หน่วยที่ 3 งานและพลังงาน

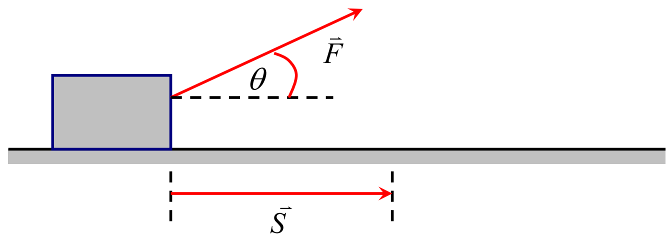
ตอนที่ 3.1 งาน

ตอนที่ 3.2 พลังงาน

ตอนที่ 3.1 งาน

- งานของแรงคงตัว
- งานของแรงไม่คงตัว
  - ➢แรงที่มีขนาดไม่คงตัวแต่ทิศทางคงตัว
  - ➢แรงที่มีทั้งขนาดและทิศทางไม่คงตัว
- งานและพลังงานจลน์
- กำลัง

งานของแรงคงตัว



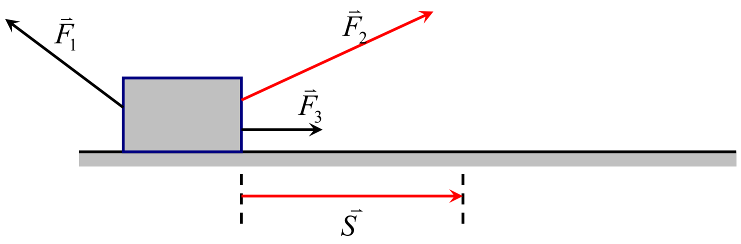
$\boxed{W = \vec{F}\cdot\vec{S} = FS\cos\theta}$ งานเป็นปริมาณสเกลาร์

$\boxed{W > 0}$ แสดงว่าระบบได้งาน

$\boxed{W < 0}$ แสดงว่าระบบเสียงาน

หน่วยของงานที่นิยมใช้คือหน่วยในระบบ SIซึ่งมีหน่วยเป็นนิวตัน เมตร (Nm)

หรือ จูล (joules , J)



ในกรณีที่มีแรงหลายแรงกระทำต่อวัตถุจะหางานลัพธ์

$$\Sigma W = W_1 + W_2 + W_3 + \ldots$$

เมื่อ W_1 , W_2 และ W_3 คืองานเนื่องจากแรง F_1 , F_2 และ F_3 ตามลำดับ

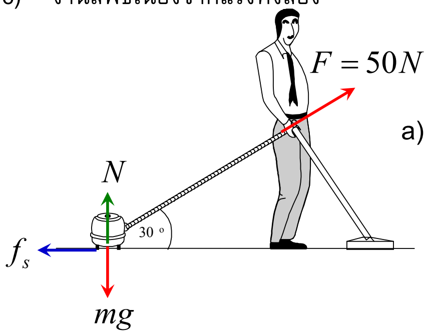
Khanchai Khosonthongkee

ตัวอย่างที่ 3.1 คนงานทำความสะอาดกำลังดูดฝุ่นโดยออกแรง 50 นิวตัน ลากเครื่องดูดฝุ่นในทิศทางทำมุม 30° กับระนาบของพื้นดังรูป ถ้าเขาลากเครื่องดูดฝุ่นไปเป็นระยะ 3 เมตร บนพื้นและมีแรงเสียดทานระหว่างเครื่องดูดฝุ่นกับพื้นเป็น 40 นิวตัน จงหา

a) งานเนื่องจากแรง 50 นิวตัน

b) งานเนื่องจากแรงเสียดทาน

c) งานลัพธ์เนื่องจากแรงทั้งสอง



$$W = \vec{F}\cdot\vec{S} = FS\cos\theta$$

a) $F = 50N,\ S = 3\ m,\ \theta = 30^\circ$

$$W_F = (50\ N)(3\ m)(\cos 30^\circ)$$
$$= 50 \times 3 \times 0.866\ J$$
$$= 130\ J$$

b) $f = 40\ N,\ S = 3m$ และ $\theta = 180^\circ$

$$W_f = (40\ \text{N})(3\ \text{m})(\cos 180^\circ)$$
$$= 40 \times 3 \times (-1)\ J$$
$$= -120\ J$$

c)

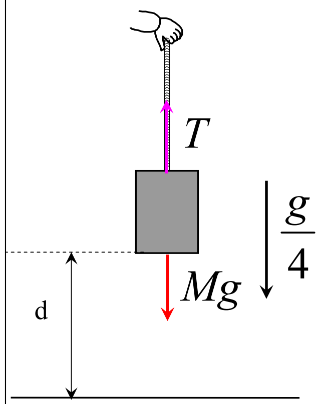
$$\sum W = W_F + W_f$$
$$= 130 - 120\ J$$
$$= 10\ \text{J}$$

ตัวอย่างที่ 3.2 มวล M ติดปลายเชือก ถูกหย่อนลงตามแนวดิ่งเป็นระยะ d ด้วยความเร่ง $g/4$ ดังรูป จงคำนวณหา

(a) งานของแรงดึงเชือก

(b) งานของแรงโน้มถ่วง

(c) งานลัพธ์ของแรงทั้งสอง



$$W = \vec{F}\cdot\vec{S} = FS\cos\theta$$

a)
$$\Sigma F = Ma$$
$$Mg - T = M\left(\frac{g}{4}\right)$$
$$T = Mg - M\frac{g}{4}$$
$$= \frac{3}{4}Mg$$

$$W_T = \vec{F}\cdot\vec{S} = FS\cos\theta$$
$$= Td\ \cos 180^\circ$$
$$= \left(\frac{3}{4}Mg\right)(d)(-1) = -\frac{3}{4}Mgd$$

b)
$$W_g = (Mg)(d)(\cos\ 0^\circ)$$
$$= (Mg)(d)(1)$$
$$= Mgd$$

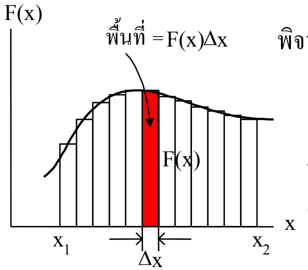
c)
$$W = W_T + W_g$$
$$= -\frac{3}{4}Mgd + Mgd = \frac{1}{4}Mgd$$

งานของแรงไม่คงตัว

แรงไม่คงตัวแต่ทิศทางคงตัว

ให้วัตถุถูกกระทำโดยแรง F(x)ซึ่งมีขนาดไม่คงตัว แต่มีทิศทางคงตัวในแนวแกน x

$$\cancel{W = \vec{F} \cdot \vec{S}}$$



พิจารณาในช่วงสั้นๆ Δx อาจถือได้ว่าแรง F(x) มีขนาดคงตัว

$$\Delta W = F(x)\,\Delta x$$

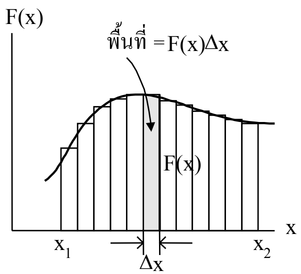
งานลัพธ์ของแรง $F(x)$ ที่กระทำจาก ตำแหน่ง x_1 ไปยัง x_2

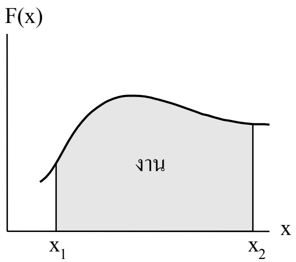
$$W = \Sigma F(x)\,\Delta x$$

$$W = \Sigma F(x)\,\Delta x$$

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \Sigma F(x)\Delta x$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx$$





งานก็คือพื้นที่ใต้กราฟของ กราฟระหว่าง $F(x)$ และ x

ทั้งขนาดของแรงและทิศทางไม่คงตัว

งานในการเคลื่อนวัตถุจากตำแหน่งที่ 1 ไปยังตำแหน่งที่ 2 คือ

$$W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$\vec{F}$ คือแรงที่กระทำกับวัตถุ

$d\vec{s}$ คือการกระจัด

เป็นอินทิกรัลเชิงเส้น (line integral) ซึ่งต้องรู้ฟังก์ชันของแรง $\vec{F}$ และการกระจัด $d\vec{s}$

$$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} \qquad d\vec{s} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}$$

$$W = \int_1^2 \left(F_x\hat{i} + F_y\hat{j}\right) \cdot \left(dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}\right)$$

$$= \int_1^2 \left(F_x dx + F_y dy\right)$$

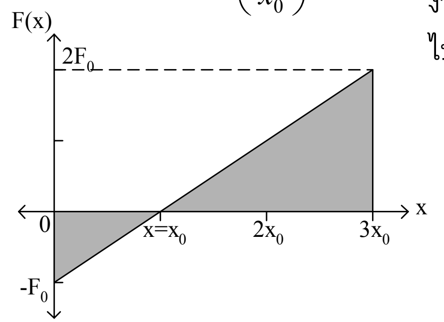
ตัวอย่างที่ 3.3 แรงกระทำต่อวัตถุเป็นไปตามสมการ $F = F_0\left(\frac{x}{x_0} - 1\right)$ จงคำนวณหางานในการเคลื่อนวัตถุจาก x = 0 ไปยัง $x = 3x_0$

(a) โดยวิธีการเขียนกราฟ $F(x)$ แล้วหาพื้นที่ใต้เส้นกราฟ

(b) โดยวิธีอินทิเกรต

(a)

$$F(x) = \left(\frac{F_0}{x_0}\right)x - F_0$$



งานในการเคลื่อนวัตถุจาก $x = 0$ ไปยัง $x = 3x_0$ ก็คือพื้นที่ใต้กราฟ

$$W = -\frac{1}{2}F_0 x_0 + \frac{1}{2}(2F_0)(2x_0)$$

$$= -\frac{1}{2}F_0 x_0 + 2F_0 x_0$$

$$= \frac{3}{2}F_0 x_0$$

(b)

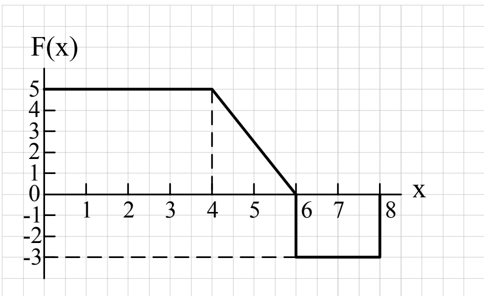
$$
\begin{aligned}
W &= \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx \\
&= \int_0^{3x_0}\left(\frac{F_0}{x_0}x - F_0\right)dx \\
&= \left(\frac{F_0}{x_0}\frac{x^2}{2} - F_0 x\right)\Bigg|_0^{3x_0} \\
&= \frac{F_0}{2x_0}(9x_0^2) - F_0(3x_0) \\
&= \frac{3}{2}F_0 x_0
\end{aligned}
$$

ตัวอย่างที่ 3.4 วัตถุก้อนหนึ่งถูกแรง $F(x)$ ในหน่วย N กระทำในแนวแกน x ดังแสดงในรูปจงหา

a) งานในการเคลื่อนวัตถุจาก $x = 0$ ถึง $x = 6\ m$

b) งานในการเคลื่อนวัตถุในช่วง $2\,\mathrm{m}$ ถัดไป

c) งานลัพธ์ในการเคลื่อนวัตถุตั้งแต่ $x = 0$ ถึง $x = 8\ m$



a) งานในการเคลื่อนวัตถุจาก $x = 0$ ถึง $x = 6\ m$

$$
\begin{aligned}
W_1 &= (5\ N)(4\ m) + \frac{1}{2}\ (5\ N)(2\ m) \\
&= 25\ J
\end{aligned}
$$

b) งานในการเคลื่อนวัตถุในช่วง $2\,\mathrm{m}$ ถัดไป

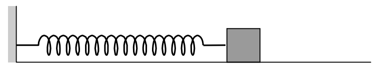
$$
\begin{aligned}
W_2 &= (-3\ N)(2\ m) \\
&= -6\ J
\end{aligned}
$$

c) งานลัพธ์ในการเคลื่อนวัตถุตั้งแต่ $x = 0$ ถึง $x = 8\ m$

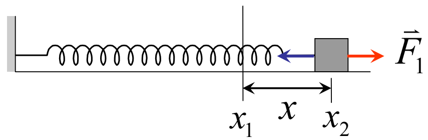
$$
\begin{aligned}
W &= W_1 + W_2 \\
&= 25\ J + (-6\ J) \\
&= 19\ J
\end{aligned}
$$

ตัวอย่างที่ 3.4

จงหางานที่ใช้ในการดึงสปริงจากตำแหน่งสมดุล เป็นระยะ x



$\vec{F}_2 = -k\vec{x}$



$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

$\vec{F}_1 = k\vec{x}$

งานของแรง $\vec{F}_1$ ที่กระทำต่อสปริงคือ ????

SUT Physics I unit03

Khanchai Khosonthongkee

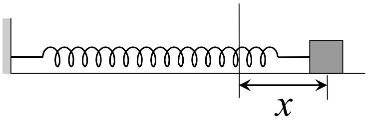
$$W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}_1 \cdot d\vec{s} = k\int_{x_1}^{x_2} x dx$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}_1 \cdot d\vec{x} = \left.\frac{kx^2}{2}\right|_{x_1}^{x_2}$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} k\vec{x} \cdot d\vec{x} = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} kxdx$$

เลือกให้ x_1 คือตำแหน่งสมดุลและมีค่าเป็น 0



งานที่ใช้ในการดึงสปริงมาที่ระยะกระจัด x มีค่า $\frac{1}{2}kx^2$

งานและพลังงานจลน์

สมมติให้วัตถุมวล m ถูกกระทำด้วยแรงลัพธ์ ΣF ที่มีค่าคงตัว วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งคงตัว a ซึ่งตามกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$\Sigma F = ma = m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}$$

$$\Sigma F = mv\frac{dv}{dx}$$

งานของแรงมีค่า

$$W = \int \Sigma F\, dx = \int mv\frac{dv}{dx}dx = \int mvdv$$

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น v_1 และความเร็วปลาย v_2 จะได้

$$W = \int_{v_1}^{v_2} mvdv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\boxed{W = \int_{v_1}^{v_2} mvdv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}$$

$\boxed{\frac{1}{2}mv^2}$

คือพลังงานจลน์ E_k ของวัตถุ

แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างงานและพลังงานจลน์ของวัตถุ

งานที่กระทำต่อวัตถุจะทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนไป

$$\boxed{W = \Delta E_k = E_{k_2} - E_{k_1}}$$

ทฤษฎีบทงาน-พลังงาน

ตัวอย่างที่ 3.8

a) จงคำนวณพลังงานจลน์ในหน่วยจูลของรถยนต์มวล 1600 kg ซึ่งกำลังแล่นที่อัตราเร็ว 50.0km/h

b) ถ้าอัตราเร็วเปลี่ยนเป็น สองเท่าพลังงานจลน์เปลี่ยนเป็นกี่เท่า

ตัวอย่างที่ 3.8

ปล่อยแตงโมมวล 4.80 Kg ลูกหนึ่ง จากหลังคาตึกสูง 25.0 m

a) จงคำนวณงานที่แรงโน้มถ่วงทำต่อแตงโมในระหว่างที่แตงโมมีการกระจัดจากหลังคาถึงพื้น

b) พลังงานจลน์ของแตงโมก่อนที่จะกระทบพื้นพอดี มีค่าเท่าใด ไม่ต้องคำนึงถึงแรงต้านอากาศ

กำลัง

กำลัง (power) เป็นปริมาณที่ใช้วัดขีดความสามารถหรือประสิทธิภาพของการทำงานของระบบ ระบบใดที่สามารถทำงานอันหนึ่งได้เร็วกว่าอีกระบบหนึ่งถือว่าระบบนั้นมีกำลังสูงกว่า ดังนั้น

กำลัง ก็คืออัตราการทำงานหรือปริมาณงานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลา

$$\boxed{P_{ave} = \frac{W}{\Delta t}}$$

P_{ave} คือ กำลังเฉลี่ย W คือ งานที่ทำได้ Δt คือ ช่วงเวลาของการทำงาน

หน่วยของกำลังในระบบ SI คือ จูลต่อวินาที (J/s) หรือวัตต์ (watt , W)

กำลังม้า (horsepower , hp) โดย 1 hp = 746 วัตต์

$$\boxed{P_{ave} = \frac{W}{\Delta t}}$$

ในกรณีที่ช่วงเวลาที่พิจารณาเป็นช่วงสั้นๆ $(\Delta t \rightarrow 0)$

กำลังบัดดล (instantaneous power , P)

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$\vec{F}$ คือ ของแรง $\vec{v}$ คือ ความเร็ว

ถ้าแรง $\vec{F}$ มีทิศทางเดียวกับความเร็ว $\vec{v}$

$$P = Fv$$

ตัวอย่างที่ 3.8 ค้อนของเครื่องตอกเสาเข็มเครื่องหนึ่งหนัก 3800 N ถ้าต้องการยกค้อนนี้ขึ้นในแนวดิ่ง 2.80 m ที่อัตราเร็วคงตัวเป็นเวลา 4.00s เครื่องยนต์ต้องให้กำลังต่อค้อนกี่แรงม้า

ตัวอย่างที่ 3.9 จงหากำลังของหัวรถจักรคันหนึ่งซึ่งสามารถลากขบวนรถไฟที่มีมวล 500,000 กิโลกรัม ให้เคลื่อนที่ไปบนรางด้วยอัตราเร็วคงตัว 40 เมตรต่อวินาที เมื่อสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างรางและล้อรถไฟเป็น 0.02

แรงเสียดทานระหว่างล้อรถไฟและรางมีค่า

$$f = \mu mg$$

$$\therefore\ f = (0.02)(500{,}000\ kg)(9.8\ m/s^2)$$

$$= 98{,}000\ \mathrm{N}$$

∴ กำลังของหัวรถจักรคือ

$$P = fv = (98{,}000\ N)(40\ m/s)$$

$$= 3.92 \times 10^6\ \mathrm{W}$$

หน่วยที่ 3 งานและพลังงาน

ตอนที่ 3.1 งาน

ตอนที่ 3.2 พลังงาน

ตอนที่ 3.2 พลังงาน

- พลังงานศักย์
- แรงอนุรักษ์
- การอนุรักษ์พลังงาน

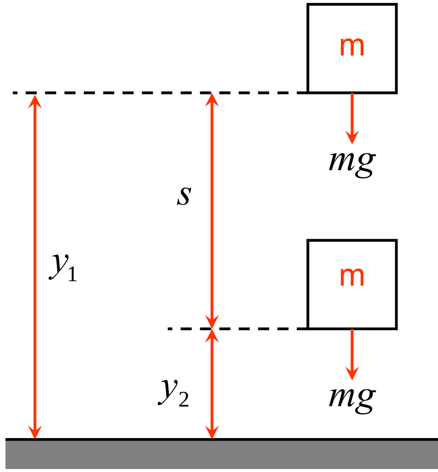
พลังงานศักย์

จาก **ทฤษฎีบทงาน-พลังงาน**

$$\boxed{\Sigma W = \Delta E_k = E_{k_2} - E_{k_1}}$$

งานทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนไป

พลังงานศักย์ (potential energy) ก็สามารถทำงานได้



$$E_{P1} = mgy_1$$

$$E_{P2} = mgy_2$$

ระดับอ้างอิง (y=0)

งานที่ทำโดยแรงโน้มถ่วง(mg)จะมีค่า

$$W = mgs = mgy_1 - mgy_2$$
$$= E_{P1} - E_{P2} = -\Delta E_P$$

งานที่กระทำต่อวัตถุโดยแรงโน้มถ่วง มีค่าเท่ากับลบของผลต่างของพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุ

$$-\Delta E_p = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

$$E_{p1} - E_{p2} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

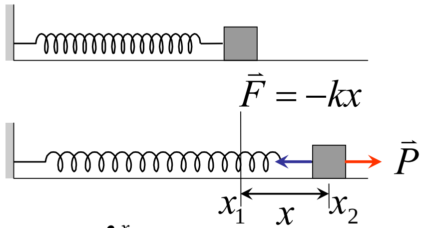
$$E_{p1} = \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$E_{p2} = \frac{1}{2}kx_2^2$$

x_1 เป็นตำแหน่งสมดุล เลือกให้ $x_1 = 0$ ดังนั้นพลังงานศักย์ของสปริงที่ยืดออกมาเป็นระยะ x มีค่าเท่ากับ $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

พลังงานศักย์ยืดหยุนของสปริงมีค่า $\boxed{E_p = \frac{1}{2}kx^2}$

ตัวอย่างที่ 3.10 จงหาค่าพลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริงเมื่อยืดสปริงออกจากตำแหน่งสมดุลเป็นระยะ x ดังรูปกำหนดให้kคือค่าคงตัวของสปริง (spring constant)

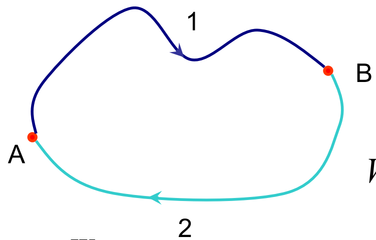


$$-\Delta E_p = W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}(x)\cdot d\vec{x}$$
$$= \int_{x_1}^{x_2} (kx)(-1)dx$$
$$= -k\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_1}^{x_2}$$
$$= \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

แรงอนุรักษ์

(conservative force)

เป็นแรงที่ให้งานที่ไม่ขึ้นกับวิถี แต่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งเริ่มต้นและสุดท้ายเท่านั้น



$$W = \oint_c \vec{F}\cdot d\vec{s} = 0$$

$$W = W_{A\to B} + W_{B\to A}$$

ทฤษฎีของสโตกส์

$$W = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} + \int_B^A \vec{F}\cdot d\vec{s}$$
$$= \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} - \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} = 0$$

$$W_{A\to B} = -W_{B\to A}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$$

$\vec{\nabla}\times$ เคอร์ล (Curl)

ในกรณีของแรงไม่อนุรักษ์ $W = \oint_c \vec{F} \cdot d\vec{s} \neq 0$

จะไม่เป็นจริง หรือ $\vec{\nabla} \times \vec{F} \neq 0$

ตัวอย่างของแรงไม่อนุรักษ์คือแรงเสียดทานทั้งหลาย

งานของแรงเสียดทานดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับวิถีของการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยจะมีค่ามากน้อยแตกต่างกันตามความยาวของวิถีและจะมีค่าน้อยที่สุดสำหรับวิถีที่เป็นเส้นตรง

ตัวอย่างที่ 3.11 จงแสดงว่า $\vec{F} = -m\omega^2\vec{r}$ เป็นแรงอนุรักษ์เมื่อ $\vec{r} = \left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$

วิธีทำ

$$\vec{F} = -m\omega^2\vec{r} = -m\omega^2\left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{\mathrm{i}} & \hat{\mathrm{j}} & \hat{\mathrm{k}} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ -m\omega^2 x & -m\omega^2 y & -m\omega^2 z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(-m\omega^2 z\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(-m\omega^2 y\right)\right] + \hat{j}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(-m\omega^2 x\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(-m\omega^2 z\right)\right]$$

$$+ \hat{k}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(-m\omega^2 y\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(-m\omega^2 x\right)\right] = 0$$

การอนุรักษ์พลังงาน

งานที่กระทำต่อวัตถุจะทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนไป

$$\boxed{W = \Delta E_k = E_{k_2} - E_{k_1}}$$

งานที่เกิดจากแรงอนุรักษ์ (เช่นแรงโน้มถ่วง)

$$W = -\Delta E_P = E_{P1} - E_{P2}$$

$$E_{k2} - E_{k1} = E_{P1} - E_{P2}$$

$$E_{k2} + E_{P2} = E_{k1} + E_{P1}$$

$$E_1 = E_2$$

$$E_1 = E_{k1} + E_{P1} \qquad E_2 = E_{k2} + E_{P2}$$

ผลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์มีค่าคงตัว | การอนุรักษ์พลังงานกล

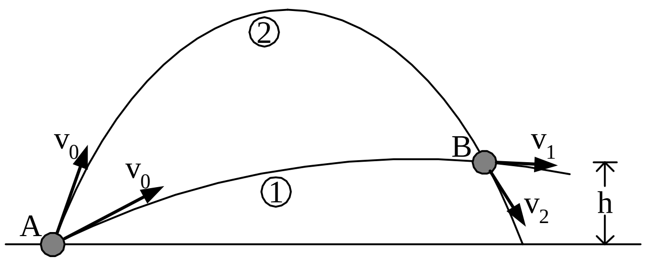
แรงบางชนิดที่เป็นแรงไม่อนุรักษ์

$$W = \Delta E_k + \Delta E_p$$

$$= \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right) + \left(mgy_2 - mgy_1\right)$$

งานของแรงไม่อนุรักษ์มีค่าเท่ากับ
ผลรวมของการเปลี่ยนแปลงพลังจลน์และการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์

ตัวอย่างที่ 3.12 จงแสดงว่าโพรเจกไทล์ที่มีความเร็วต้น v_0 เท่ากัน ค่าขนาดความเร็ว v ของโพรเจกไทล์มีค่าเท่ากัน ที่ระดับความสูงเดียวกันโดยไม่ขึ้นกับมุมของการยิง (ไม่คิดแรงต้านของอากาศ)



จากกฎการคงตัวของพลังงานกล $E_A = E_B$

$$(E_k + E_p)_A = (E_k + E_p)_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

ถ้า v_1 และ v_2 คือความเร็วของโพรเจกไทล์ทั้งสองที่ตำแหน่ง B จะได้

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

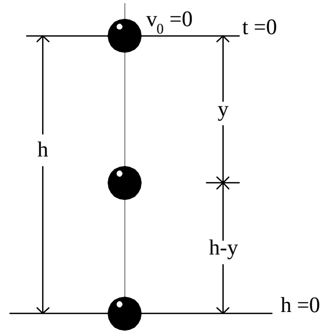
$$v_1 = v_2$$

ตัวอย่างที่ 3.13 ก้อนวัตถุตกจากจุดปล่อยอยู่สูงเป็นระยะ h จงหาค่าพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของก้อนวัตถุในรูปฟังก์ชันของ

(a) เวลา

(b) ความสูง

จงแสดงความสัมพันธ์ในรูปกราฟ และแสดงให้เห็นว่าผลบวกของพลังงานทั้งสอง (พลังงานรวม) มีค่าคงตัวทั้งสองกรณี



ถ้า v คือความเร็วของวัตถุ เมื่อวัตถุตกลงมาเป็นระยะ y จะได้

$$v = v_0 + gt$$

และพลังงานจลน์มีค่า

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_0 + gt)^2$$

$$\therefore \quad E_k = \frac{1}{2}m(g^2t^2)$$

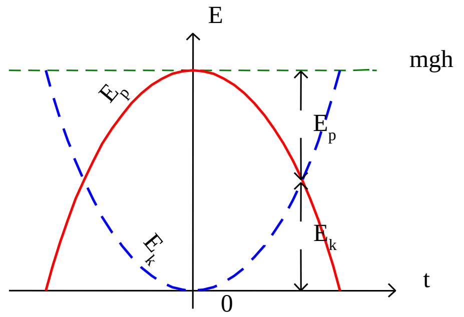
พลังงานศักย์ของวัตถุ เมื่อวัตถุตกลงมาเป็นระยะ y มีค่า

$$E_p = mg(h - y)$$

$$= mgh + mg\left(v_0 t + \frac{1}{2}gt^2\right)$$

$$= mgh - \frac{1}{2}mg^2t^2$$

$$
\begin{aligned}
E(t) &= E_k + E_p \\
&= \frac{1}{2}mg^2t^2 + mgh - \frac{1}{2}mg^2t^2 \\
&= mgh
\end{aligned}
$$



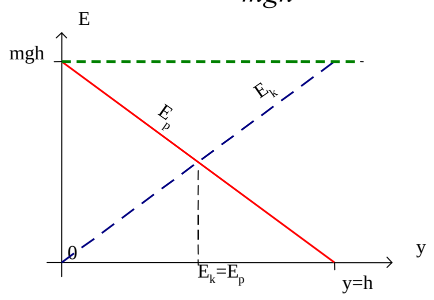
ในเทอมของระยะทาง y จากจุดปล่อย เราจะเขียนพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ได้ดังนี้

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_0^2 + 2gy) = mgy$$

$$E_p = mg(h-y) = mgh - mgy$$

พลังงานรวมของวัตถุจะมีค่า

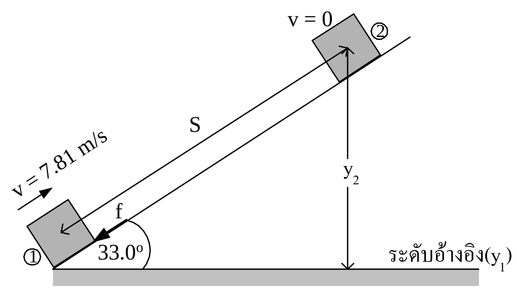
$$
\begin{aligned}
E &= E_k + E_p \\
&= mgy + mgh - mgy \\
&= mgh
\end{aligned}
$$



ตัวอย่างที่ 3.14

ก้อนน้ำแข็งมวล 2.0 kg เลื่อนเป็นระยะทาง 2.0 m ลงระนาบเอียงซึ่งทำมุม 37 องศา ใต้แนวระดับ ถ้าก้อนหินเริ่มเคลื่อนที่จากหยุดนิ่ง อัตราเร็วสุดท้ายของก้อนหินมีค่าเท่าใด ไม่ต้องคำนึงถึงแรงเสียดทาน

ตัวอย่างที่ 3.15 กล่องมวล 4.26 กิโลกรัม เริ่มเคลื่อนที่ขึ้นพื้นเอียง 33.0° ด้วยอัตราเร็ว 7.81 เมตร/วินาที ถามว่าจะไถลขึ้นไปได้ไกลเท่าใด ถ้าต้องเสียพลังงานไป 34.6 จูล เนื่องจากแรงเสียดทาน



เนื่องจากกล่องเคลื่อนที่ภายใต้แรงเสียดทาน (แรงไม่อนุรักษ์) งานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ จะมีค่า

$$W = \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$= (E_{p_2} - E_{p_1}) + (E_{k_2} - E_{k_1})$$

$$W = (mgy_2 - mgy_1) + \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2\right) - \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1\right)$$

$$-34.6\ J = \left[0 + (4.26\ kg)(9.8\ m/s^2)(S)\sin 33^\circ\right] - \left[\frac{1}{2}(4.26\ kg)(7.81\,m/s)^2 + 0\right]$$

$$-34.6\ J = (4.26 \times 9.8 \times 0.545)\,S - 129.9\ J$$

$$S = \frac{95.3\ J}{22.4\ N} = 4.2\ m$$