



หน่วยที่ 7 สมบัติทั่วไปของคลื่นกล

ตอนที่ 7.1 คลื่นและชนิดของคลื่น

ตอนที่ 7.2 คลื่นนิ่ง



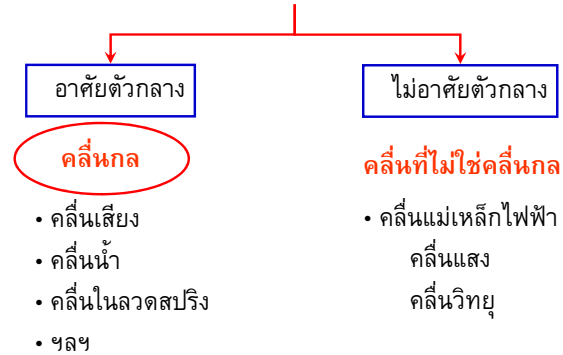
ตอนที่ 7.1 คลื่นและชนิดของคลื่น

- คลื่นและชนิดของคลื่น
- สมการการเคลื่อนที่ของคลื่น
- อัตราเร็วของคลื่นกล
- กำลังและความเข้มของคลื่น
- หลักการซ้อนทับและการแทรกสอดของคลื่น



คลื่น

แบ่งตามลักษณะของการแผ่

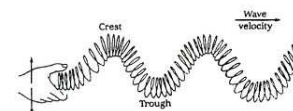


คลื่นและชนิดของคลื่น

คลื่นกลแบ่งตามลักษณะการสั่นของตัวกลาง และทิศทางของการแผ่ของคลื่น
ได้เป็น 2 ชนิด คือ

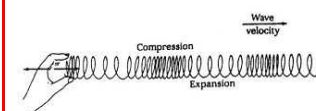
คลื่นตามขวาง

อนุภาคของตัวกลางเคลื่อนที่ตั้งฉาก
กับทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น



คลื่นตามยาว

อนุภาคตัวกลางจะสั่นในแนวเดียว
กับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่น



สมการการเคลื่อนที่ของคลื่น



ฟังก์ชันของคลื่น

$$y(x, t) = A \sin k(x \pm vt)$$

A แอมพลิจูดของคลื่น

v อัตราเร็วของคลื่น

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ เลขคลื่น (จำนวนคลื่นในระยะ 2π)
 λ ความยาวคลื่น

$$y(x, t) = A \sin k(x \pm vt) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x \pm vt)$$

$A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x + vt)$ สมการของคลื่นฮาร์มอนิกเคลื่อนที่ไปในทิศ $-x$

$A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)$ สมการของคลื่นฮาร์มอนิกเคลื่อนที่ไปในทิศ $+x$

$$y(x, t) = A \sin k(x \pm vt)$$

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t)$$

$\omega = kv = 2\pi \frac{v}{\lambda}$ เรียกความถี่เชิงมุม (angular frequency) ของคลื่น

$$y(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T} \right)$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ เมื่อ T คือคาบ

$\frac{v}{\lambda} = \frac{1}{T} = f$ เมื่อ f คือความถี่

v ความเร็วของคลื่น



ฟังก์ชันคลื่นสำหรับคลื่นฮาร์มอนิก

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -v^2 k^2 y(x, t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial x} = -k^2 y(x, t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

สมการคลื่น



อัตราเร็วของคลื่นกล



ในกรณีของคลื่นที่เกิดขึ้นในเส้นเชือก อัตราเร็วของคลื่นในเส้นเชือก คือ

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

โดยที่ F คือแรงตึงในเส้นเชือก

μ คือความหนาแน่นมวลของเส้นเชือก

กำลังและความเข้มของคลื่น

ฟังก์ชันคลื่นสำหรับคลื่นฮาร์มอนิก

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

กำลังของคลื่นฮาร์มอนิก คือ

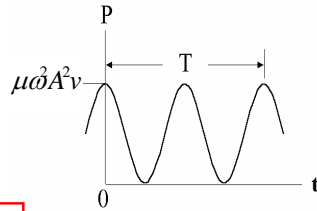
$$P = \mu \omega^2 A^2 v \cos^2(kx - \omega t)$$

μ ความหนาแน่นของตัวกลาง

$$P_{ave} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$

ความเข้ม I ของคลื่นคือกำลัง P ที่แผ่กระจายไปต่อพื้นที่ 1 หน่วยของหน้าคลื่น

$$I = \frac{P}{S} \quad S \text{ คือพื้นที่}$$



ตัวอย่างที่ 2 คลื่นในเส้นเชือกเคลื่อนที่ไปในทิศ +x ด้วยแอมพลิจูด 15 เซนติเมตร ความยาวคลื่น 40 เซนติเมตรและความถี่ 8 เฮิรตซ์ จงหา

1. เลขคลื่น
2. คาบ
3. ความถี่เชิงมุม
4. ความเร็วของคลื่น
5. กำลังเฉลี่ยของคลื่นถ้าความหนาแน่นของเส้นเชือกเป็น 1.5 kg/m^3



ตัวอย่างที่ 1 สมการของคลื่นตามขวางในเส้นเชือกเขียนได้เป็น

$$y = 5 \sin(0.02x - 4.0t)$$

y และ x มีหน่วยเป็นเมตร และเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหา

- (a) แอมพลิจูด ความถี่ ความเร็ว และความยาวคลื่นของคลื่นตามขวางนี้
- (b) ความเร็วและความเร่งสูงสุดของอนุภาคในเส้นเชือก
- (c) กำลังเฉลี่ยของคลื่น ถ้าความหนาแน่นของเส้นเชือกเป็น 1.25 kg/m^3



ตัวอย่างที่ 3 เชือกเส้นหนึ่งมีมวลต่อหนึ่งหน่วยความยาวเป็น 47 g/m ถูกตึงให้ตึงด้วยแรง 75 N คลื่นฮาร์มอนิกซึ่งมีแอมพลิจูด 13 mm และความถี่ 32 Hz แผ่กระจายในเส้นเชือก จงหา กำลังเฉลี่ยของคลื่น



หลักการซ้อนทับและการแทรกสอดของคลื่น



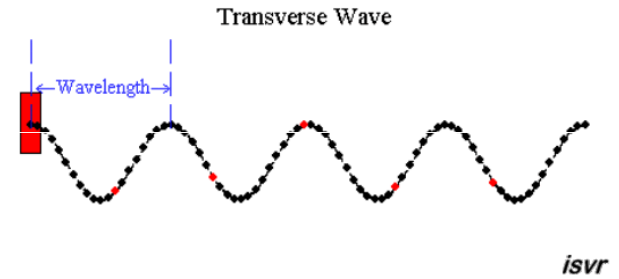
เมื่อคลื่นตั้งแต่สองคลื่นขึ้นไปเคลื่อนที่ผ่านตัวกลางฟังก์ชันคลื่นของคลื่นรวมที่ตำแหน่งใดๆ เป็นผลบวกเชิงพีชคณิตของฟังก์ชันคลื่นของแต่ละคลื่น

เราเรียกการรวมคลื่นที่ตำแหน่งใดๆ ว่า การแทรกสอด (**interference**)

คลื่น 2 ชุด

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t - \phi)$$

คลื่นทั้งสองเดินทางไปทางขวาเหมือนกัน มี f , λ , A เหมือนกัน แต่มีเฟสต่างกันเท่ากับ ϕ



http://www.isvr.soton.ac.uk/SPCG/Tutorial/Tutorial/Tutorial_files/Web-basics-nature.htm

$$y_1(x, t) = A \sin(kx + \omega t + \phi) \quad y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$



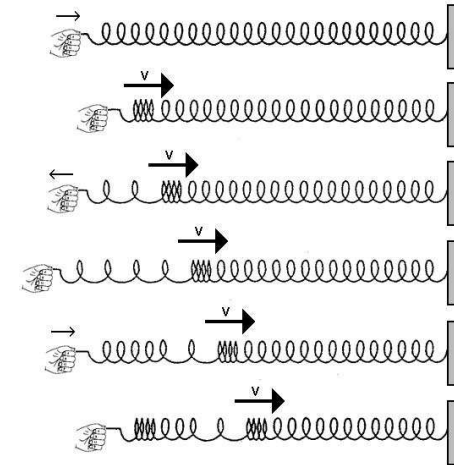
$$Y = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A [\sin(kx + \omega t + \phi) + \sin(kx - \omega t + \phi)]$$

$$\sin a + \sin b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

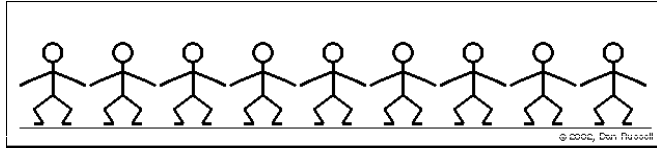
$$a = kx + \omega t + \phi, \quad b = kx - \omega t + \phi$$

$$Y = 2A \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) \sin\left(kx + \frac{\phi}{2}\right)$$

Superposition



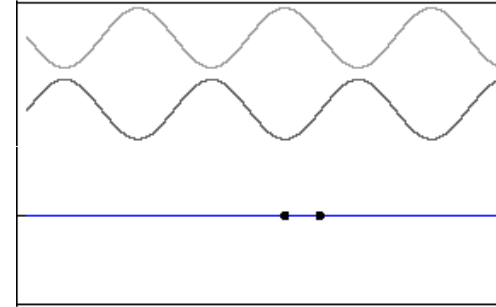
<http://www.ling.mg.edu.au>



<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/waves-intro/waves-intro.html>



http://www.isvr.soton.ac.uk/SPCG/Tutorial/Tutorial/Tutorial_files/Web-inter-superp.htm



<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/superposition/superposition.html>



หน่วยที่ 7 สมบัติทั่วไปของคลื่นกล

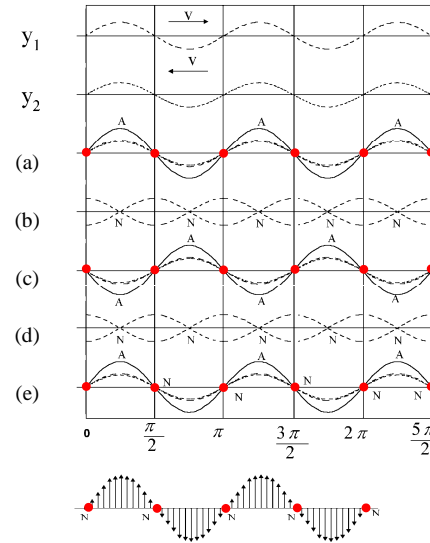
ตอนที่ 7.1 คลื่นและชนิดของคลื่น

ตอนที่ 7.2 คลื่นนิ่ง

ตอนที่ 7.2 คลื่นนิ่ง



- คลื่นนิ่ง
 - กรณีปลายตรึง
 - กรณีปลายอิสระ
- คลื่นนิ่งในเส้นเชือกปลายตรึงทั้งสองด้านและในท่ออากาศ



จุด • ไม่เคยเปลี่ยนตำแหน่ง
เลย จุดเหล่านี้เรียกว่า
บัพ (nodes) ซึ่งอยู่ห่างกัน
เป็นระยะ $\lambda/2$

จุดที่มีการกระจัดสูงสุดคือ
แอมพลิจูดจะอยู่ตรงกลาง
ระหว่างบัพคู่หนึ่งๆ เรียกว่า
ปฏิบัพ (antinode) ซึ่งอยู่
ห่างกันเป็นระยะ $\lambda/2$



คลื่นนิ่ง



ถ้าคลื่นสองคลื่นมีแอมพลิจูดเท่ากันและความถี่เดียวกัน แต่เคลื่อนที่ในทิศ
ทางตรงกันข้าม จะมีบางจุดในตัวกลางที่อนุภาคมีแอมพลิจูดสูงสุด และมี
บางจุดซึ่งอนุภาคตัวกลางมีการกระจัดต่ำสุด คลื่นรวมที่มีลักษณะดังกล่าว
เรียกว่าคลื่นนิ่ง

พิจารณาคลื่นตกกระทบ

เคลื่อนที่จากซ้ายมือไปขวามือ $y_1 = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)$
ด้วยความเร็ว v

คลื่นสะท้อนกลับแทนด้วย $y_2 = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x + vt)$

การกระจัดของคลื่นรวมคือ $Y = y_1 + y_2$

$Y = \left(2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos \frac{2\pi vt}{\lambda}$ เมื่อตำแหน่งอ้างอิง $x = 0$
เป็นตำแหน่งของ **บัพ**
แอมพลิจูด

$Y = \left(2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \sin \frac{2\pi vt}{\lambda}$ เมื่อตำแหน่งอ้างอิง $x = 0$
เป็นตำแหน่งของ **ปฏิบัพ**
แอมพลิจูด



คลื่นนิ่งขึ้นอยู่กับเงื่อนไขขอบและอาจแยกเป็น 2 กรณีคือ

กรณีปลายตรึง

กรณีปลายอิสระ



กรณีปลายตรึง

ที่ปลายเป็นตำแหน่งของบัพ

$$Y = \left(2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos \frac{2\pi vt}{\lambda}$$

ตำแหน่งที่เป็นบัพคือตำแหน่งที่ทำให้ $\sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots = n\pi, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$x_n = n \frac{\lambda}{2}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ระยะห่างระหว่างบัพคู่หนึ่งๆ คือ $\frac{\lambda}{2}$

กรณีปลายอิสระ

ที่ปลายเป็นตำแหน่งของปฏิบัพ



$$Y = \left(2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \sin \frac{2\pi vt}{\lambda}$$

ตำแหน่งที่เป็นบัพคือตำแหน่งที่ทำให้ $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots = (2n+1) \frac{\pi}{2}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$x_n = (2n+1) \frac{\lambda}{4}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ระยะห่างระหว่างบัพคู่หนึ่งๆ คือ $\frac{\lambda}{2}$

$$Y = \left(2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos \frac{2\pi vt}{\lambda}$$

ปฏิบัพเกิดขึ้นที่ตำแหน่งซึ่งแอมพลิจูดมีค่าสูงสุด $\sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 1$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots = (2n+1) \frac{\pi}{2}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$x_n = (2n+1) \frac{\lambda}{4}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ระยะห่างระหว่างปฏิบัพคู่หนึ่งๆ คือ $\frac{\lambda}{2}$

$$Y = \left(2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \sin \frac{2\pi vt}{\lambda}$$

ตำแหน่งที่เป็นปฏิบัพคือตำแหน่งที่ทำให้ $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 1$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots = n\pi, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

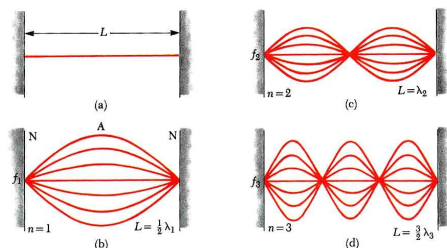
$$x_n = n \frac{\lambda}{2}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ระยะห่างระหว่างบัพคู่หนึ่งๆ คือ $\frac{\lambda}{2}$

คลื่นนิ่งในเส้นเชือกปลายตรึงทั้งสองด้าน และในท่ออากาศ



คลื่นนิ่งในเส้นเชือกปลายตรึงทั้งสองด้าน



ดังนั้น ความยาวคลื่นของ n ค่าต่างๆ หรือโหมด (mode) ที่ n คือ

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2L} v$$

ในกรณีของคลื่นนิ่งในเส้นเชือกนี้



$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2L} v$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

ความถี่หลักมูล (fundamental frequency) ฮาร์โมนิกที่หนึ่ง

$$f_2 = 2f_1$$

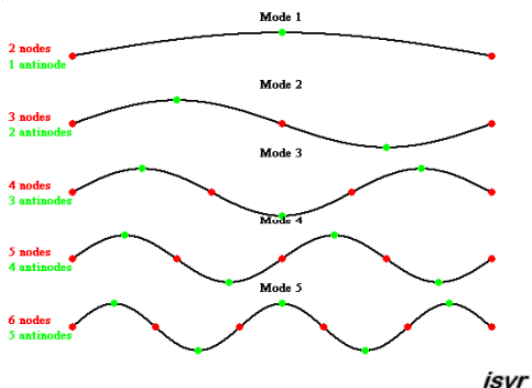
ฮาร์โมนิกที่สอง

$$f_3 = 3f_1$$

ฮาร์โมนิกที่สาม

⋮ ⋮

8



http://www.isvr.soton.ac.uk/SPCG/Tutorial/Tutorial/Tutorial_files/Web-standing-string.htm

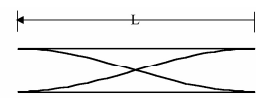
ในกรณีคลื่นนิ่งที่เกิดขึ้นในท่ออากาศ



แยกออกได้เป็น 2 กรณี

- กรณีปลายเปิดสองด้าน
- กรณีปลายเปิดด้านเดียว

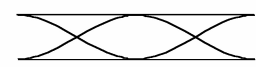
กรณีปลายเปิดสองด้าน



$$\lambda_1 = 2L$$

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L}$$

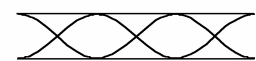
First harmonic



$$\lambda_2 = L$$

$$f_2 = \frac{v}{L} = 2f_1$$

Second harmonic

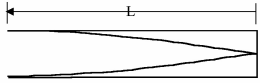


$$\lambda_3 = \frac{2}{3}L$$

$$f_3 = \frac{3v}{2L} = 3f_1$$

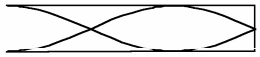
Third harmonic

กรณีปลายเปิดด้านเดียว



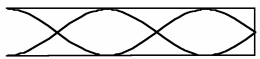
$$\lambda_1 = 4L$$
$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L}$$

First harmonic



$$\lambda_3 = \frac{4}{3}L$$
$$f_3 = \frac{3v}{4L} = 3f_1$$

Third harmonic



$$\lambda_5 = \frac{4}{5}L$$
$$f_5 = \frac{5v}{4L} = 5f_1$$

Fifth harmonic

