก็คือ $[2^{n+1} - 1]x$ หรือ $2^{n+1}x - x$ บาท

- สมมติต่ออีกว่า พอเล่น ดาที่ $n+1$ ซึ่งเราต้องลงเงินเป็นจำนวน $2^n x$ บาท ปรากฏว่า ทายถูก ทำให้เจ้ามือต้องจ่ายเรา $2^n x$ บาท ในดานี้
- หักกลบลบที่โดนแต่กส์แล้ว เราจะได้กำไรเท่ากับ $2^n x - [2^n x - x]$ หรือ $2^n x - 2^n x + x = x$
- หมายความว่า ถ้าเราลงทุนในดาแรก x บาท แล้วใช้กลยุทธ์นี้ ในท้ายที่สุด เมื่อเราทายถูก เราก็จะได้กำไร x บาท

ฮึๆๆ เอ้า ตีใจกันใหญ่ คิดเหอครึบว่า จะมีใคร รวยได้เพราะการพนันจริงๆ!!! ในความแน่นอนของคุณคิดแสดดด มันก็มีอะไรที่ไม่แน่นอนซ่อนอยู่

ข้อเสียของกลยุทธ์

1. ถึงแม้ว่า หลังจากที่เหรียญออกหน้าซ้ำติดๆกัน จะทำให้ การทายผิดในครั้งต่อไป มีความน่าจะเป็นน้อยลง ... แต่กับการที่เราต้องลงเงินเดิมพันเป็น 2 เท่า ของครั้งก่อนหน้า อาจทำให้เราหมดตาสไปก่อนที่จะทายถูกก็ได้ ดังนั้น นายหอยเหี่ยวต้องป่าพอสมควร ถึงจะใช้กลยุทธ์นี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ
2. การ เล่นแบบนี้ การหมุนเหรียญ จะต้องเป็นไปโดยอิสระ ไม่ขึ้นตรงกับปัจจัยอื่นๆ ... คิดดูนะครึบว่า คนที่เป็นเจ้ามือ เขาก็คงจะไม่ยอมให้กลยุทธ์นี้ มาแต่กส์เงินเค้าง่ายๆ

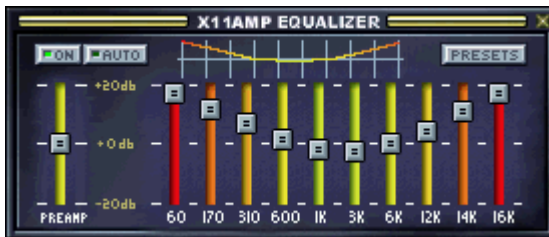
ถ้าเป็นการเล่นกับ คอมพิวเตอร์ ที่สุ่มหน้าเหรียญโดยไม่มีปัจจัยทางจิตวิทยา อันนี้ก็น่าลุ้นแสะ ... แต่โปรแกรมเมอร์ที่เขียนโปรแกรมสำหรับการพนัน เขาก็คงจะเพิ่มการวิเคราะห์การทายเหรียญจากการทายครั้งก่อนๆตักคอกไว้อยู่ เหมือนเดิมนั้นแหละ (ไม่จั้น ผมว่า ปานนี้ คาสีโนอยู่ลาสเวกัสคงเจ้งไปแล้ว ถ้าโปรแกรมสุ่ม ของบ่อนมันไม่ฉลาดพอ)

สรุปง่ายๆ อีกที อยากรวยต้องทำงานครึบ พระท่านบอกไว้

๑๓. แคลคูลัส กับ เสียงเพลง

วันนี้ขอนำเสนอ การประยุกต์ใช้แคลคูลัสกับเรื่องใกล้ตัวเรา ที่เชื่อว่าหลายคนคงปฏิเสธไม่ได้ว่า ไม่เกี้ยว นั่นก็คือ เรื่องเสียงเพลง

และถ้าใครเคยใช้โปรแกรมวินแอมป์ หรือโปรแกรมเล่นเพลงอะไรก็ตามแล้วแต่ หลายคนคงจะมีนิสัย ชอบปรับ Equalizer ใช้นิยมครับ ,, ถ้าลอง, ป้าคนไหน ไม่รู้จัก อีควายไรเซอ ก็มีหน้าตาแบบนี้แหละกะ

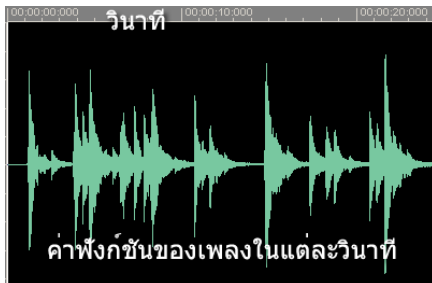


ผมก็เป็นคนหนึ่งที่ชอบปรับ เพราะมันให้ความรู้สึกเหมือนกับเราเป็น DJ หรือ Sound Engineer ยิ่งไงมึรุ แต่ส่วนใหญ่ปรับไปปรับมา เสียงมันจะห่วยกว่าเดิม (และก็ต้องกลับมาใช้ค่าเริ่มต้นเหมือนเดิม = =")

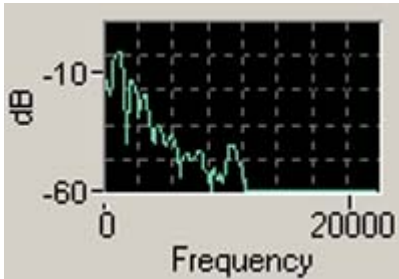
แต่รู้บ้างไหมครับว่า แคเราเลื่อนปุ่มไปมา ก็ถือว่า เราได้ต้อนรับแคลคูลัสให้ก้าวเข้ามาอยู่ในชีวิตเราแล้ว

ก่อนอื่นขอพูดถึงสิ่งที่เรียกว่า "Time Domain" และ "Frequency Domain"

Time Domain แปลตรงๆตัว ก็คือ การพิจารณา ตามเวลา สมมติ ว่า เพลงของเราเป็นฟังก์ชันอันหนึ่ง การพิจารณาแบบ Time Domain ก็คือ พิจารณาว่า แต่ละวินาทีเนี่ย เพลงของเรา จะมีลักษณะ เป็นยังไง



Frequency Domain แปลตรงๆตัว(อีกนั่นแหละ) ก็คือ การพิจารณาตามความถี่คลื่น สมมติว่า เพลงของเราเป็นฟังก์ชัน เราก็จะมาพิจารณาว่า เพลงของเรา มีเสียงต่ำ,เสียงเบส(ความถี่ต่ำ)เป็นเท่าไร มีเสียงสูง,เสียงฉาบ(ความถี่สูง)เป็นยังไง >>



จากรูปข้างบน นับจากซ้ายไปขวา ก็คือ ความถี่ต่ำไล่ไปหาความถี่สูง (จากตัวอย่างนี้ บอกว่า เพลงที่ผมนำมาเป็นตัวอย่าง มีเสียงต่ำมากกว่าเสียงสูง เพราะช่วงความถี่ต่ำ มีค่าจุดยอด[peak]สูงกว่าช่วงความถี่สูง)

ข้อมูลดั้งเดิมที่เราได้มา มักจะเป็นข้อมูลแบบ Time Domain นั่นคือ สนใจว่า เวลาเท่านั้นเท่านั้น กราฟเป็นยังงั้น ยังงี้,,, แต่ปัญหาคือ ถ้าเราพิจารณาตามช่วงเวลา เราจะปรับปรุง ปรับแต่งทำอะไรก็ยากซิบโป่งเลย,,, ยกตัวอย่างเช่น สมมติว่า เราเปิดเพลงสาวจันทร์ก้องโกบของพรศักดิ์ สองแสงอยู่(บ่งบอกอายุชะมัด =.=) แล้วเรารู้สึกว่า เราอยากฟังเบสทุ้มๆขึ้นอีก ถ้าพิจารณาตามช่วงเวลา ซึ่งมันขย้าทุกสิ่งปี่เข้าไว้ด้วยกันหมด เราทำห่านทำหงส์อะไรไม่ได้เลย,,, แต่ถ้าเราพิจารณาตามช่วงความถี่ เรารู้ว่า เบสคือช่วงความถี่ต่ำ เราก็ไปเพิ่มความถี่ช่วงนั้นซะ เราก็จะได้ฟังสาวจันทร์ก้องโกบเบสทุ้มๆสมใจอยาก

ที่นี้ ปัญหาก็คือว่า เราจะแปลงข้อมูลแบบ Time Domain ไปเป็น Frequency Domain ได้อย่างไร ค่าตอบก็คือ "แคลคูลัส" เป็นคำตอบสุดท้าย

ด้วยสิ่งที่เรียกว่า "**อนุกรมฟูรีเยร์ (Fourier Series)**" ซึ่งเป็นตัวแบบทางแคลคูลัสอันโด่งดังไปทั่วโลก(อันนี้พูดจริงๆนะครับ ของเค้าดั่งจริงๆ) คิดค้นโดย Joseph Fourier นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส

โมเดลนี้ ไอ่เดียก็คือ สมมติว่า เรามีฟังก์ชัน $f(x)$ อยู่ตัวนึง[$x =$ เวลา] สมมติในกรณีอย่างง่ายให้มีคาบเป็น $2L$ (นั่นก็คือ ค่าของฟังก์ชันจะกลับมาอยู่ที่เดิม เมื่อเวลาผ่านไป $2L$ หน่วยเวลา) เราสามารถเขียนฟังก์ชันให้อยู่ในรูป ผลบวกของฟังก์ชัน \sin กับ \cos ได้ดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right).$$

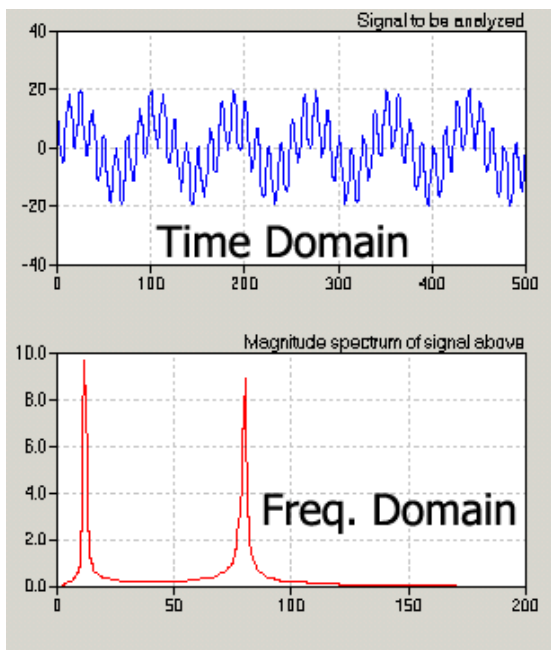
เมื่อ

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x') dx'$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x') \cos\left(\frac{n\pi x'}{L}\right) dx'$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x') \sin\left(\frac{n\pi x'}{L}\right) dx'.$$

ขั้นตอนสุดท้ายในการแปลงจาก Time Domain เป็น Frequency Domain ก็คือ การพิจารณา **Magnitude** ซึ่งมีค่าเท่ากับรากที่สองของสัมประสิทธิ์หน้า cos กับ sin $:= a_n^2 + b_n^2$ โดย n/L ก็คือ แต่ละช่วงความถี่นั่นเอง



ที่นี้ เมื่อเรา แปลงเพลงของเรามาเป็น Frequency Domain สมใจ
อยากแล้ว เรอยากฟังช่วงความถี่ไหน ชัดๆ เน้นๆ เราก็จัดการปรับใน
อีควายไรเซอ ได้ตามศรัทธา (สังเกตอีควายไรเซอ จากซ้ายไปขวา จะ
เรียงจากความถี่ต่ำไปสูง)

ซึ่งจริงๆแล้ว การที่เราพิจารณาบน Frequency Domain ก่อให้เกิด
ประโยชน์มหาศาล และเป็นก้าวสำคัญของการฟังเพลงบนโลกดิจิตอล
เลยก็ว่าได้ นะครับ,,, เคยสงสัยไหม ทำไมไฟล์ mp3 ถึงมีขนาดเล็ก
แต่ยังคงคุณภาพเสียงที่พอรับได้อยู่ นั่นก็เพราะ คนสร้างไฟล์ mp3
ขึ้นมา เขาแปลงไฟล์เสียงต้นฉบับมาเป็น Frequency Domain แล้วตัด
เอา ช่วงความถี่ออกกะสิครับ (ซึ่งตัดออกแล้ว ยังทำให้คุณภาพเสียง
อยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้) เมื่อมีข้อมูลน้อยลง(เพราะบางช่วงความถี่ถูก
ตัดออก) ขนาดไฟล์จึงมีขนาดเล็กลง

และสำหรับโปรแกรมเมอร์คนเขียนโปรแกรมแต่ง เสียง เขาก็จะ
พิจารณาว่า ช่วงความถี่ไหน เป็นคลื่นรบกวน เขาก็จะตัดช่วงความถี่นั้น
ออกซะ ก็จะช่วยให้เรา ได้เสียงที่เคลียร์ขึ้น

อ๊ะ!!! ผมลืมไป การแปลงสัญญาณเสียงในโทรศัพท์มือถือก็ใช้หลักการ
ตัดช่วงคลื่นความถี่นี้ เหมือนกัน เพราะการสนทนานั้น เราไม่ได้คิดว่า
จะต้องฟังเสียงอะไรชัดเจนมากมาย เอาแค่ฟังพอรู้เรื่องระดับที่หูคน
ปกติแยะแยะออกก็พอแล้ว ดังนั้น เพื่อไม่ให้ก่อนข้อมูลมีขนาดใหญ่
เกินไป วิศวกรจึงสร้างให้โทรศัพท์มือถือสามารถตัดความถี่เสียงบาง
ช่วงที่ไม่จำเป็น ออกไป

จริงๆแล้ว ไม่ใช่แค่เสียงหรือกะครับ,,, ภาพดิจิตอล หรือ วีดีโอ ก็ใช้
หลักการเดียวกันหมด ดังนั้น ถ้าโลกนี้ไม่มีแคลคูลัส มัลติมีเดีย บนโลก
ดิจิตอล ก็คงพัฒนาได้ไม่ถึงขนาดนี้

๑๔. "อัตราส่วนทองคำ" ตัวเลขเต้พบริะเจ้า

หัวข้อที่น่าสนใจในนิตยสารเล่มนั้น ก็คือ การนำเอา **อัตราส่วนทองคำ** ไปใช้ในการปรับแต่งภาพใบหน้า ด้วยซอฟต์แวร์? ,, ซึ่งอัตราส่วนทองคำ เป็นยังไง คืออะไร เชิญรับชมได้ บัดเดี๋ยวนี้

ก่อนจะไปถึงตรงนั้น ผมขอ พูดถึง สิ่งที่เรียกว่า ตัวเลข ฟีโบนัชชี (Fibonacci number)

ฟีโบนัชชี เป็นลำดับ(คิดค้นโดยลีโอนาโด ฟีโบนัชชี นักคณิตศาสตร์ชาว อิตาลี) ซึ่งจะเริ่ม จาก $F_0 = 0$ และ $F_1 = 1$ จากนั้น ถ้าเราอยากได้ตัวถัดไป ให้เอาลำดับสองตัวก่อนหน้ามาบวกกัน เช่น

- $F_2 = F_1 + F_0 = 1 + 0 = 1$
- $F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2$
- $F_4 = F_3 + F_2 = 2 + 1 = 3$
- $F_5 = F_4 + F_3 = 3 + 2 = 5$
- $F_6 = F_5 + F_4 = 5 + 3 = 8$
- $F_7 = F_6 + F_5 = 8 + 5 = 13$
- $F_8 = F_7 + F_6 = 13 + 8 = 21$

ก็จะทำให้ได้ ลำดับของเลขฟีโบนัชชี ดังนี้

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,

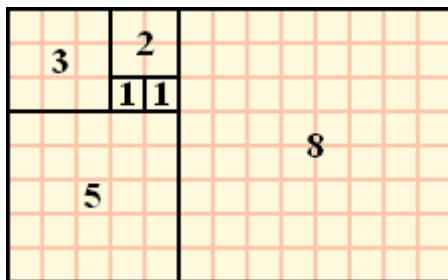
สังเกตได้ว่า ยกเว้นสองตัวแรก (0 และ 1) ลำดับแต่ละตัว ก็คือ การนำ ลำดับสองตัวก่อนหน้ามาบวกกันนั่นเอง ,, ดังนั้น สูตรทั่วไปของ ลำดับฟีโบนัชชี ก็คือ

$$F_n := F(n) := \begin{cases} 0 & \text{if } n = 0; \\ 1 & \text{if } n = 1; \\ F(n-1) + F(n-2) & \text{if } n > 1. \end{cases}$$

... ..

ต่อมา จะขอพูดถึงอัตราส่วนทองคำ ,,

อัตราส่วนทองคำ(Golden ratio) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ φ (อ่านว่า ฟี) เป็นตัวเลขจำนวนหนึ่ง ซึ่งมีค่าประมาณ 1.618 ... ปลายค และปลายดว่า เมื่อ n มีค่ามากๆ หรือเข้าสู่อินันต์ ก็จะทำให้ อัตราส่วนระหว่างลำดับของตัวเลขฟีโบนัชชีที่อยู่ติดกัน จะมีค่าเข้าใกล้เคียงประมาณ อัตราส่วนทองคำนี้



4เหลี่ยมทองคำ มีด้านเป็นเลขฟีโบนัชชี จะมีอัตราส่วนของด้าน เป็นอัตราส่วนทองคำ

... ..

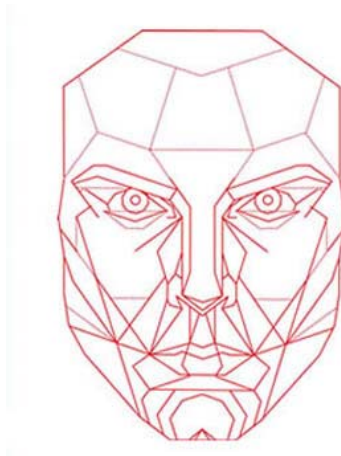
ความงามของอัตราส่วนทองคำ

อัตราส่วนทองคำ เป็นตัวเลขที่แฝงอยู่ตามธรรมชาติอย่างน่าอัศจรรย์ จนมีคนกล่าวว่า นี่เป็นตัวเลขที่สวรรค์เป็นผู้ประทานให้หมู่มวลมนุษย์ให้หมื่นขุเข็ญเทวดา

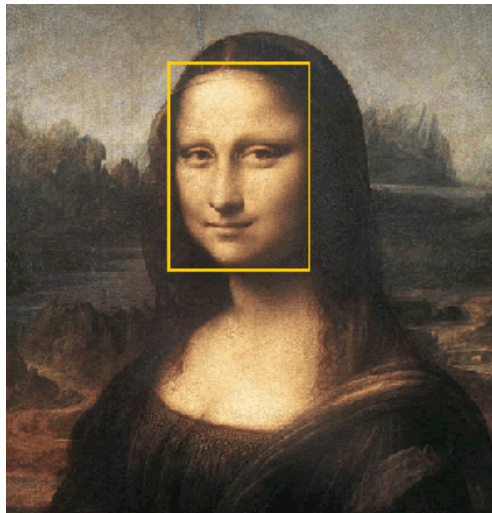
- อัตราส่วนระหว่างจำนวนฝั่งตัวเมียต่อจำนวนฝั่งตัวผู้ เท่ากับ อัตราส่วนทองคำ หรือ 1.618
- การ จัดเรียงของเกสรดอกทานตะวัน ดาสนับปะรด ดาลูกสน เปลือกหอยที่เป็นเกลียวรอบ มีอัตราส่วนของเส้นผ่านศูนย์กลางของแต่ละวงกับวงถัดไป เท่ากับ อัตราส่วนทองคำ
- จังหวะการเต้นของหัวใจของคนเราอัตราส่วนของจังหวะยาวต่อจังหวะสั้น มีค่าเท่ากับ อัตราส่วนทองคำ
- ถ้า วัดความสูงของมนุษย์ แล้วหารด้วยระยะจากสะดือถึงพื้น (ขอย้ำว่าวัดจากสะดือ ถ้าวัดจากใต้สะดือ ไม่เอา ฮีๆ) จะมีค่าเท่ากับ อัตราส่วนทองคำ
- ความยาวจากไหล่ถึงปลายมือหารด้วยจากข้อศอกถึงปลายมือ ก็เช่นกัน
- ขอนิ้วมือ นิ้วตึง สันหลัง สันตอษ ก็ล้วนแต่เป็นอัตราส่วนทองคำ ... บ๊ะเจ้า φ

อัตราส่วนของคำกับศิลปะและความสวยงาม

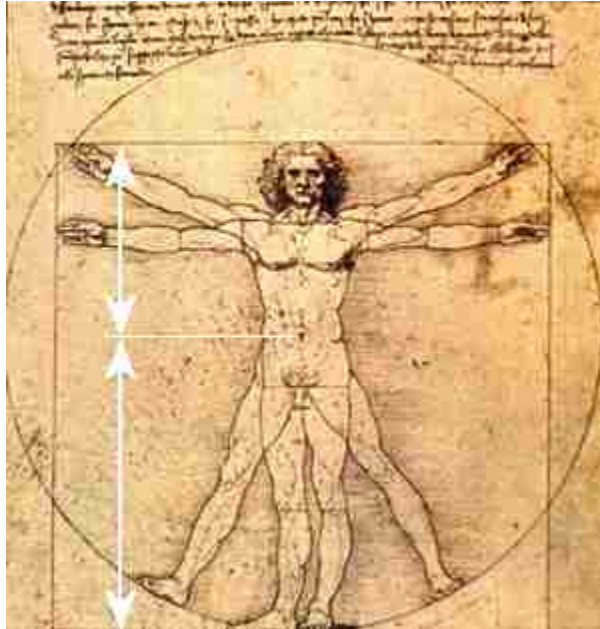
- เขว่ว่กันว่ ใบหน้าท่มีความสวยงาม ต้องมีโครงสร้างที่สร้างจากอัตราส่วนของคำ



- โมนาลิซ่า ผลงานชิ้นโบว์แดงแสดงในใจของลีโอนาโด ดา วินชี (ชื่อนี้คุ้นๆไหมครับ) มีใบหน้าเป็นอัตราส่วนของคำ



- The Vitruvian Man ผลงานชิ้นโบว์แดงอีกชิ้นหนึ่งของลีโอนาโด ดา วินชี ก็มีโครงสร้างสรีระเป็นอัตราส่วนทองคำ



- วิหารParthenonแห่งกรีซ เป็นสถาปัตยกรรมโบราณที่ถูกออกแบบด้วยอัตราส่วนทองคำ



- มีโทรทัศน์บางรุ่น ที่ใช้ขนาดความกว้างต่อความยาวหน้าจอ เป็นอัตราส่วนทองคำ และก็โฆษณาด้วยว่า เป็นขนาดที่ทำให้รับชมภาพได้งดงามที่สุด



๑๕. พายจำพาย

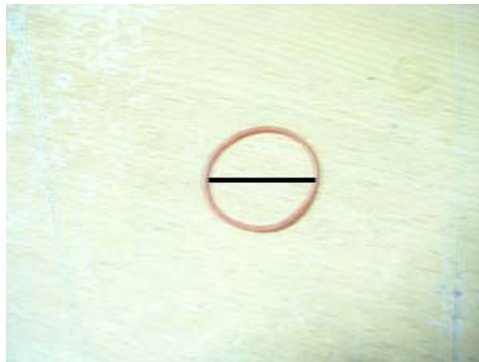
กาลครั้งศุนย์ ครั้งก่อนนั้น ,,,

เมื่อเหล่ามวลมนุษย์ตั้งแต่สมัยบาบิโลน จนมาถึงสมัยอียิปต์โบราณ ได้พยายามที่จะหาของมีค่าสิ่งหนึ่ง สิ่งนั้นคืออะไร? เอ้า จะเล่าให้ฟัง

- นี่คืออย่างที่เหลือจากมัดตุงกับข้าว =..=")



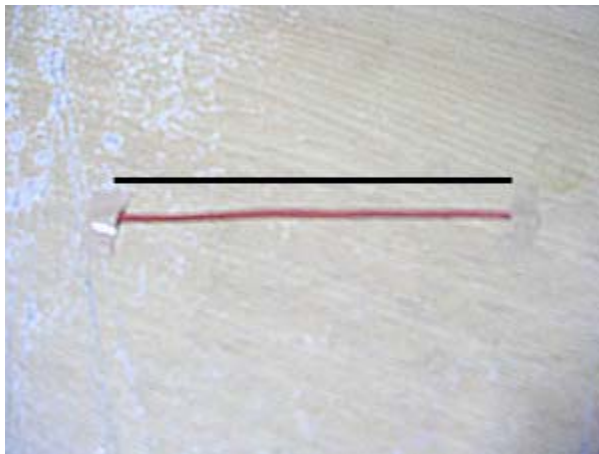
- แน่นอนว่า ยางวงก็ต้องเป็นวงกลม ไม่งั้นเค้าคงไม่เรียกว่ายางวง สีๆ ,,, ถ้าเราอยากรู้เส้นผ่านศูนย์กลางของยางวงละก็ ก็แค่เอาไม้บรรทัดวัดซะ



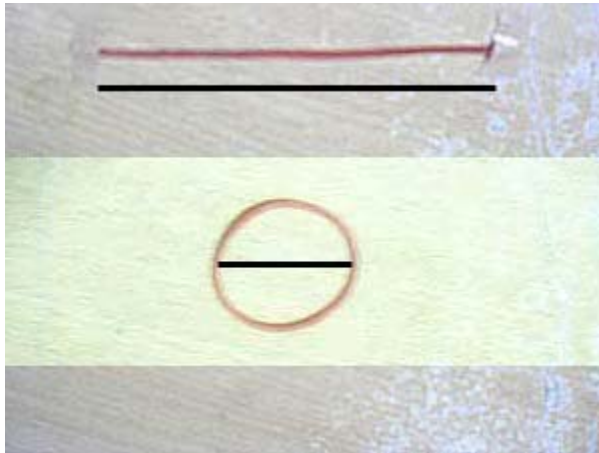
- คำถามคือ ถ้าเราอยากรู้ความยาวเส้นรอบวงของยางเส้นนี้ล่ะ,,, และถ้าอุปกรณ์วัดของเรามีแค่ไม้บรรทัดล่ะ,,, คำตอบง่ายๆ แบบเด็กแวนซ์ฮาร์ดคอร์ ก็คือ ตัดมางออกมาวัดซะ ใช้ไม้วัดอันเดิมนั้นแหละ



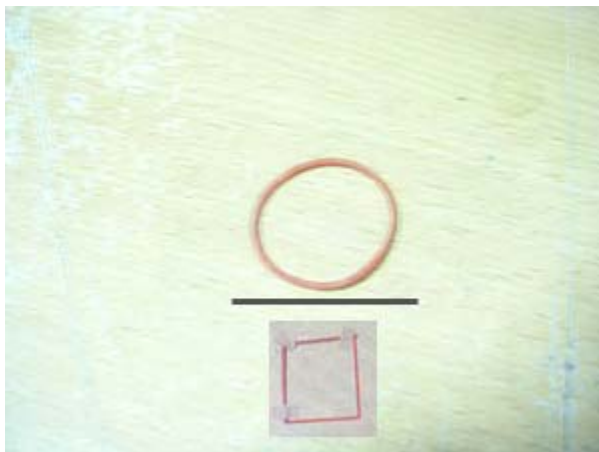
- งอนัก จับตริงซะ



- แล้วรู้หรือไม่ว่าถ้าเราเอาความ ยาวเส้นรอบวงของยางที่เราวัด ได้ หารด้วยความยาวครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลาง หรือที่เด็ก โรงเรียนบ้านหนองอีปริกเรียกว่า รัศมี เนี่ย มันจะได้ค่าตัวเลข ออกมาค่านี้ เรียกว่า "พาย"



- ยังครับ ยังไม่พอ ,,ถ้าเราเอา ยางมาตัดเป็นสองส่วนเท่าๆกัน โดยให้แต่ละส่วน มีความยาวเท่ากับรัศมีของวงกลม แล้ว นำมาประกอบเป็นด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัส ,, รู้หรือไม่ว่า พื้นที่ ของวงกลมหารด้วยพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปนี้ จะได้ค่าตัวเลข ตัวนี้ เรียกว่า "พาย" อีกแล้วครับท่าน



- และ พาย ก็คือ สิ่งที่ชาวบาบิโลนและชาวอียิปต์เหล่านั้น ถวิลหา!!!

... ..

มนุษย์มีความพยายามที่จะวัดความยาวเส้นรอบรูปและพื้นที่ของวงกลม มาตั้งแต่สมัยบาบิโลน(4000 ปีก่อน ใช้ค่าพายเท่ากับ 3) และอียิปต์โบราณ(ใช้ค่าพายเท่ากับ 3.1704938) ตามที่ได้เกริ่นมา,,, นักคณิตศาสตร์ผู้ยิ่งใหญ่อย่าง อาร์คิมิดีส ใช้วิธี วาดรูป 96 เหลี่ยมด้านเท่าภายในวงกลม(พยายามคอดๆ *..*) เพื่อวัดหาความความยาวรอบรูปของวงกลม และได้ประมาณออกมาว่า ค่าพาย น่าจะมีค่าประมาณ 3.1406

ทำไมได้แค่ประมาณ?,,, ก็เพราะว่า ค่าพาย เป็นจำนวนอตรรกยะ นะสิ,,, แล้วอีจำนวนอตรรกยะ นั้นมันคือสันต้อยอะไรมีแบบบบบ,,, จำนวนอตรรกยะ ก็คือ จำนวนที่เราไม่สามารถเขียนให้เป็นรูปเศษส่วนของจำนวนเต็ม(ส่วนไม่เท่ากับ ศูนย์)ได้ เราทำได้แค่ ประมาณมันเท่านั้น และเราก็ไม่รู้ว่ ทศนิยมของมัน จะไปสิ้นสุด ณ ตำแหน่งใด (อาจจะป็นล้านๆ ตำแหน่ง),,, จำนวนอตรรกยะที่เด่นๆดังๆ ก็เช่น ค่าพาย ค่า e อัตราส่วนทองคำ(ค่าฟี) เป็นต้น

นักคณิตศาสตร์เทพๆ คนแล้วคนเล่า พยายามหาค่าประมาณที่ดีที่สุด และใกล้เคียงที่สุดของพาย โดยพยายามหาดำแหน่งจุดทศนิยมของพาย ให้ได้มากที่สุด โดยปัจจุบันนี้ เราใช้ค่าพาย อยู่ที่

3.14159265358979323....

หมายเหตุ : เพื่อความง่าย ในหลักสูตรการเรียน และการคำนวณที่ไม่ต้องการความละเอียด นิยมใช้การประมาณค่าพาย อยู่ที่ 22/7 หรือ 3.14

เมื่อเรารู้ว่า การที่ค่าพาย มีจุดทศนิยมเป็นล้านๆตำแหน่ง จึงมีผู้พยายามคิดสูตรและกรรมวิธีในการประมาณค่าพายให้ได้เยอะที่สุด เพื่อท้าทายความสามารถ,,,

และในยุคปัจจุบัน ด้วยความก้าวหน้าของโคตรพอโคตรแมคคอมพิวเตอร์ (Super Computer) ทำให้มีผู้สามารถ คำนวณหาจุดทศนิยมของพาย ได้ถึงตำแหน่งที่ 206,158,430,000 ซึ่งตำแหน่งที่ 206,158,430,000 เป็นเลข 4

หมายเหตุ : คนที่ใช้คอมพิวเตอร์หาค่าพายได้ถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 206,158,430,000 เขาคอนนี้มีชื่อว่า ยาสุมาสะ คานาดะ แห่ง ม.โตเกียว

หมายเหตุ : ที่ญี่ปุ่น ผมเคยอ่านเจอว่า มีการแข่งขันท่องจำจุดทศนิยมของพายด้วยนะ ใครท่องได้ทศนิยมที่ถูกต้องและตำแหน่งไกลที่สุด ก็จะเป็นผู้ชนะ (ทรงพลังหยั่งแวง * *)/

หมายเหตุ(เกร็ดน่ารู้) : ทุกคนรู้จัก "ไตรภูมิพระร่วง" ไหมครับ,,, เชื่อกันว่า ไตรภูมิพระร่วงเป็นพระราชนิพนธ์ในพญาลิไท กษัตริย์ลำดับที่ 5 แห่งอาณาจักรสุโขทัยในราชวงศ์พระร่วง,,, เนื้อหาของไตรภูมิพระร่วง จะกล่าวถึง ภพภูมิ 3 ภพ คือ กามภูมิ รูปภูมิ และอรุณภูมิ โดยมีจุดประสงค์มุ่งใจให้ผู้คนได้บรรลุนิพพานหลุดพ้นจากภูมิทั้งสาม,,, ตอนหนึ่งในไตรภูมิพระร่วง กล่าวถึงสระในป่าหิมพานต์ว่า มีความกว้าง 432,000 วา และมีความยาวโดยรอบ 1,296,000 วา,,, เอ๊ะใจอะไร ไหมครับ

$$1296000/432000 = 3$$

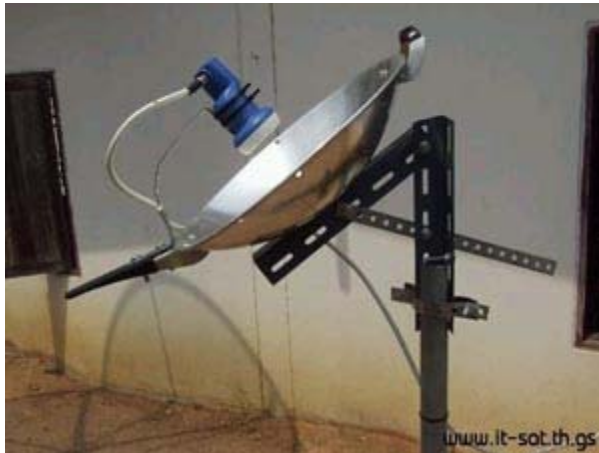
แสดงว่า พญาลิไท ทรงใช้อัตราส่วนระหว่างความยาวรอบรูปวงกลมกับเส้นผ่าศูนย์กลาง เป็น 3 ซึ่งมีค่าใกล้เคียงค่าพาย ว้าวว!!!

หมายเหตุ : เรายังพบการใช้ค่าประมาณของพายเท่ากับ 3 ในคำภีร์ไบเบิลด้วย

หมายเหตุ : William James นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ เป็นคนแรกที่ใช้สัญลักษณ์ พาย ซึ่งเป็นอักษรกรีก แทนอัตราส่วนระหว่างความยาวรอบรูปของวงกลมและเส้นผ่านศูนย์กลาง โดย การออกเสียงพายนั้นเราออกเสียงตามสำเนียงอังกฤษ แต่แท้ที่จริงแล้ว ถ้าออกตามสำเนียงชาวกรีก ซึ่งเป็นเจ้าของสัญลักษณ์ เราต้องออกเสียงว่า "พี"

๑๖. ประโยชน์ของกระทะ

ก่อนอื่น ผมจะขอเกริ่นถึงลุงเหลือ กับสุดยอดสิ่งประดิษฐ์ของลุง นั่นก็คือ จานดาวเทียมที่ทำมาจากกระทะ!!??



จากการที่หลงเหลือ ใช้กระทะ ประดิษฐ์เป็นจานรับสัญญาณดาวเทียมให้กับโรงเรียนต่างๆ เพื่อใช้รับสัญญาณเพื่อการศึกษา ด้วยความคิดอันสร้างสรรค์อย่างชาญฉลาด และความเสียสละที่ทำประโยชน์ให้กับส่วนรวมโดยไม่หวังผลตอบแทน ทำให้หลงเหลือเป็นที่รู้จัก และมีรายการโทรทัศน์นำเรื่องราวของดาวเทียมกระทะเหล็กฝีมือหลงเหลือไปออกรายการ

นอกจากนี้ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ ยังได้ขอพระราชทานปริญญาครุศาสตรบัณฑิตกิตติมศักดิ์ แก่หลงเหลือ ในฐานะเป็นผู้มีมานะบากบั่น แสวงหาความรู้ คู่คุณธรรม นำปัญญาสู่ชุมชนและสังคม



... ..

เอาละ ... ที่นี้ เรามาไขปริศนากันครับ ,, ทำไมกระทะซึ่งเป็นอุปกรณ์การทำกับข้าว ถึงกลายมาเป็นอุปกรณ์ชิ้นสำคัญในการสร้างจานรับสัญญาณดาวเทียมของหลงเหลือ ได้?

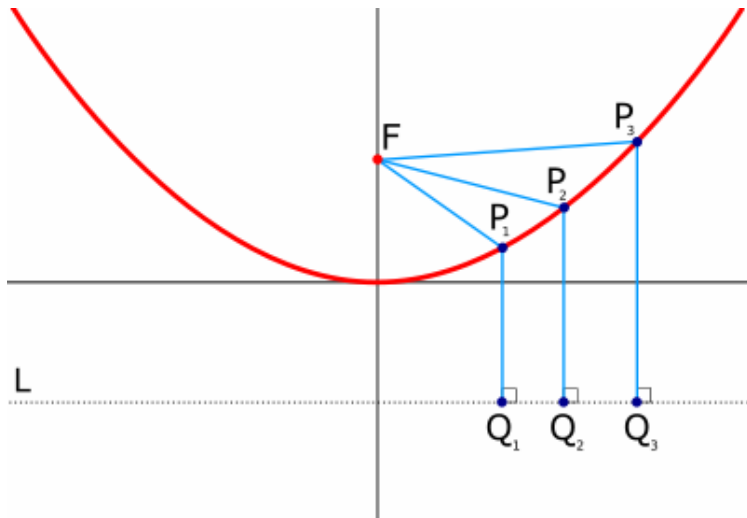
คำตอบก็คือ ... เพราะเส้นโค้งของกระทะ มีลักษณะคล้ายรูปพาราโบลา (Parabola) ...

หลายคนอาจจะถามหาพาราเซตามอนเมื่อต้องปวดถึงพาราโบลา ถ้าจั้นเราไปทำความเข้าใจกับมันซักหน่อยดีไหมจะ

พาราโบลา เป็นภาคตัดกรวยชนิด หนึ่ง ซึ่งมีนิยามว่า เซตของจุดบนเส้นโค้งซึ่งมีระยะห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งและเส้นตรงเส้นหนึ่ง ด้วย

ระยะทางที่เท่ากัน เราเรียกจุดคงที่จุดนั้นว่า "จุดโฟกัส" และเส้นตรงเส้นนั้นว่า "เส้นไดเรกทริกซ์"

พุดง่ายๆ เป็นภาษาคนหน่อยก็คือ ทุกๆจุดที่อยู่บนกราฟพาราโบลา จะห่างจากจุดโฟกัสและเส้นไดเรกทริกซ์ ด้วยระยะห่างที่เท่ากันเสมอ ดังภาพต่อไปนี้



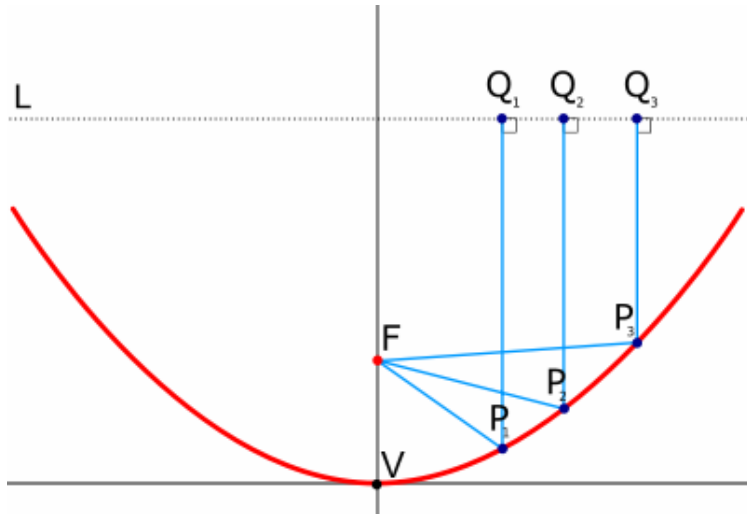
จากภาพ P_1, P_2, P_3 เป็นจุดบนพาราโบลา ,จุด F เป็นจุดโฟกัสของพาราโบลา และ เส้นตรง L เป็นเส้นไดเรกทริกซ์ของพาราโบลา

- ถ้าเราวัดระยะจากจุด P_1 ไปยังจุด F จะต้องเท่ากับกับระยะจากจุด P_1 ไปยังจุด Q_1 ซึ่งเป็นจุดบนเส้นไดเรกทริกซ์
- ถ้าเราวัดระยะจากจุด P_2 ไปยังจุด F จะต้องเท่ากับกับระยะจากจุด P_2 ไปยังจุด Q_2 ซึ่งเป็นจุดบนเส้นไดเรกทริกซ์
- ถ้าเราวัดระยะจากจุด P_3 ไปยังจุด F จะต้องเท่ากับกับระยะจากจุด P_3 ไปยังจุด Q_3 ซึ่งเป็นจุดบนเส้นไดเรกทริกซ์

เห็นรึยังครับว่า จุดบน พาราโบลา จะห่างจากจุดโฟกัส เท่ากับที่ห่างจากเส้นไดเรกทริกซ์

... ..

คุณสมบัติอย่างหล่อ ของพาราโบลา ที่ทำให้มันกลายเป็นพระเอก ก็คือ ถ้าอะไรก็ตาม ที่เดินทางเป็นเส้นตรง มาชนส่วนเว้าของพาราโบลา สิ่งนั้น จะกระเด็นไปที่จุดโฟกัสเสมอ!!!



โปะะเซเลยครับ!!! นั่นก็เพราะว่า คลื่นสัญญาณเดินทางเป็นเส้นตรง ถ้าเมื่อไหร่ ที่มันเดินทางมาตกกระทบบกระทะ ซึ่งมีส่วนโค้งเว้าคล้ายกับพาราโบลา ก็จะทำให้คลื่นสัญญาณที่ถูกส่งมาไปรวมกันอยู่ที่จุดๆหนึ่ง (จุดโฟกัสของกระทะ) ที่นี้ ถ้าเอาตัวรับสัญญาณไปติดตั้งตรงจุดนั้น เราก็จะได้ จานดาวเทียมกระทะเหล็กสุดเท่ มารับสัญญาณกันแบบไม่ต้องง้อของแพง

๑๗. ความจริงที่ซ่อนอยู่ในจำนวนจริง

จำนวนจริง (Real Number) คืออะไร?

จะให้ผมตอบคำถามนี้ได้อย่างถูกต้องถ่องแท้ ผมอาจจะต้องใช้เวลาดังชีวิต เพื่อศึกษาค้นคว้าก็ได้,,, ถ้าอย่างนั้น เราเริ่มจากตรงไหนดีเอ่ย?

เริ่มจากจำนวนนับดีไหม?,,, จำนวนนับมีอีกชื่อหนึ่งว่า "จำนวนธรรมชาติ" (Natural Number) หมายถึง จำนวนที่เริ่มจาก 1 จากนั้น ก็สร้างจำนวนถัดไป โดยนำ 1 ไปบวกเรื่อยๆ,,, เราแทนจำนวนเหล่านี้ ด้วยเลข 1, 2, 3, 4,

เหตุที่เรียกว่าจำนวนธรรมชาตินั้น นั่นก็เพราะ ไม่ว่าคุณจะรู้จักคณิตศาสตร์รวมไปถึงระบบตัวเลขมากน้อยสักแค่ไหน จำนวนนับ คือจำนวนที่คุณสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเอง และเป็นจำนวนที่เห็นได้ชัดจากการสังเกตธรรมชาติ เช่น นก 1 ตัว, ต้นไม้ 2 ต้น, คน 3 คน

ในขณะที่เดียวกัน มนุษย์ก็ได้สร้างเลข 0 ขึ้นมา เพื่ออธิบายความไม่มีอยู่หรือความว่างเปล่า เช่น ไม่มีนก ก็คือ นก 0 ตัว, ไม่มีต้นไม้ นั่นก็คือ ต้นไม้ 0 ต้น, ไม่มีคน นั่นก็คือ คน 0 คน

เลข 0 เป็นเลขที่ทรงฤทธภาพ อย่างร้ายกาจ ซึ่งแม้กระทั่งปัจจุบัน หลายๆอย่างที่เกี่ยวข้องกับเลข 0 ก็ยังถูกละไว้ในสิ่งที่ไม่ได้ถูกนิยาม หรืออนิยาม

ยกตัวอย่างเช่น การหารจำนวนด้วยจำนวนเดียวกัน ผลลัพธ์ออกมาจะได้ 1 เสมอ,,, ถ้าเรามีผลไม้ 3 ผล แบ่งให้เด็ก 3 คน เท่าๆกัน เด็กแต่ละคน ก็จะได้ผลไม้คนละ 1 ผล เช่นเดียวกับ ถ้าเรามีผลไม้ 1 พัน ผล แบ่งให้กับเด็ก 1 พัน คน เท่าๆกัน เด็กแต่ละคน ก็จะได้ผลไม้คนละ 1 ผล

รามาณัน นักคณิตศาสตร์ผู้ยิ่งใหญ่เคยถามอาจารย์ของเขาว่า "ถ้าเรามีผลไม้ 0 ผล แบ่งให้เด็ก 0 คน เท่าๆกัน แต่ละคนจะยังคงได้ผลไม้คนละ 1 ผล อยู่อีกหรือไม่?"

เมื่อเรามีจำนวนที่นาพิศวง อย่างเลข 0 รวมเข้ากับจำนวนนับ หรือจำนวนธรรมชาติ แล้ว เราก็สามารถทำงานได้มากโข ทั้งในแง่ชีวิตประจำวัน อธิบายธรรมชาติหลายๆอย่าง รวมไปถึงการทำมาค้าขาย

แต่ต่อมา เราก็คพบว่า เพียงแค่ 0 และ จำนวนนับยังไม่พอ เพราะในความเป็นจริง เรายังคงต้องการจำนวนฝั่งลบ เพื่อใช้ในการอธิบายความถดถอยบางอย่าง เช่น การติดหนี้, การค้าขายที่ขาดทุน เป็นต้น

เมื่อมี จำนวนนับฝั่งบวก และฝั่งลบ รวมเข้ากับจำนวน 0 เราก็ได้สร้างระบบจำนวนเต็มขึ้น ,, แต่ก็นั่นแหละ ต่อมาเราก็คพบอีกว่า ของในโลก ไม่ใช่สิ่งที่มีค่าเต็มหน่วย หรือเป็น 0 เสมอไป เช่น น้ำครึ่งแก้ว, แดงโมครึ่งใบ, ผ่ายาวเศษ3ส่วน4 วา รวมไปถึง อัตราส่วนอันมหัศจรรย์ในวิวัฒนาการทางวิศกรรมอันน่าทึ่งของชาวอียิปต์โบราณ

มนุษย์จึงได้รู้จักจำนวนที่เป็นเศษส่วน โดยการสร้างจากจำนวนเต็ม นั่นคือ เศษเป็นจำนวนเต็ม และส่วนเป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์ ,, เหตุที่ห้ามให้ส่วนเป็นศูนย์นั้น เพราะเราได้สังเกตเห็นแล้วว่า การทำเช่นนั้นอาจจะทำลายระบบจำนวนให้ย่อยยับ หลกเป็นผงธุลี ยกตัวอย่างเช่น ถ้าเราต้องการแบ่งผลไม้ 3 ผล ให้เด็ก 0 คน เท่ากัน เราไม่อาจสรุปได้ว่า เราจะต้องแบ่งผลไม้ให้เด็ก คนละกี่ผลกันแน่ ,, ด้วยเหตุนี้ เราจึงมองข้ามการนิยามการสร้างเศษส่วน อันมีส่วนเป็นศูนย์มาจนถึงปัจจุบัน

ด้วยเหตุนี้ เราสามารถอธิบาย จำนวนที่ว่ามีนี้ได้ด้วยเหตุและผล เราจึงขนานนามมันว่า จำนวนตรรกยะ (Rational Number)

เมื่อมีคำว่า "ได้" ก็ย่อมมีคำว่า "ไม่ได้" ,, เช่นเดียวกัน ในเมื่อมีจำนวนที่สามารถเขียนเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็ม ที่ซึ่งส่วนไม่เป็นศูนย์ ได้ ก็ย่อมมี จำนวนที่ซึ่งไม่สามารถเขียนเป็นเศษส่วนได้

ยกตัวอย่างเช่น ชาวบาบิโลน รู้จักค่าพาย รู้ว่ามันคืออัตราส่วนระหว่างความยาวรอบรูปหารด้วยความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง ของวงกลม ,, แต่ก็ไม่มีใครที่สามารถเขียนค่าพาย ซึ่งเป็นตัวเลขที่มีทศนิยมไม่รู้จบ ให้กลายเป็นเศษส่วนได้ มันคือจำนวนที่อยู่เหนือเหตุผลของจำนวนตรรกยะ

ต่อมา เมื่อวิชาแคลคูลัสได้ถูกสร้างขึ้น ความมหัศจรรย์ของจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ ก็ยิ่งเพิ่มพูนคุณทวีขึ้นไปอีก ยกตัวอย่างอันน่ามหัศจรรย์ตัวอย่างหนึ่ง กล่าวคือ

$$1+1/1!+1/2!+1/3!+1/4!+1/5!+.... = e$$

เราจะเห็นว่า อนุกรมนี้ แต่ละพจน์นั้น เป็นจำนวนเศษส่วน และเป็นจำนวนตรรกยะอย่างชัดเจน แต่เมื่อบวกกันไปจนถึงอนันต์ (Infinity) ผลบวกของอนุกรมนี้ กลับลู่เข้าสู่ ค่า e

$$e = 2.71828183.....$$

e ซึ่งเป็นตัวเลขที่มีทศนิยมไม่รู้จบ และแน่นอนว่า ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเศษส่วนตามครรลองของจำนวนตรรกยะได้

เหตุไฉน อนุกรมของจำนวนตรรกยะ จึงลู่เข้าสู่จำนวนซึ่งไม่ใช่จำนวนตรรกยะ?

นักคณิตศาสตร์ ได้เรียกปรากฏการณ์นี้ว่า จำนวนตรรกยะเป็นปริภูมิที่ไม่สมบูรณ์ ดังนั้น เพื่อสร้าง ปริภูมิที่สมบูรณ์ (Complete Space) นักคณิตศาสตร์จึงได้รวมเอาตัวเลขที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ ซึ่งต่อมาเรียกว่า จำนวนอตรรกยะ (Irrational Number) รวมเข้าไว้เป็นระบบกับจำนวนตรรกยะ แล้วเรียกระบบนี้เสียใหม่ว่า "จำนวนจริง" (Real Number) ซึ่งเป็นระบบที่ได้ชื่อว่า เป็น Complete Space ระบบหนึ่ง

เราได้เรียนรู้อะไร จากจำนวนจริงอย่างนั้นหรือ?

มันคือ ความเป็นจริงที่มีอยู่แล้วตามธรรมชาติ!!!

นิรันดร์กาล, เหตุผลหรือตรรกะ (Rationality) จะถูกเติมเต็มให้สมบูรณ์ (Complete) ด้วยสิ่งที่ไม่สามารถอธิบายได้ด้วยเหตุผล หรือความไม่เป็นเหตุผล เรียกว่า อตรรกะ (Irrationality) เจกเช่น ,,,

จำนวนตรรกยะ (Rational Number) ถูกเติมเต็มด้วยจำนวนอตรรกยะ (Irrational Number) เราจึงได้มาซึ่งระบบของจำนวนจริง (Real Number) ซึ่งเป็นปริภูมิที่สมบูรณ์ (Complete Space)

นั่นคือ

เราจะไม่มีทางค้นพบความสมบูรณ์ โดยอาศัยตรรกะหรือความไร้ตรรกะอย่างใดอย่างหนึ่งเพียงอย่างเดียว

๑๘. สมการไม่มีความหมายใดๆสำหรับผม

"สมการไม่มีความหมายใดๆสำหรับผม หากมันไม่เผยให้เห็นถึงความคิดของพระเจ้า" (ศรีนิวาสะ รามานุจัน)

นั่นคือ ข้อความในตอนหนึ่งของหนังสือชีวประวัติของนักคณิตศาสตร์ผู้ยิ่งใหญ่ชาวอินเดีย นามว่า รามานุจัน , , , ,

ในโลกนี้ มีความเชื่ออยู่สองอย่าง , , , อย่างแรก คือ ความเชื่อที่มนุษย์ได้สร้างคณิตศาสตร์ขึ้นเพื่ออธิบายความเป็นไปในธรรมชาติ , , , ส่วนอย่างที่สอง คือ ความเชื่อที่ว่า คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีอยู่แล้วในธรรมชาติ มนุษย์เพียงแคค้นพบมันเท่านั้น

สำหรับ รามานุจัน ผู้ซึ่งนับถือศาสนาฮินดู และเกิดในวาระพระราชมงคลไม่แปลก ที่เขาจะเชื่อว่า คณิตศาสตร์ เป็นผลงานและวรรณกรรมของพระเจ้าเป็นเจ้า เพราะ ในศาสนา ฮินดู ธรรมชาติทุกอย่างล้วนเป็นผลงานของพระเจ้า ตามความเชื่อของหลักตรีมูรติ (พระพรหมผู้สร้าง, พระศิวะผู้ทำลาย, พระนารายณ์ผู้ปกปักรักษา)

สำหรับผม พระเจ้าที่รามานุจันพูดถึง คือ ปรัชญาการณธรรมชาติ คือ ความเป็นสังขารบนโลก , , , สมการไม่มีความหมายใดๆสำหรับผม ถ้ามันไม่ได้ถูกสร้างขึ้นเพื่ออธิบายธรรมชาติ

$1 + 1 = 2$ เป็นของไร้ค่า ราคาต่ำ ถ้าหากมันไม่ถูกใช้อธิบาย ถึงธรรมชาติที่ว่า มีนกเกาะที่กิ่งไม้หนึ่งตัว ต่อมา มีนกบินมาเกาะอีกหนึ่งตัว ขณะนั้น เรามีนกสองตัว

อนุพันธ์ ข้างเป็นขยะที่หนักอึ้งเสียจริง ตราบจนเรานำมันมาใช้อธิบายเหตุการณ์ที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วในระยะเวลาอันสั้น

ค่าพาย ก็จะเป็นได้เพียงแคจำนวนอตรรกยะอันยุ่งยากจำนวนหนึ่งเท่านั้น ถ้าหากเราไม่นำมันมาใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรอบรูปหรือพื้นที่ ของวงกลมกับเส้นผ่านศูนย์กลาง

เหล่านี้ คือ สิ่งที่ธรรมชาติกำลังถามเราว่า ธรรมชาติคือคณิตศาสตร์หรือ คณิตศาสตร์คือธรรมชาติกันแน่ , , ,

หลายๆครั้ง นักปราชญ์ในยุคโบราณ เช่น เพลโต หรือ อริสโตเติล ก็เลือกที่จะ อธิบายปรัชญาผ่านทางเรขาคณิต เพราะพวกเขามีความเชื่อ

ที่ว่า ถ้าหากเราล่วงรู้ความลับของเราคนใด เราก็จะล่วงรู้ความลับของจักรวาล

พูดถึงนักปราชญ์ ผมขอพูดถึงพระพุทธเจ้า,,, พระพุทธเจ้าทรงเป็นนักตรรกศาสตร์ที่มีตรรกะที่น่าสนใจ,,, ผมจะขอยกตัวอย่างหลักธรรมที่ชื่อว่า "ปฏิจazzสมปบาท" ซึ่งได้กล่าวถึงเหตุและผลแห่งธรรมที่จะต้องอาศัยกัน,,, โดยได้อธิบายถึงความสัมพันธ์ของปัจจัยต่อเนื่องของสิ่งต่างๆดังนี้

เพราะอวิชชาเป็นปัจจัย สังขารจึงมี
เพราะสังขารเป็นปัจจัย วิญญาณจึงมี
เพราะวิญญาณเป็นปัจจัย นามรูปจึงมี
เพราะนามรูปเป็นปัจจัย สฬายตนะจึงมี
เพราะสฬายตนะเป็นปัจจัย ผัสสะจึงมี
เพราะผัสสะเป็นปัจจัย เวทนาจึงมี
เพราะเวทนาเป็นปัจจัย ตัณหาจึงมี
เพราะตัณหาเป็นปัจจัย อุปทานจึงมี
เพราะอุปทานเป็นปัจจัย ภพจึงมี
เพราะภพเป็นปัจจัย ชาติจึงมี
เพราะชาติเป็นปัจจัย ชรามรณะจึงมี
ความโศก ความคร่ำครวญ ทุกข์ โทมนัส และความคับแค้นใจ ก็มีพร้อม

นี่คืออะไร นี่คือการให้เหตุแบบนิรนัย นั่นเอง,,, เราสามารถสรุปได้จากเหตุผลของหลักธรรมได้ว่า "เพราะอวิชชา ความเศร้าโศก ความคร่ำครวญ ทุกข์ โทมนัส และความคับแค้นใจ ก็มีพร้อม",,, อวิชชา ซึ่งหมายถึง ความไม่รู้ในอริยะสัจสี่ จึงเป็นเหตุแห่งความ ความโศก ความคร่ำครวญ ทุกข์ โทมนัส และความคับแค้นใจ

จะเห็นได้ว่า หลักธรรม มีการเชื่อมโยงด้วยตรรกะต่างๆ แต่รัดกุม มีการเชื่อมโยงอย่างชัดเจน

คณิตศาสตร์ จึงไม่ใช่เรื่องของสมการ แต่คณิตศาสตร์ คือเรื่องของธรรมชาติ ปรัชญาการณ สัจธรรม และ ปรัชญา

๑๙. แต่ฟูรีเยร์ผู้ยิ่งใหญ่



Joseph Fourier

ย้อนไปเมื่อ ปี 1807 นักคณิตศาสตร์และฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศส นามว่า Joseph Fourier ได้คิดอนุกรมที่ต่อมาเรียกชื่อตามชื่อของท่าน ว่า อนุกรมฟูรีเยร์ เพื่อใช้แก้ปัญหาการไหลของความร้อน โดยจำลองว่า ความร้อนนั้นเป็นรูปแบบคลื่นอย่างหนึ่ง และแทนที่จะพิจารณาคลื่นในช่วงเวลาต่างๆ แต่ที่ท่านฟูรีเยร์แกแนวมาก แก่เปลี่ยนมาพิจารณาคลื่นในช่วงความถี่ต่างๆแทน

การทำเช่นนี้ ทำให้สามารถวิเคราะห์ได้ว่า คลื่นประกอบด้วยช่วงความถี่อะไรบ้าง ถี่สั้น ถี่ยาว ถี่ยึกๆ ก็ว่ากันไป ,, และถ้าเราได้ข้อมูลของความถี่มาแล้ว เราก็สามารถเพิ่มความถี่บางช่วงที่เราต้องการ หรือลดความถี่บางช่วงที่เราไม่ต้องการได้ จากนั้น เมื่อเราได้คลื่นที่เราต้องการ และพอใจ ไขเลย เราก็แปลงคลื่นกลับมาเป็นรูปแบบปกติก็เป็นอันเสร็จพิธี

ก๊งก๊งใหม่จ๊ะ *3*) งั้น เราไปก๊งก๊งกันต่อกับสมการ (ใครซี้เกียจอ่านสมการ ก็ข้ามลงไปอ่านตัวอย่างได้เลยครับ)

สมมติ ผมมีฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันของคลื่นเสียงของเพลงเพลงหนึ่ง เมื่อ x หมายถึง เวลา(ในที่นี้ผมขอใช้หน่วยเป็นวินาที) ,, แน่นอนว่าค่าของ $f(x)$ นั้น จะเปลี่ยนแปลงไป ตาม x ดังนั้น เสียงเพลงในแต่ละวินาที จึงแตกต่างกันออกไป โอเค พอมองภาพออกนะครับ

ทีนี้ สมมติว่า ไข่เพลงที่เราฟังเนี่ย เป็นไฟล์เสียงคุณภาพฟักกิ้งซิทสนิทใจ คือ แม้บับว่า เปิดขึ้นมาแล้ว มีเสียงคลื่นแทรก คลื่นแซบ ฟังแล้ว

ไม่เคลียร์ ละหทัยใจยิ่งนัก ... ทำยังไง เราถึงจะลดไอ้คลื่นรบกวน เหล่านี้ทิ้งไปได้

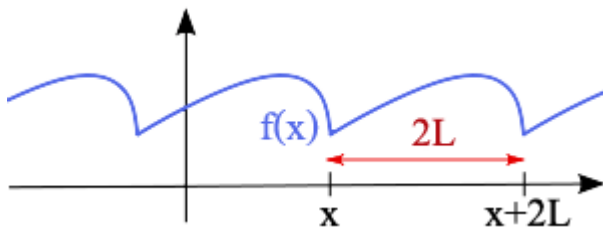
กลับมาที่เดิม กลับมาพิจารณาที่ $f(x)$ กันต่อ เราจะทำยังไงกับมันดี? ... เราแทบจะทำต่ออะไรไม่ได้เลย เพราะ ฟังก์ชัน $f(x)$ นั้น มันเล่นยาทุกสิ่งลงไปเป็นก้อนเดียวกัน ทั้ง ไอ้ส่วนที่เป็นเพลง ไม่ว่าจะเป็น เสียงร้อง เสียงกลอง เบส กีตาร์ ฉาบ พิณ แคน รวมทั้ง ไอ้ส่วนที่เป็น คลื่นรบกวน ที่เราไม่ต้องการ มันก็ย่ำอยู่ในนั้นแหละ ... ถ้าเราจะกำจัดคลื่นรบกวน ชั่วคราว เสียงที่เป็นเพลง ก็จะต้องกำจัดออกไป ไม่มีคลื่นรบกวน แต่ก็ไม่มีเสียงเพลง อ่าว แล้วจะเอายังไงกับมันดี

วิธีง่ายๆ ที่อยากจะขอนามมาเป็นตัวอย่างก็ คือ ถ้าเรารู้ว่า คลื่นรบกวน เป็นช่วงคลื่นความถี่สูงในช่วงหนึ่ง แล้วเราก็กำจัดความถี่ช่วงนั้นทิ้งซะ เราก็จะเหลือแค่ส่วนที่เป็นเพลงจริงๆ ซิมิ ปร๊อชญาง่ายๆ ไม่ซับซ้อนเนอะ

แต่คำถามคือ ทำยังไงเราถึงจะสามารถพิจารณา เพลงที่อยู่ในรูป ฟังก์ชัน $f(x)$ ของเรา ซึ่งขึ้นอยู่กับเวลา ให้กลายเป็นการจำแนกแบบความถี่ได้

และคำตอบก็คือ อนุกรมฟูรีเยร์!!!

สมมติว่า เรามีฟังก์ชัน $f(x)$ ที่มีลักษณะเป็นคาบ $2L$ พุดเป็นภาษาง่ายๆ แบบที่คนเขาพุดกันก็คือ ทุกๆเวลาผ่านไป $2L$ วินาทีค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ จะกลับมาอยู่ที่ค่าเดิม ...



เขียนเป็นสมการเท่าว่า

$$f(x) = f(x+2L) \dots$$

เราสามารถ เขียนฟังก์ชัน $f(x)$ ให้อยู่ในรูปของผลบวกของ \sin และ \cos ได้ ดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right).$$

โดยที่

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx.$$

นั่นก็คือ ทีแรก เรามี $f(x)$ อยู่ แล้วเรา ก็เอาไปเขียนลงเลขชะใหม่ ให้อยู่ในรูปผลบวกของ \cos กับ \sin ได้ โดยที่สัมประสิทธิ์ (a_n และ b_n) ของแต่ละพจน์ก็หาได้จากสูตรข้างบนนั้นแล เอวังฯ

/// /// ///

คำถามคือ มันทำแยะชะอะไรได้วะครับ?

คำตอบคือ ได้สิครับ แยะชะรสเด็ดชะด้วย

จำได้ไหมครับ ที่ผมติดค้างไว้ว่า เราจะสามารถเปลี่ยนการพิจารณาแบบช่วงเวลา มาเป็นช่วงความถี่ของคลื่นได้อย่างไร โอเค ขายยามานาน ได้เวลาเอาจริงแล้ว

ตอนนี้ เราได้สัมประสิทธิ์ a_n และ b_n ในแต่ละพจน์มาเรียบร้อยแล้ว จากนั้น เราเอามาคำนวณหาค่าต่อไปนี้

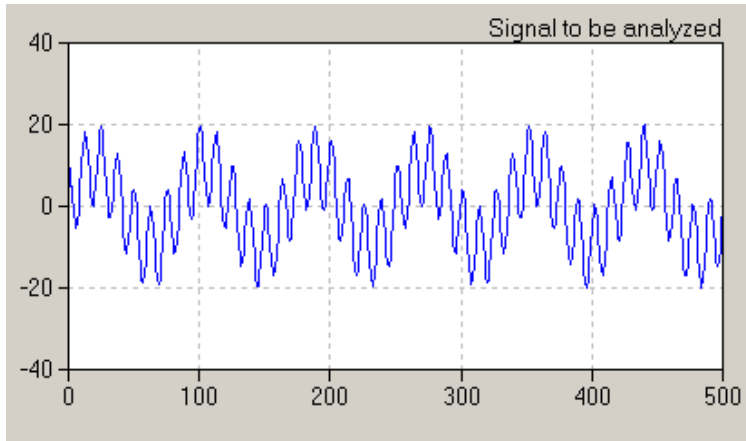
$$\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

ในแต่ละพจน์ และเรียกมันว่า magnitude /// ซึ่งไอ้ magnitude นี้แหละ ที่ทำให้เราสามารถพิจารณาคคลื่นในช่วงความถี่แต่ละความถี่ได้

/// /// ///

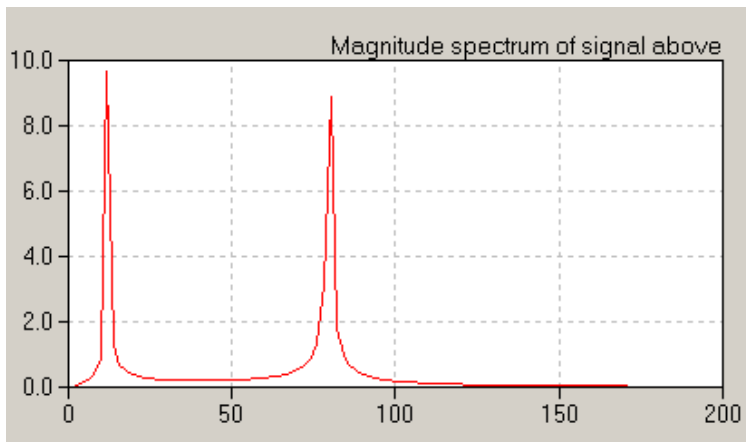
เอาละ ได้เวลา ยกตัวอย่าง

สมมติว่านี่คือคลื่นเสียงของผม ที่ผมกำลังวิเคราะห์ห้ก๊อๆอยู่



/// /// ///

หลังจากหาสัมประสิทธิ์ a_n และ b_n ตามสูตรของอนุกรมฟูเรียร์ เอ้ย ฟูรีเยร์ ,,ผม ก็นำมาหา magnitude ได้กราฟหน้าตาแบบนี้แหละ

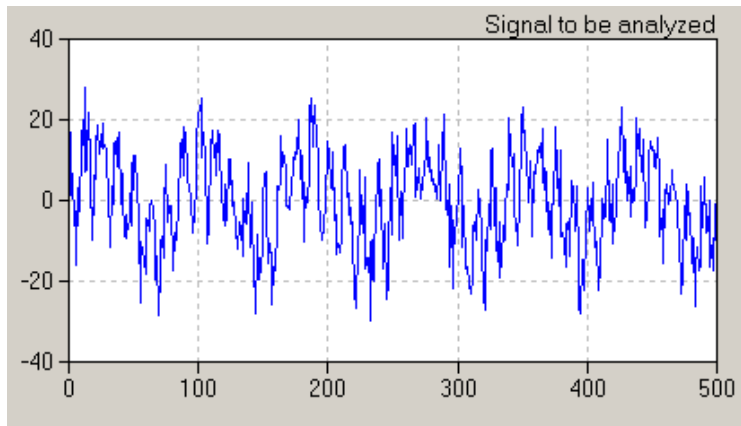


magnitude เป็นตัวบอกเราว่า คลื่นในช่วงความถี่แต่ละช่วงมีค่าสูงหรือต่ำเท่าใด เช่น ตัวอย่างที่ผมยกมา คลื่นนี้ ในช่วงความถี่ ราวๆ 10 กว่าๆ

กับ 80 กว่าๆ โดยประมาณ ก็จะมีค่าสูงโด่งโคงตูด กว่าชาวบ้านเขา ,,, ส่วนช่วงความถี่อื่นๆ ก็จะมีค่าต่ำ

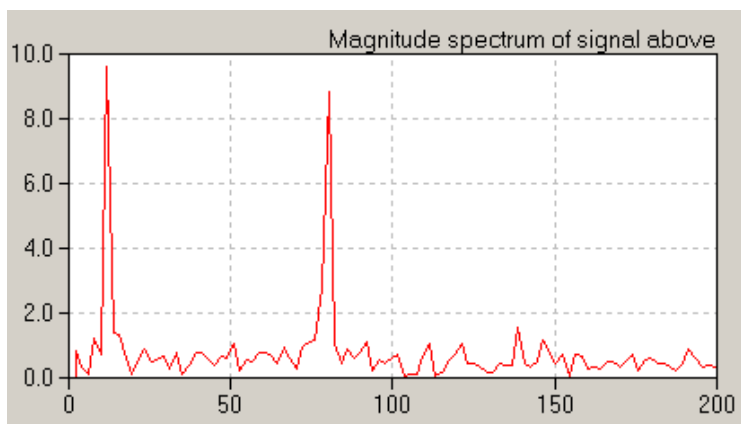
/// /// ///

ที่นี่ ถ้าผมแกล้งเอาคลื่นรบกวน คลื่นแทรก คลื่นแซบ บวกเข้าไป ในสัญญาณเสียง คลื่นมันก็จะดูอึรุงตุงนังขึ้นกว่าเดิม



/// /// ///

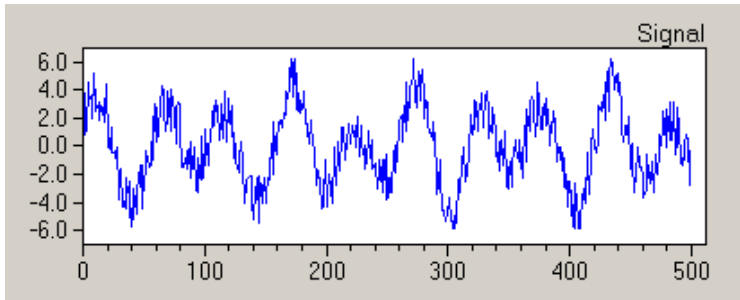
แน่นอนว่า magnitude ก็จะมีข้อมูลขยะ ที่เกิดจากสัญญาณรบกวน เพิ่มขึ้น



ปัญหาคือ ถ้าเราต้องการจะกำจัดข้อมูลขยะที่เพิ่มขึ้นมาโดยที่เราไม่ต้องการ เราจะทำอย่างไร?

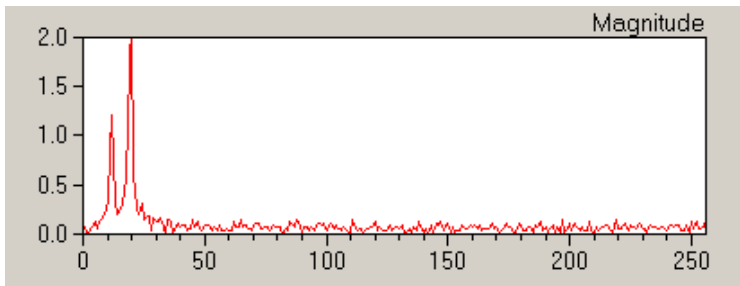
/// /// ///

สมมติว่า เรามีข้อมูลสัญญาณคลื่นเสียงอันหนึ่ง ที่มีคลื่นรบกวนสะเทร่อบวกเข้ามาเต็มเลย จังจิงๆ เยียดอ้าๆ



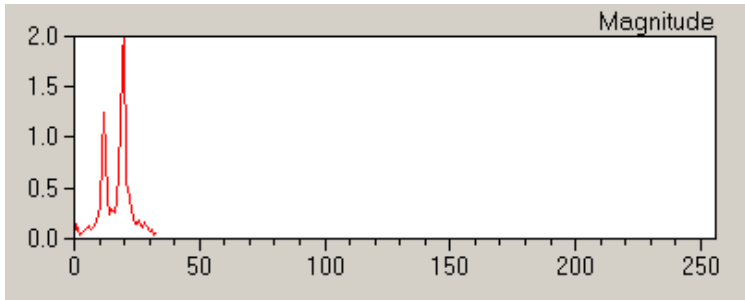
/// /// ///

เรานำไปคลื่นนี้ ไปหา magnitude จากสูตรของอนุกรมฟูริเยร์ เราก็จะได้ magnitude หน้าตาแบบนี้



/// /// ///

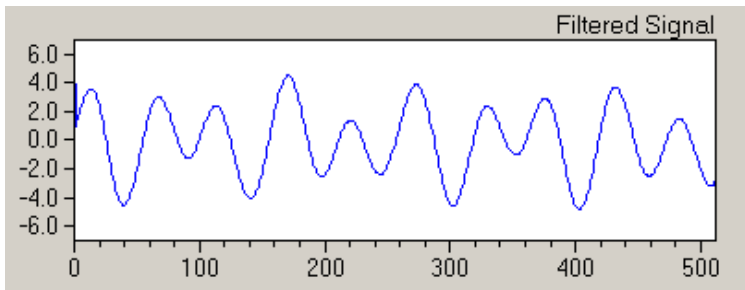
และถ้าเรา ตั้งสมมติฐานว่า อ้อ ไอ้คลื่นรบกวน มันน่าจะเป็นช่วงความถี่สูงๆ เราก็กำจัดมันทิ้งเลย ,,, เซ็ตค่าช่วงความถี่สูงๆให้เป็น 0 ซะ เราก็จะได้ magnitude หน้าตาแบบนี้



หายซิคครับ ผลลัพธ์ของคลื่นสัญญาณอันเดิมของเรา จะเปลี่ยนไปอย่างไร?

/// /// ///

เราก็จะได้สัญญาณเดิมนั้นแหละ แต่!!! เราจะได้สัญญาณเสียงที่ smooth ราบเรียบ รื่นหู ขึ้น เพราะเรา ได้กำจัดช่วงความถี่ ที่เป็นคลื่นรบกวนออกไปหมดแล้ว

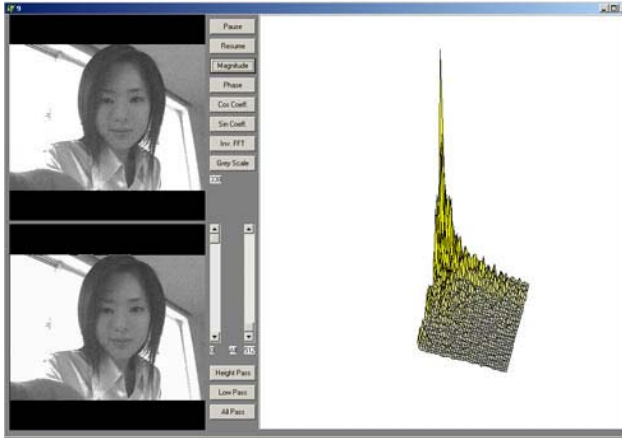


บึงโก!!!

/// /// ///

เอ๊ะ หลายคนอาจจะบ่นว่า มีแต่สมการกับกราฟ มโนภาพตามลำบากจัง เรามาดูอะไรที่มัน มโนภาพง่ายดีกว่า ฮึๆ

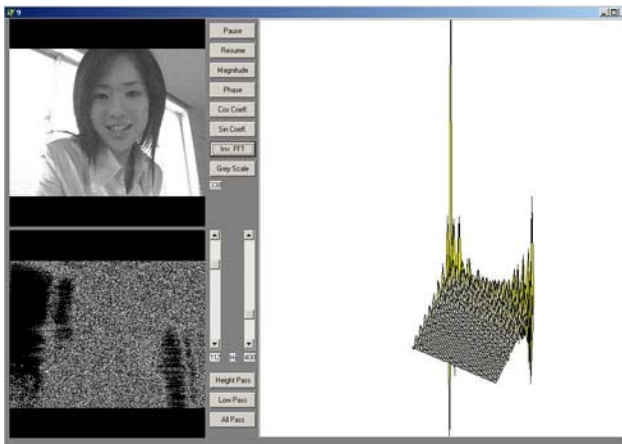
สมมติว่าผมมีวิดีโออยู่อันนึง ซึ่งมีสัญญาณรบกวนอันไม่พึงประสงค์อยู่



จอภาพด้านซ้ายบน ก็คือ ไฟล์ต้นฉบับ ส่วนด้านล่างเอาไว้อะไรส่วนที่
 สำหรับประมวลผล และกราฟหลายๆด้านขวา คือ magnitude ของ
 วิตโอ ซึ่งพอเป็นวิตโอ มีแกน x และ y กราฟก็เลยกลายเป็น 3 มิติ
 พิศวงก่งก๊ง

/// /// ///

หลักการง่ายๆวิธีนี้ ที่จะพิจารณาสัญญาณรบกวนอันไม่พึงประสงค์ใน
 วิตโอ นั่นก็คือการเลือกเอาช่วงความถี่ที่เราคาดว่าจะป็นคลื่นสัญญาณ
 รบกวนออกมา ซึ่งก็เป็นหลักการเดียวกันกับข้างบนนั้น



สังเกตว่า เมื่อผมคัดเอาสัญญาณในบางช่วงความถี่ออกมาโชว์ มันก็คือ ส่วนหนึ่งของคลื่นสัญญาณรบกวนนั่นเอง และกราฟด้านขวาก็คือ กราฟ แสดง magnitude ของสัญญาณรบกวน

/// /// ///

อ่านมาถึงตรงนี้ หลายคนอาจจะคิดว่า ก็ตัดคลื่นสัญญาณออกแบบ ตัวอย่างข้างบนสิ เราก็จะได้ดูโซระ อาโออิ แบบชัดๆหน่อย /// แต่ ความจริงก็คือ โลกนี้มันช่างโหดร้ายนัก เพราะ เราไม่มีทางรู้ด้วยสัญญาณว่า ช่วงความถี่ไหนเป็นช่วงความถี่ของข้อมูลที่เราต้องการ และช่วงความถี่ไหน เป็นช่วงของสัญญาณรบกวน ดังนั้น นี่จึงเป็นความท้าทายอย่างหนึ่ง ที่นักคณิตศาสตร์และนักคอมพิวเตอร์ ได้พยายามหา แนวคิดต่างๆ เพื่อมาพิจารณาในการลดสัญญาณรบกวนได้อย่างมีประสิทธิภาพ และก็พูดได้อย่างเต็มปากเลยว่า แนวคิดของอนุกรมฟูรีเยร์ มีอิทธิพลต่องานด้าน image processing , video processing และการประมวลผล คลื่นในรูปแบบอื่นอีกมากมาย ///

แต่ ฟูรีเยร์ ผู้ยิ่งใหญ่

๒๐. จดหมายจากเด็กmath

ถึงมิตรรักทุกท่าน

จดหมายฉบับนี้เป็นจดหมายโฆษณาสาขาที่กระผม กำลังจุ่มปีกเรียน อยู่มาแล้วเป็นเวลากว่า 2 ปี ,, เป็นจดหมายที่อยากบอกให้น้องหลายๆมัธยมหัวนมแตกพล่านที่กำลังสนใจอยากจะทำ มาสู่โลกพิศวง กังกั๋งของคุณิตแสดงดได้รับข้อมูล และทำความเข้าใจ เพื่อสามารถใช้ชีวิตในฐานะสิ่งมีชีวิตที่เรียกว่าเด็กคณิตแสดงได้อย่างมีความสุข

เริ่มแรก น้องหลายๆท่านอาจจะคิดว่าการเรียนคณิตแสดงดนั้น ต้องเก่ง คำนวณขอบอกเลยว่าไม่จำเป็น การคำนวณเก่งๆนั้น เขาเอาไว้ให้พวก นั้บแต่มไฟดัมมีเขาทำกัน HA+ ,, สิ่งสำคัญที่สุดในการเรียนคณิตแสดงดก็คือ ตรรกะ ,, ตรรกะ แปลเป็นภาษาไทยฉบับบ้านโคกอีบริก ได้ว่า เหตุผล ,, การเรียนคณิตแสดงดนั้นหาใช่การคำนวณบวกลบคูณหาร อย่างที่ใครเข้าใจ แต่มันคือการพิสูจน์ ,, ใช้ตรรกะในการพิสูจน์ว่า สิ่งที่เขาสร้างไว้ให้เราใช้นั้น มันมีที่มาที่ไปอย่างไร

ตัวอย่างง่ายๆ พี่จะยกตัวอย่างให้ฟัง

ชาวบ้านเขาอาจจะจำสูตรดิฟ หรืออินทิเกรตไปคำนวณชอกตากงส์ซาก อ้อยหอยเนาะอะไรก็แล้วแต่ ,, แต่คนเรียนคณิตแสดงดนั้น เราจะมอ ย้อนกลับไวกว่านั้น เราต้องเป็นคนหัวดีอ ชี้ดีอ ไม่เชื่ออะไร่างๆ เรา ต้องลองพิสูจน์ก่อนจะเชื่อว่า เฮ้ย! ไอ้ที่กูจำมาตั้งแต่มัธยมเนี่ยมันมี ความเป็นมายังไง แล้วเราจะสามารถพิสูจน์ให้เห็นจริงได้อย่างไรว่า มัน เป็นแบบที่เขาบอกจริงๆ

น้องอาจจะถามพี่ว่า จำเป็นขนาดนั้นด้วยหรือครับ ,, ปาดโถ้ว น้องครับ เราเรียนคณิตแสดงดไปทำไมครับ ,, เรียนเพื่อจะสร้างของให้ชาวบ้าน เขาเอาไปใช้งานใช้ใหม่ครับ ,, ถ้าเราไม่มีตรรกะในการให้เหตุผล เรา จะทำให้ชาวบ้านเขาเชื่อได้อย่างไรว่า สิ่งที่เราคิดนั้นเชื่อถือได้แบบปุ่น ตราเสือ

ลองมอ ย้อนกลับไปที่ไม่มีหาเหวอะไร ไม่มีตรีโกณมิติ ไม่มี แคลคูลัส ไม่มีระบบสมการ นักคณิตแสดงดที่เขาสร้างสิ่งเหล่านี้มา เขาทำอย่างไรให้คนเชื่อสิ่งที่เขาคิดมาเป็นนับร้อยๆปี ,, แน่نونว่า ทุก สิ่งที่เขาคิดก็ยอมสามารถอธิบายได้ด้วยเหตุและผลตามที่ได้ผอ่ยให้ฟัง ไป แล้วใช้ใหม่จะ?

โอเค ถ้าทำใจไม่ได้ ก็ลองหาคณะอื่นเลือกไปตามยั่วรัสไดล์ แต่ถ้าทำใจได้แล้ว เราก็มาดูกันว่า เราจะต้องเจออะไรบ้าง

อย่างแรกที่เราต้องเจอเขาเรียกว่าคณิต วิเคราะห์ วิเคราะห์ทำไม วิเคราะห์อะไร,,, นี่คือนิยามรากฐานของแคลคูลัส ที่จะทำให้เราเข้าใจถึงที่มาที่ไปของมันว่าสูตรอลังก็ ยิปป้อลังการทั้งหมดทั้งมวลมันมีที่มาอย่างไร

แต่ถ้าใครเบื่อการกับตัวเลข เราก็จะทำงานกับการพิจารณาพฤติกรรมของเซตแทน อย่างนี้เราเรียกว่า โทโปโลยี

และอีกวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญไม่แพ้กันเรียก ว่าวิชา เออาจิบรา(algebra) ซึ่งจะเป็นการทำความเข้าใจกับระบบพีชคณิตต่างๆทั้งที่เราใช้กันอยู่ และแบบที่จะต้องใช้ในระดับที่สูงขึ้นไป

และก็ต้องไม่ลืมสมการเชิงอนุพันธ์และวิชา วิเคราะห์เชิงตัวเลขที่จำเป็นอย่างมากที่จะเอาไปเป็นเครื่องมือมาหาหินในการ ทำความรู้จักคณิตศาสตร์ตติบายให้กลายเป็นสิ่งที่จับต้องได้

ขอขยายย่อหน้าข้างบนนิดนึงนะ,,, คือโลกนี้มันล้วนอนิจจัง หลากหลายในโลกมันล้วนแต่เปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็วภายในเวลาอันสั้น ซึ่งไ้การเปลี่ยนแปลงอย่างที่ว่านี้ ส่วนใหญ่แล้วเราสามารถแทนมันด้วยสิ่งที่เรียกว่า สมการเชิงอนุพันธ์,,, ในการแก้สมการเหล่านี้ไ้ครั้งจะไปแก้ด้วยมือมันก็แลดูลำบากและยากเสียนี้กะไร แถมนำข้อมูลไปใช้งานจริงไม่ถ่ยอีกต่างหาก เราจึงจำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ช่วยคำนวณ วิชาการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (numerical analysis) จึงถูกสร้างขึ้น,,, แต่ถึงกระนั้น ก่อนเขียนโปรแกรมเราก็ต้องวิเคราะห์ก่อนว่า ขั้นตอนที่เราจะใช้มันมันสามารถหาค่าตอบของสมการได้จริง ตรงนี้แหละ ที่คณิตวิเคราะห์ การวิเคราะห์เชิงฟังก์ชัน และเออาจิบราจะตามมาหลอกหลอนเรา *3*

สำหรับวิชาอื่นนั้น ก็จะมีรายละเอียดปลีกย่อยแตกต่างกันไปตามสถาบัน และอาจารย์ที่แตกต่างกันออกไป,,,

อ่านมาถึงตรงนี้น้องอาจจะคิดขึ้นมาลอยๆว่า ให้กูเรียนยากๆจะมีงานอะไรให้กูทำ

หลักๆเลย ตอบแบบไม่ต้องคิดคือ "ครู" ครับ,,, ครูคณิตศาสตร์รุ่นใหม่ของบ้านเรายังขาดอีกมาก การที่เราเรียนยากๆ และก็เรียนถึงที่มาของมัน จะทำให้เราได้เปรียบพวกติวเตอร์จำพวกที่สักแต่เพียงให้เด็กจำ

สูตรลับแบบนก แก้วนกขุนทองทั้งหลาย,,, คณิตศาสตร์ดมีบทบาทสำคัญในหลายๆสายอาชีพ แต่ก็น่าแปลกที่บ้านเรายังผลิตครุคณิตศาสตร์ออกมาไม่น้อยเหลือเกิน,,, ที่มันน่าปวดตับกว่านั้นคือ เด็กมัธยมที่ติดเข้าไปเรียนคณิตศาสตร์ ไม่ได้ตั้งใจจะเลือกคณิตศาสตร์ตั้งแต่แรก,,, ก็แค่เลือกไว้เป็นอันดับบ๊วยเพราะคนเลือกน้อย และคะแนนต่ำก็แค่นั้นเอง,,, โถ่ถึง กาละมังตั้งได้

ถ้าเรียนแล้ว หลายคนยังอยากอัปskill เขาก็จะเลือกเรียนต่อ ซึ่งนั่นเป็นหนทางที่อยากจะแนะนำ เพราะการเรียนในระดับบัณฑิตศึกษาของคณิตศาสตร์จะเป็นการตอบคำถามที่ดีของสิ่งที่ ปริญญาตรีอาจจะเว้นไว้(หรือเวลาไม่พอ) รวมทั้งอาจทำให้หลายคนเข้าใจว่า "คณิตศาสตร์ทำอะไรได้บ้าง",,, แน่ใจว่า เมื่อจบออกไป คนเหล่านั้นจะเป็นฟันเฟืองทั้งในด้านวิชาการและงานวิจัยหลายๆอย่าง ที่บ้านเรายังต้องการบุคคลากรอยู่ก็จำนวนมาก

แต่ถ้าใครเพื่อการทำงานในระบบการศึกษา ก็อาจจะไปเป็นหน่วยวิจัยใน R&D ของโรงงานต่างๆ,,, โรงงานที่มีทัศนวิสัยที่ดี เดียวนี้เขาจ้างคนไปวิเคราะห์วิจัยเพื่อพัฒนาการผลิตและผลิตภัณฑ์กันทั้ง นั้น

อีกแนวทางหนึ่งที่น่าสนใจไม่น้อยสำหรับนัก ศึกษาคณิตศาสตร์ที่ใช้การเขียนโปรแกรมแก้ปัญหาเยอะ นั่นก็คือ การเป็นโปรแกรมเมอร์ซึ่งก็ถือว่าเป็นงานที่ทำหายไปอีกแบบ

ฉะนั้น ก็อย่าไปกลัวว่าจะตกงาน,,,

แถมออปชั่นล่อใจอีกนิด เพื่ออยากบอกว่า คนเก่งๆคณิตศาสตร์ดนะ มีน้อย,,, น้องสามารถหารายได้จากความเป็นดีวเดอร์ในระหว่างเรียนได้ ชั่วโมงละหลายร้อย แบ่งเบาภาระพ่อแม่ได้อย่างสบายๆ แถมได้ใกล้ชิดน้องๆน่ารักๆอีกนะเออ *w*)v

สุดท้ายนี้ เพื่ออยากจะฝากน้องๆว่า การเรียนคณิตศาสตร์ดรวมมั้งคณะอื่นๆ นั้น สำคัญคือ กายต้องพร้อม ใจต้องพร้อม อย่าหนอมแน้ม ต้องกล้าที่จะไปลุยล้ากับโจทย์ปัญหา เพราะไม่มีเทคนิคอะไรที่ดีไปกว่า "การฝึกฝน"

พี่ผ่านมาเยอะ เจ็บก็เยอะ ขอให้ทุกคนสู้ๆครับ เด็กไทยสู้ๆ - -"