หน่วยที่ 1 การเคลื่อนที่

ตอนที่ 1.1 บทนำ

ตอนที่ 1.2 การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

ตอนที่ 1.3 การเคลื่อนที่ในสองมิติและสามมิติ

ฟิสิกส์

- กลศาสตร์ — เป็นแขนงที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ
- อุณหพลศาสตร์ — เป็นแขนงที่เกี่ยวข้องกับความร้อน อุณหภูมิ และพฤติกรรมของอนุภาคจำนวนมากๆ
- แม่เหล็กไฟฟ้า — เป็นแขนงที่เกี่ยวข้องกับประจุไฟฟ้า กระแสไฟฟ้า และแม่เหล็กไฟฟ้า
- ทฤษฎีสัมพัทธภาพ — เป็นแขนงที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่มีความเร็วสูง
- กลศาสตร์ควอนตัม — เป็นแขนงที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมของอนุภาคขนาดเล็ก

ตอนที่ 1.1 บทนำ

- ฟิสิกส์
- ปริมาณทางฟิสิกส์และหน่วย
- เวกเตอร์และการรวมเวกเตอร์
- องค์ประกอบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก
- การคูณเวกเตอร์

ปริมาณทางฟิสิกส์และหน่วย

- ปริมาณทางฟิสิกส์
  - ➢ปริมาณพื้นฐาน
  - ➢ปริมาณอนุพันธ์
- หน่วย ในระบบนานาชาติ
  - ➢SI (Le Systeme Intercational d’ Unites)

หน่วยของปริมาณพื้นฐาน

ปริมาณ	ชื่อหน่วย	สัญลักษณ์
มวล	กิโลกรัม(kilogram)	kg
ความยาว	เมตร(meter)	m
เวลา	วินาที (second)	s
จำนวนสาร	โมล (mole)	mol
อุณหภูมิเชิงอุณหพลศาสตร์	เคลวิน (kelvin)	K
กระแสไฟฟ้า	แอมแปร์(ampare)	A
ความเข้มของการส่องสว่าง	แคนเดลา (candela)	Cd

คำอุปสรรคในระบบ SI

คำอุปสรรค	ความหมาย	สัญลักษณ์	คำอุปสรรค	ความหมาย	สัญลักษณ์
exa-	10^{18}	E	deci-	10^{-1}	D
peta-	10^{15}	P	centi-	10^{-2}	c
tera-	10^{12}	T	milli-	10^{-3}	m
giga-	10^{9}	G	micro-	10^{-6}	μ
mega-	10^{6}	M	nano-	10^{-9}	n
kilo-	10^{3}	k	pico-	10^{-12}	p
hecto-	10^{2}	H	femto-	10^{-15}	f
deka-	10^{1}	Da	atto-	10^{-18}	a

หน่วยของปริมาณอนุพันธ์บางปริมาณ

ปริมาณ	ชื่อหน่วย	สัญลักษณ์	มาจากหน่วยพื้นฐาน
แรง	นิวตัน(newton)	N	kg m/s^2
งาน	จูล(joule)	J	kg m^2/s^2
กำลัง	วัตต์(watt)	W	kg m^2/s^3 (J/s)
ความดัน	พาสคัล(pascal)	Pa	kg /ms^2 (N/m^2)
ความหนี่ยวนำ	เฮนรี(henry)	H	kg m^2/A^{2}s^3

- จงเปลี่ยนหน่วยเหล่านี้ให้ถูกต้อง

a) 1km = mm

b) 1.5 nm = μm

c) 3.5 mm^2 = cm^2

d) 5.2 m^2 = mm^2

e) 2.7 m^3 = mm^3

f) 7 cm^3 = m^3

ปริมาณทางฟิสิกส์(ปริมาณพื้นฐานและปริมาณอนุพันธ์)

1). ปริมาณสเกลาร์ (scalar quantity)

เป็นปริมาณที่บอก<u>ขนาดอย่างเดียว</u>**ก็มีความหมายสมบูรณ์**

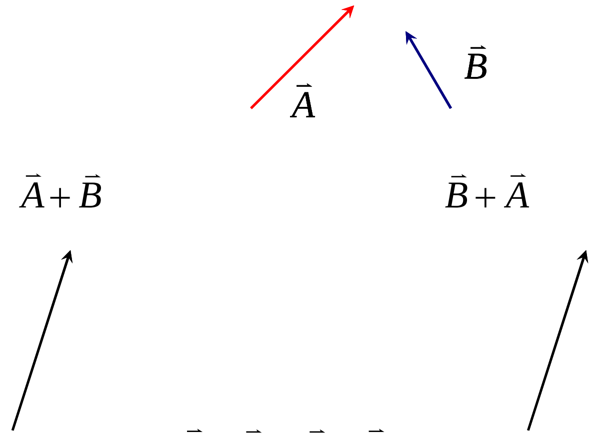
เช่น มวล ความยาว เวลา งาน และพลังงาน เป็นต้น

2). ปริมาณเวกเตอร์ (vector quantity)

เป็นปริมาณที่ต้องบอก<u>**ทั้งขนาดและทิศทาง**</u>**จึงจะมีความหมายสมบูรณ์**

เช่น แรง การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง และโมเมนตัม เป็นต้น

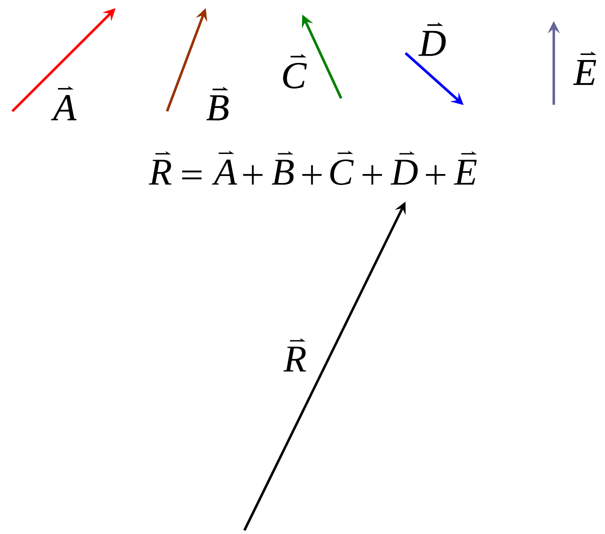
การบวกเวกเตอร์



$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$$

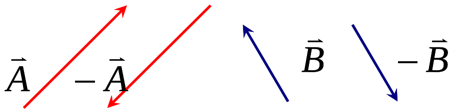
เวกเตอร์และการรวมเวกเตอร์

- **การรวมเวกเตอร์**
  - การบวกเวกเตอร์
  - การลบเวกเตอร์
- **ความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยม**
  - **กฎของไซน์ (sine’s Law)**
  - **กฎของโคไซน์ (cosine’s Law)**



$$\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}+\vec{E}$$

การลบเวกเตอร์



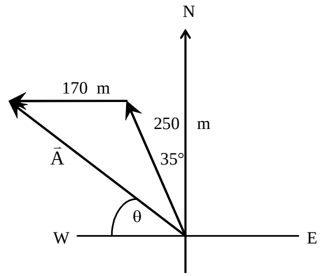
$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B}) \qquad \vec{B}-\vec{A}=\vec{B}+(-\vec{A})$$

$$\vec{A}-\vec{B}\neq\vec{B}-\vec{A}$$

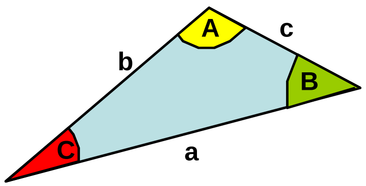
ตัวอย่างที่ 1.1 หญิงคนหนึ่งเดินได้ระยะ 250 เมตร ในทิศ 35° จากเหนือไปทางตะวันตก แล้วเดินต่อได้ระยะ 170 เมตร ไปทางตะวันตก

(a) จงหาการกระจัดผลลัพธ์ $\vec{A}$ โดยวิธีเรขาคณิต

(b) เปรียบเทียบขนาดของการกระจัดผลลัพธ์ และระยะทางที่เดิน



ความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยม



กฎของไซน์ (**sine's Law**)

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

กฎของโคไซน์ (**cosine's Law**)

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

$$b^2=c^2+a^2-2ac\cos B$$

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$

(a)

cosine's law :

$$A^2=(170\text{m})^2+(250\text{m})^2-2(170\text{m})(250\text{m})\cos 125^\circ$$

$$A = 374.4 \text{ m}$$

sine's law : $\dfrac{250\text{ m}}{\sin\theta}=\dfrac{374.4\text{m}}{\sin 125^\circ}=457.06$

$$\sin\theta = 0.547$$

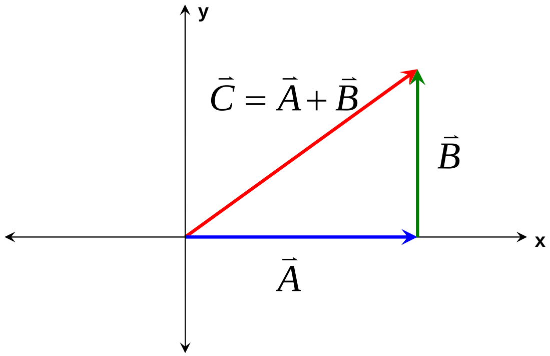
$$\theta = 33.1^\circ$$

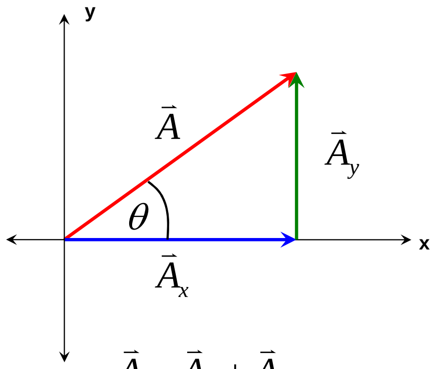
(b) ระยะทางเดิน = 250 m + 170 m = 420 m

ขนาดการกระจัด = 374.4 m

องค์ประกอบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

- การแยกเวกเตอร์เป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์





$$\frac{A_x}{A} = \cos\theta$$

$$\frac{A_y}{A} = \sin\theta$$

$$\boxed{A_x = A\cos\theta}$$

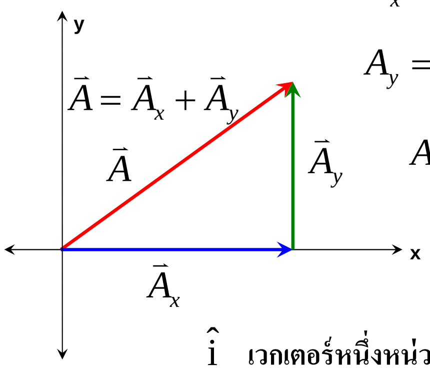
$$\boxed{A_y = A\sin\theta}$$

$$\boxed{\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}}$$

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$\vec{A} = A_x\,\hat{\mathrm{i}} + A_y\,\hat{\mathrm{j}}$$

$$\vec{A} = A\cos\theta\,\hat{\mathrm{i}} + A\sin\theta\,\hat{\mathrm{j}}$$



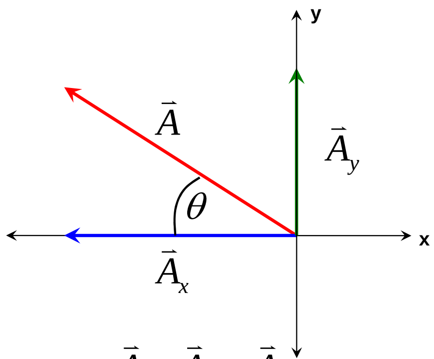
$$A_x = \left|\vec{A}_x\right| \qquad \vec{A}_x = A_x\,\hat{\mathrm{i}}$$

$$A_y = \left|\vec{A}_y\right| \qquad \vec{A}_y = A_y\,\hat{\mathrm{j}}$$

$$A = \left|\vec{A}\right| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$\hat{\mathrm{i}}$ เวกเตอร์หนึ่งหน่วย ที่มีทิศ **+x**

$\hat{\mathrm{j}}$ เวกเตอร์หนึ่งหน่วย ที่มีทิศ **+y**



$$\frac{A_x}{A} = \cos\theta$$

$$\frac{A_y}{A} = \sin\theta$$

$$\boxed{A_x = A\cos\theta}$$

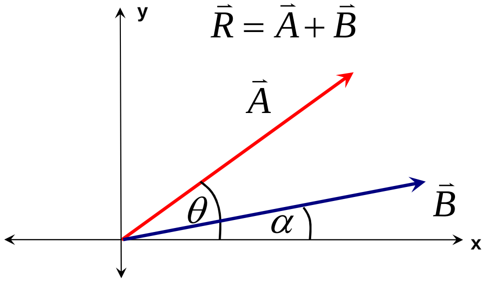
$$\boxed{A_y = A\sin\theta}$$

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$\vec{A} = A_x\boxed{(-\hat{\mathrm{i}})} + A_y\,\hat{\mathrm{j}}$$

$$\vec{A} = -A\cos\theta\,\hat{\mathrm{i}} + A\sin\theta\,\hat{\mathrm{j}}$$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$



$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$
$$\vec{A} = A_x\,\hat{\mathrm{i}} + A_y\,\hat{\mathrm{j}}$$
$$\vec{B} = \vec{B}_x + \vec{B}_y$$
$$\vec{B} = B_x\,\hat{\mathrm{i}} + B_y\,\hat{\mathrm{j}}$$

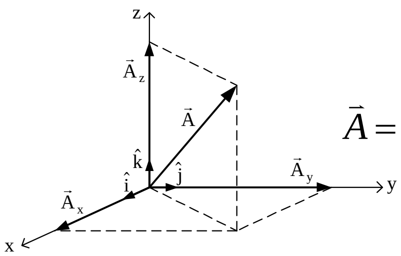
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x\,\hat{\mathrm{i}} + A_y\,\hat{\mathrm{j}}) + (B_x\,\hat{\mathrm{i}} + B_y\,\hat{\mathrm{j}})$$
$$\vec{R} = R_x\hat{\mathrm{i}} + R_y\hat{\mathrm{j}} = (A_x + B_x)\hat{\mathrm{i}} + (A_y + B_y)\hat{\mathrm{j}}$$
$$= (A\cos\theta + B\cos\alpha\ )\,\hat{\mathrm{i}}$$
$$+ (A\sin\theta + B\sin\alpha)\,\hat{\mathrm{j}}$$

ตัวอย่างที่ 1.2 $\vec{\mathrm{a}} = 4\,\hat{\mathrm{i}} - 3\,\hat{\mathrm{j}}$ และ $\vec{\mathrm{b}} = 6\,\hat{\mathrm{i}} + 8\,\hat{\mathrm{j}}$ จงหาขนาดและทิศทางเทียบกับแกน **x** ของเวกเตอร์ ต่อไปนี้

(a) $\vec{a}$
(b) $\vec{b}$
(c) $\vec{a} + \vec{b}$
(d) $\vec{b} - \vec{a}$
(e) $\vec{a} - \vec{b}$

$$\vec{R} = R_x\hat{\mathrm{i}} + R_y\hat{\mathrm{j}} = (A_x + B_x)\hat{\mathrm{i}} + (A_y + B_y)\hat{\mathrm{j}}$$
$$= (A\cos\theta\ + B\cos\alpha\ )\,\hat{\mathrm{i}}$$
$$+ (A\sin\theta + B\sin\alpha)\,\hat{\mathrm{j}}$$

$$R_x = (A\cos\theta\ + B\cos\alpha\ )$$
$$R_y = (A\sin\theta + B\sin\alpha)$$



$$\vec{A} = A_x\,\hat{\mathrm{i}} + A_y\,\hat{\mathrm{j}} + A_z\,\hat{\mathrm{k}}$$

ตัวอย่างที่ 1.3 เวกเตอร์ $\vec{a}$ และ $\vec{b}$ ทำมุม θ ต่อกัน จงแสดงว่า ขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$ มีค่าเท่ากับ $\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$ โดยใช้วิธีการแยกเป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์

การคูณเวกเตอร์

- การคูณแบบสเกลาร์
  (Scalar Product or Dot Product)
- การคูณแบบเวกเตอร์
  (Vector Product or Cross Product)

การคูณแบบสเกลาร์

กรณี 3 มิติ $\vec{A}\cdot\vec{B}$

$$\vec{A} = A_x\,\hat{i} + A_y\,\hat{j} + A_z\,\hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x\,\hat{i} + B_y\,\hat{j} + B_z\,\hat{k}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_x\,\hat{i} + A_y\,\hat{j} + A_z\,\hat{k})\cdot(B_x\,\hat{i} + B_y\,\hat{j} + B_z\,\hat{k})$$

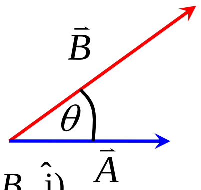
$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

การคูณแบบสเกลาร์ (Scalar Product or Dot Product) $\vec{A}\cdot\vec{B}$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$$

$$\vec{A} = A_x\,\hat{i} + A_y\,\hat{j}$$

$$\vec{B} = B_x\,\hat{i} + B_y\,\hat{j}$$



$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_x\,\hat{i} + A_y\,\hat{j})\cdot(B_x\,\hat{i} + B_y\,\hat{j})$$

$$= (A_x\,\hat{i}\cdot B_x\,\hat{i}) + (A_x\,\hat{i}\cdot B_y\,\hat{j})$$

$$+ (A_y\,\hat{j}\cdot B_x\,\hat{i}) + (A_y\,\hat{j}\cdot B_y\,\hat{j})$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

$\boxed{\hat{i}\cdot\hat{i} = 1}$

$\boxed{\hat{j}\cdot\hat{j} = 1}$

$\boxed{\hat{i}\cdot\hat{j} = 0}$

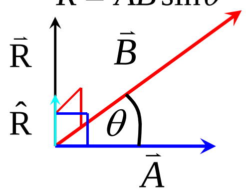
$\boxed{\hat{j}\cdot\hat{i} = 0}$

การคูณแบบเวกเตอร์(Vector Product or Cross Product), $\vec{A}\times\vec{B}$

$$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{R} = R\hat{R} = \vec{R}\ ; \qquad R = AB\sin\theta$$

$$\vec{A} = A_x\,\hat{i} + A_y\,\hat{j}$$

$$\vec{B} = B_x\,\hat{i} + B_y\,\hat{j}$$



$$\vec{A}\times\vec{B} = (A_x\,\hat{i} + A_y\,\hat{j})\times(B_x\,\hat{i} + B_y\,\hat{j})$$

$$= (A_x\,\hat{i}\times B_x\,\hat{i}) + (A_x\,\hat{i}\times B_y\,\hat{j})$$

$$+ (A_y\,\hat{j}\times B_x\,\hat{i}) + (A_y\,\hat{j}\times B_y\,\hat{j})$$

$\vec{A}\times\vec{B}$ ใช้มือขวาหาทิศของเวกเตอร์ลัพธ์

$$\hat{R} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{\vec{R}}{R}$$

$$\hat{\mathrm{i}}\times\hat{\mathrm{i}}=\hat{\mathrm{j}}\times\hat{\mathrm{j}}=(1)(1)\sin 0^\circ\,\hat{\mathrm{n}}=0$$
$$\hat{\mathrm{i}}\times\hat{\mathrm{j}}=(1)(1)\sin 90^\circ\,\hat{\mathrm{k}}=\hat{\mathrm{k}}$$
$$\hat{\mathrm{j}}\times\hat{\mathrm{i}}=(1)(1)\sin 90^\circ\,(\text{-}\hat{\mathrm{k}})=-\hat{\mathrm{k}}$$

$$\begin{aligned}\vec{A}\times\vec{B}= &\ (A_x\,\hat{\mathrm{i}}\times B_x\,\hat{\mathrm{i}})+(A_x\,\hat{\mathrm{i}}\times B_y\,\hat{\mathrm{j}})\\ &+(A_y\,\hat{\mathrm{j}}\times B_x\,\hat{\mathrm{i}})+(A_y\,\hat{\mathrm{j}}\times B_y\,\hat{\mathrm{j}})\\ = &\ A_x\,B_y\hat{\mathrm{k}}+A_y\,B_x(-\hat{\mathrm{k}})\\ = &\ A_x\,B_y\hat{\mathrm{k}}-A_y\,B_x\hat{\mathrm{k}}\end{aligned}$$

การคูณแบบเวกเตอร์ กรณี 3 มิติ

$$\vec{A}=A_x\,\hat{\mathrm{i}}+A_y\,\hat{\mathrm{j}}+A_z\,\hat{\mathrm{k}}\qquad \vec{B}=B_x\,\hat{\mathrm{i}}+B_y\,\hat{\mathrm{j}}+B_z\,\hat{\mathrm{k}}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=(A_x\,\hat{\mathrm{i}}+A_y\,\hat{\mathrm{j}}+A_z\,\hat{\mathrm{k}})\times(B_x\,\hat{\mathrm{i}}+B_y\,\hat{\mathrm{j}}+B_z\,\hat{\mathrm{k}})$$

$$\begin{aligned}\vec{A}\times\vec{B}= &\ \cancel{(A_x\,\hat{\mathrm{i}}\times B_x\,\hat{\mathrm{i}})}+(A_x\,\hat{\mathrm{i}}\times B_y\,\hat{\mathrm{j}})+(A_x\,\hat{\mathrm{i}}\times B_z\,\hat{\mathrm{k}})\\ &+(A_y\,\hat{\mathrm{j}}\times B_x\,\hat{\mathrm{i}})+\cancel{(A_y\,\hat{\mathrm{j}}\times B_y\,\hat{\mathrm{j}})}+(A_y\,\hat{\mathrm{j}}\times B_z\,\hat{\mathrm{k}})\\ &+(A_z\,\hat{\mathrm{k}}\times B_x\,\hat{\mathrm{i}})+(A_z\,\hat{\mathrm{k}}\times B_y\,\hat{\mathrm{j}})+\cancel{(A_z\,\hat{\mathrm{k}}\times B_z\,\hat{\mathrm{k}})}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{A}\times\vec{B}= &\ (A_y\,B_z-A_z\,B_y)\hat{\mathrm{i}}+(A_z\,B_x-A_x\,B_z)\hat{\mathrm{j}}\\ &+(A_x\,B_y-A_y\,B_x)\hat{\mathrm{k}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{A}\times\vec{B}= &\ (A_y\,B_z-A_z\,B_y)\hat{\mathrm{i}}+(A_z\,B_x-A_x\,B_z)\hat{\mathrm{j}}\\ &+(A_x\,B_y-A_y\,B_x)\hat{\mathrm{k}}\end{aligned}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{\mathrm{i}} & \hat{\mathrm{j}} & \hat{\mathrm{k}}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}\vec{A}\times\vec{B}= &\ (A_y\,B_z-A_z\,B_y)\hat{\mathrm{i}}+(A_z\,B_x-A_x\,B_z)\hat{\mathrm{j}}\\ &+(A_x\,B_y-A_y\,B_x)\hat{\mathrm{k}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{A}\times\vec{B}= &\ (A_y\,B_z-A_z\,B_y)\hat{\mathrm{i}}+(A_z\,B_x-A_x\,B_z)\hat{\mathrm{j}}\\ &+(A_x\,B_y-A_y\,B_x)\hat{\mathrm{k}}\end{aligned}$$

$$\vec{B}\times\vec{A}=???$$

$$\begin{aligned}\vec{B}\times\vec{A}= &\ (A_z\,B_y-A_y\,B_z)\hat{\mathrm{i}}+(A_x\,B_z-A_z\,B_x)\hat{\mathrm{j}}\\ &+(A_y\,B_x\text{ - }A_x\,B_y)\hat{\mathrm{k}}\end{aligned}$$

$$\vec{B}\times\vec{A}=-\vec{A}\times\vec{B}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}\neq\vec{B}\times\vec{A}$$

ตัวอย่างที่ 1.5

เวกเตอร์ $\vec{a} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}\,, \vec{b} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$

และ $\vec{c} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

จงหา (a) $\vec{a} \cdot \left(\vec{b} + \vec{c}\right)$

(b) $\vec{a} \times \left(\vec{b} + \vec{c}\right)$

หน่วยที่ 1 การเคลื่อนที่

ตอนที่ 1.2 การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

- จลนศาสตร์
- การกระจัด
- ความเร็ว
- ความเร่ง
- การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว
- วัตถุตกอย่างอิสระ

กลศาสตร์ (Mechanics)

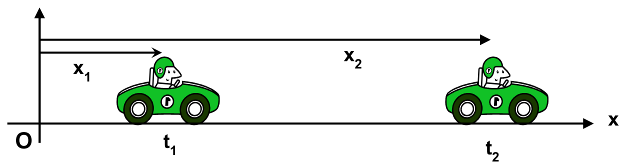
เป็นแขนงที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ

จลนศาสตร์ (Kinematics)

คือกลศาสตร์ที่อธิบายถึงลักษณะของการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยไม่กล่าวถึงสาเหตุของการเคลื่อนที่

จะกล่าวถึงความหมายหรือนิยามของปริมาณการเคลื่อนที่ชนิดต่างๆ เช่น การกระจัด ความเร็วและความเร่ง เป็นต้น

การกระจัด

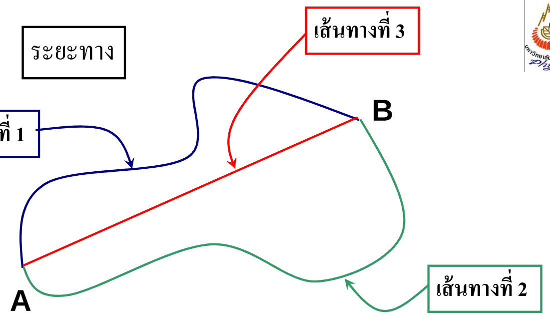


การกระจัด $\Delta\vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$

เฉพาะในกรณี 1 มิติ อาจเขียนเป็น $\Delta x = x_2 - x_1$

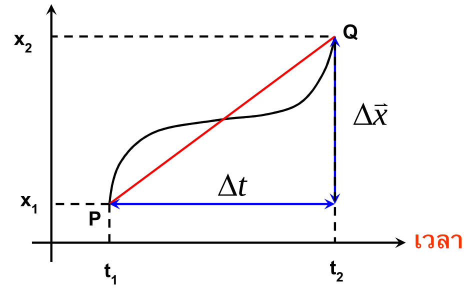
เพราะ เครื่องหมาย บวกหรือลบจาก Δx จะเป็นตัวบ่งบอกทิศทาง

การกระจัด ระยะทาง



ระยะทาง	เส้นทางที่ 1 เส้นทางที่ 2 เส้นทางที่ 3
การกระจัด	เส้นทางที่ 3

ความเร็วเฉลี่ย



$$\vec{v}_{ave} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1} =$$ Slope ของเส้นตรง PQ

ความเร็ว (Velocity)

ความเร็ว (Velocity) $\neq$ อัตราเร็ว (Speed)

อัตราการเปลี่ยนแปลงระยะทาง

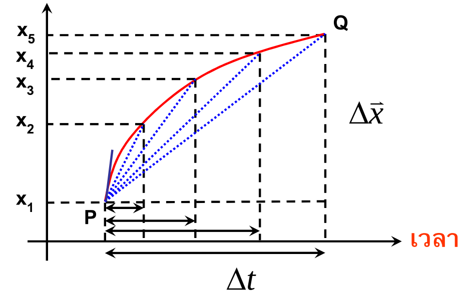
ความเร็วเฉลี่ย อัตราการเปลี่ยนแปลงการกระจัด

$$\vec{v}_{ave} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1}$$

ความเร็วบัดดล(ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง)

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

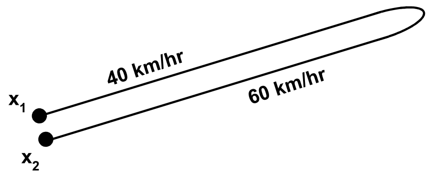
ความเร็วบัดดล



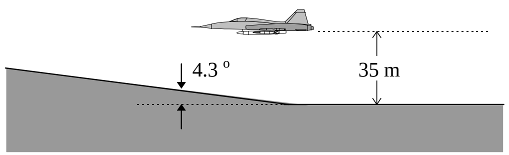
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt} =$$ Slope ของเส้นสัมผัส ของกราฟการกระจัด ณ เวลาที่พิจารณา

ตัวอย่างที่ 1.5 รถยนต์เคลื่อนที่ขึ้นเขาด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และย้อนลงเขาด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงคำนวณความเร็วเฉลี่ย ตลอดการเคลื่อนที่

วิธีทำ



ตัวอย่างที่ 1.6 เครื่องบินรบความเร็วสูง ฝึกบินการหลบเลี่ยงการตรวจจับเรดาร์ในแนวระดับความสูง 35 เมตร เหนือพื้นดิน ขณะบินเครื่องบินผ่านบริเวณผิวดินที่มีความชัน 4.3° สูงกว่าพื้นราบ เป็นการเปลี่ยนระดับผิวพื้นที่ยากต่อการสังเกต นักบินมีเวลาเท่าใดในการแก้ไขเพื่อไม่ให้ชนพื้น อัตราเร็วเครื่องบิน 1800 กิโลเมตรต่อชั่วโมง



$(\tan 4.3^\circ = 0.075)$

ตัวอย่างที่ 1.7 ตำแหน่งของอนุภาคเคลื่อนที่ตามแกน x ในหน่วยเซนติเมตร มีความสัมพันธ์ตามสมการ $x(t) = 9.75 + 1.50\, t^3$ โดย t เป็นวินาที ในช่วงเวลา t = 2 ถึง t = 3 จงคำนวณ

(a) ความเร็วเฉลี่ย

(b) ความเร็วบัดดล t = 2 วินาที

(c) ความเร็วบัดดล t = 3 วินาที

(d) ความเร็วบัดดล t = 2.5 วินาที

(e) ความเร็วบัดดล เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่ตรงจุดกึ่งกลางของทางเดินระหว่างเวลา t = 2 วินาที และ t = 3 วินาที

$(17.5)^{1/3} = 2.6$

ความเร่ง (Acceleration)

ความเร่งเฉลี่ย อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็ว

$$\vec{a}_{\text{ave}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

ความเร่งบัดดล(ความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง)

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$\vec{a} > 0$ ความเร่ง **(accerelation)**

$\vec{a} < 0$ ความหน่วง **(deceleration)**

ตัวอย่างที่ 1.8 อนุภาคเคลื่อนที่โดยมีความเร็วเป็นฟังก์ชันเทียบกับเวลาตามสมการ $v(t)=10+2t^2$ เซนติเมตร/วินาที จงหา

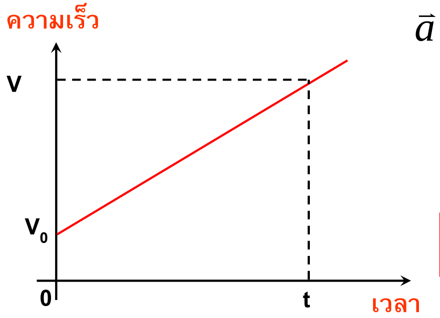
(a) ความเร่งเฉลี่ย ในช่วง $t_1 = 2$ วินาทีและ $t_2 = 5$ วินาที

(b) ความเร่งบัดดล ณ เวลา $t = 2$ วินาที

การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว

$$\vec{a}_{\text{ave}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$$

$$\vec{a}_{\text{ave}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \qquad \vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



$$\vec{a} = \vec{a}_{ave} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - 0}$$

$$\boxed{\therefore\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t}$$

พิจารณากรณี 1 มิติ

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 + at$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t v_0 dt + \int_0^t atdt$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\boxed{x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2}, \quad x_0 = 0$$

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \xRightarrow{t_0 = 0} a = \frac{v - v_0}{t} \qquad t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$\boxed{\therefore x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2} \qquad t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$\therefore x = v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

$$\boxed{\therefore v^2 = v_0^2 + 2ax}$$

ตัวอย่างที่ 1.9 เครื่องบินไอพ่นมีความเร็วสูงสุดเท่ากับ360กิโลเมตรต่อชั่วโมง บนทางวิ่งเพื่อจะบินขึ้นได้ สมมติให้ความเร่งของเครื่องบินคงตัว และทางวิ่งยาว 1.8 กิโลเมตร จะต้องใช้ความเร่งเท่าใดจากเครื่องอยู่นิ่ง

$$\boxed{x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2} \quad \xrightarrow{v_0 = u} \quad \boxed{s = ut + \frac{1}{2}at^2}$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2ax} \quad \xrightarrow{x = s} \quad \boxed{v^2 = u^2 + 2as}$$

$$\boxed{v = v_0 + at} \qquad \boxed{v = u + at}$$

ตัวอย่างที่ 1.10 รถยนต์มีความเร่งตามสมการ $a(t) = 2.0 - 0.1t \ \ \mathrm{m/s^2}$ ที่จุดเริ่มต้น $v_0 = 10 \ \ \mathrm{m/s}$

(a) จงแสดงฟังก์ชันความเร็วเทียบกับเวลา$v(t)$และการกระจัดเทียบกับเวลา $x(t)$

(b) คำนวณหาเวลา t ที่ค่า v มีค่าสูงสุด

(c) v สูงสุดมีค่าเท่าใด

วัตถุตกอย่างอิสระ

วัตถุตกอย่างอิสระเป็นการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว โดยวัตถุจะเคลื่อนที่ลงสู่พื้นโลกด้วยความเร่ง 9.8 เมตร/วินาที^{2}

$$\boxed{s = ut + \frac{1}{2}at^2} \qquad \boxed{s = ut + \frac{1}{2}gt^2}$$

$$\boxed{v^2 = u^2 + 2as} \quad \xrightarrow{a = g} \quad \boxed{v^2 = u^2 + 2gs}$$

$$\boxed{v = u + at} \qquad \boxed{v = u + gt}$$

ตัวอย่างที่ 1.11ลูกกอล์ฟลูกหนึ่งถูกปล่อยให้ตกอย่างอิสระจากยอดตึกสูง ถ้าหากไม่คิดแรงต้านของอากาศ จงหาความเร็วและตำแหน่งของลูกกอล์ฟดังกล่าวเมื่อเวลาผ่านไป 1 , 2 และ 3 วินาที ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 1.12 **ลูกบอล** A ถูกปล่อยให้ตกลงมาจากขอบหน้าผา เมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที ลูกบอล B ถูกขว้างลงมาด้วยความเร็วต้น 20 เมตร/วินาที ถามว่าลูกบอล B จะตามทันลูกบอล A ที่ระยะความลึก เท่าใด

ตัวอย่างที่ 1.13 ปาก้อนหินขึ้นไปในแนวดิ่ง ด้วยความเร็วต้น 25m/s ถ้าไม่คิดแรงเสียดทานอากาศ และกำหนดให้ $g=10m/s^2$

(1) ก้อนหินจะพุ่งขึ้นไปได้สูงสุดเมื่อวัดจากจุดปาก้อนหิน เป็นระยะเท่าใด

(2) เวลาผ่านไปเท่าใดหลังจากปาก้อนหิน ก้อนหินจึงจะตกลงมาถึงจุดเดิม

(3) จงเขียนกราฟระหว่างความเร็วของก้อนหินกับเวลา

หน่วยที่ 1 การเคลื่อนที่

ตอนที่ 1.3 การเคลื่อนที่ในสองมิติและสามมิติ

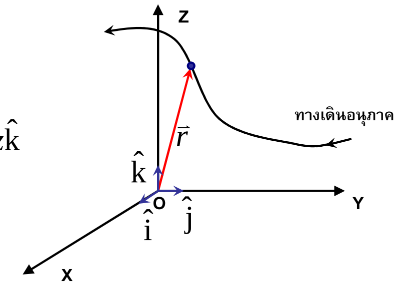
- นิยามของตำแหน่ง การกระจัด ความเร็ว และความเร่ง
- การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวสามมิติ
- การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์
- การเคลื่อนที่แบบวงกลมด้วยอัตราเร็วคงตัว

นิยามของตำแหน่ง การกระจัด ความเร็ว และความเร่ง

ตำแหน่ง

เวกเตอร์บอกตำแหน่ง (position vector)

$$\vec{r} \;=\; x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}$$



ความเร็ว

$$\vec{x} \Rightarrow \quad \vec{r} \;=\; x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}$$

ความเร็วเฉลี่ย

กรณี 1 มิติ $\quad \vec{v}_{\text{ave}} = \dfrac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$

กรณี 3 มิติ $\quad \vec{v}_{\text{ave}} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

$$\vec{r} \;=\; x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}$$

ความเร็วขณะหนึ่ง (ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง)

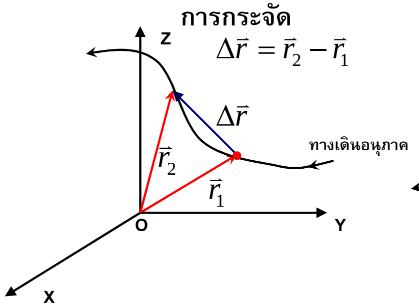
กรณี 1 มิติ $\quad \vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0}\dfrac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{x}}{dt}$

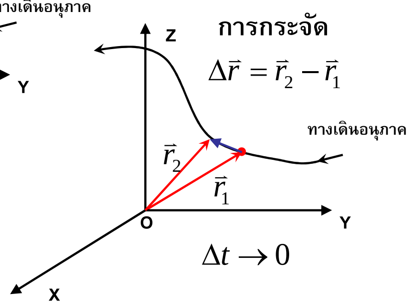
กรณี 3 มิติ $\quad \vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0}\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

ทิศของความเร็วขณะหนึ่ง อยู่ในแนวเส้นสัมผัสทางเดินของวัตถุ

ทิศของความเร็วจะมีทิศเดียวกันกับ การกระจัด

การกระจัด





$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \vec{r} \;=\; x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}})$$

$$= \frac{dx}{dt}\hat{\mathrm{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathrm{j}} + \frac{dz}{dt}\hat{\mathrm{k}}$$

$$= v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}} + v_z\hat{\mathrm{k}}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

ความเร่ง

ความเร่งเฉลี่ย

$$\vec{a}_{ave} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad \vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$$

ความเร่งบัดดล(ความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง)

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k})$$
$$= \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k}$$
$$= a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} \qquad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวสามมิติ

เวลาเริ่มต้น	t_0
วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง	$\vec{r}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j} + z_0\hat{k}$
วัตถุมีความเร็วเริ่มต้น	$\vec{v}_0 = v_{x0}\hat{i} + v_{y0}\hat{j} + v_{z0}\hat{k}$
วัตถุมีความเร่ง	$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$

ความเร็วของวัตถุที่เวลาใดๆ $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$
$$v_y = v_{0y} + a_y t$$
$$v_z = v_{0z} + a_z t$$

ตัวอย่างที่ 1.13 อนุภาคเคลื่อนที่ในระนาบ xy โดยมีจุดพิกัดตามแกนมีความสัมพันธ์กับเวลา t ตามสมการ $x(t) = t^3 - 32t$ และ $y(t) = 5t^2 + 12$ โดย x และ y มีหน่วยเป็นเมตร เวลา t เป็นวินาที จงหาเวกเตอร์ บอกตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งของอนุภาคเมื่อเวลา t = 3 วินาที

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$
$$\vec{v}\cdot\vec{v} = \vec{v}_0\cdot\vec{v}_0 + 2\vec{a}\cdot(\vec{r} - \vec{r}_0)$$
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{1}{2}(\vec{v}_0 + \vec{v})t$$

โดยทั่วไปเราจะให้ $\vec{r}_0 = 0$

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$
$$\vec{v}\cdot\vec{v} = \vec{v}_0\cdot\vec{v}_0 + 2\vec{a}\cdot\vec{r}$$
$$\vec{r} = \frac{1}{2}(\vec{v}_0 + \vec{v})t$$

ตัวอย่างที่ 1.14

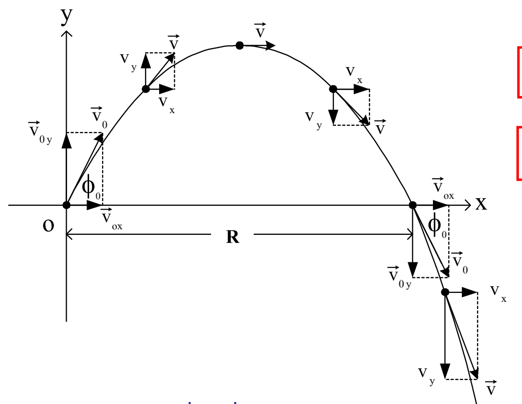
อนุภาคเคลื่อนที่โดยมีตำแหน่งเป็นฟังก์ชันของเวลาตามสมการ

$$\vec{r}(t) = \hat{i} + 4t^2\hat{j} + t\hat{k}$$

จงเขียนสมการ (a) ความเร็ว (b) ความเร่ง

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

เคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวในสองมิติ



$\boxed{a_x = 0}$

$\boxed{a_y = g}$

วิถีของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์จะเป็นรูปโค้งพาราโบลา

ความเร็วเริ่มต้น $\vec{v}_0 = v_{x0}\hat{i} + v_{y0}\hat{j}$

$$v_{x0} = v_0\cos\phi_0$$
$$v_{y0} = v_0\sin\phi_0$$

ความเร็วเมื่อเวลาผ่านไป t $\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t}$

$a_x = 0$ $\quad v_x = v_{x0} + a_x t = v_0\cos\phi_0$

$a_y = -g$ $\quad v_y = v_{y0} + a_y t = v_0\sin\phi_0 - gt$

$$\boxed{s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

$$y = (v_0\sin\phi_0)\,t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = (v_0\cos\phi_0)\,t$$

$$y = (\tan\phi_0)\,x - \frac{g}{2(v_0\cos\phi_0)^2}\,x^2$$

$$y = ax - bx^2$$

$$\boxed{R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\phi_0}$$

ตัวอย่าง ยิงลูกกระสุนปืนใหญ่ทำมุม 37 องศากับแนวระดับ ด้วยความเร็วต้น 50 m/s และกำหนดให้ $g=10 m/s^2$

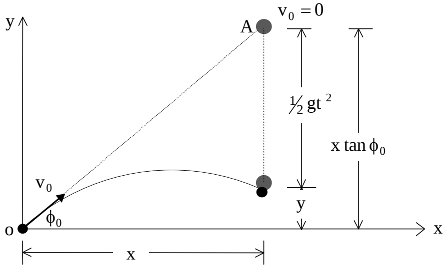
(1)จงหาตำแหน่งของกระสุนปืน ในแนวราบ และแนวดิ่ง เทียบกับจุดยิงที่เวลา 1, 2 และ 4 วินาที

(2) จงคำนวณหาความเร็วของลูกกระสุนปืนในแนวราบ และแนวดิ่ง ที่เวลา 1 ,2 และ 4 วินาที

(3) จงหาพิสัยของการยิงครั้งนี้

(4) ในการยิงครั้งนี้ลูกกระสุนปืนใหญ่ อยู่สูงที่สุดเท่าใด และที่จุดสูงสุดนี้อยู่ห่างจากจุดยิงเป็นระยะเท่าใด

ตัวอย่างที่ 1.15 การวิเคราะห์จุดชนของอนุภาคปล่อยตกอิสระตามแนวดิ่งกับอนุภาคที่ถูกยิงแบบโพรเจกไทล์



$$v_{0x} = v_0 \cos\phi_0 = \frac{R}{t} \qquad v_{0y} = v_0 \sin\phi_0$$

$$R = (v_0 \cos\phi_0)t$$

$$\boxed{S_y = v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2} \qquad 0 = v_0 \sin\phi_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\therefore \quad v_0 \sin\phi_0 = \frac{1}{2}gt$$

$$R = (v_0 \cos\phi_0)\frac{2\, v_0 \sin\phi_0}{g}$$

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\phi_0}{g}$$

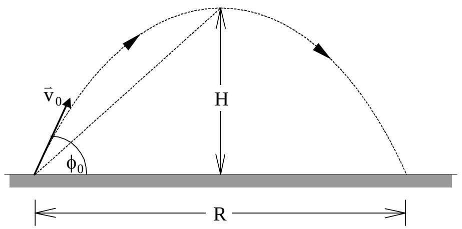
$$\boxed{v_y^2 = v_{0y}^2 + 2aS_y} \qquad 0 = (v_0 \sin\phi_0)^2 - 2gH$$

$$\therefore \quad H = \frac{v_0^2 \sin^2\phi_0}{2g}$$

ตัวอย่างที่ 1.16

(a) จงพิสูจน์ว่าถ้าโพรเจกไทล์ถูกยิงขึ้นจากพื้นระดับเป็นมุม ϕ_0 อัตราส่วนความสูงที่สุด H ต่อพิสัย R มีค่า $H/R = \frac{1}{4}\tan\phi_0$

(b) จงหามุมของการยิงที่ทำให้ H = R



(a)

$$v_{0x} = v_0 \cos\phi_0 = \frac{R}{t}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\phi_0$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\phi_0}{2g} \qquad R = \frac{v_0^2 \sin 2\phi_0}{g}$$

$$H/R = \frac{\dfrac{v_0^2 \sin\phi_0 \ \sin\phi_0}{4g}}{\dfrac{v_0^2 \sin\phi_0 \cos\phi_0}{g}} = \frac{1}{4}\tan\phi_0$$

$$\frac{H}{R} = \frac{1}{4}\tan\phi_0$$

(b) $H = R$

$$1 = \frac{1}{4}\tan\phi_0$$

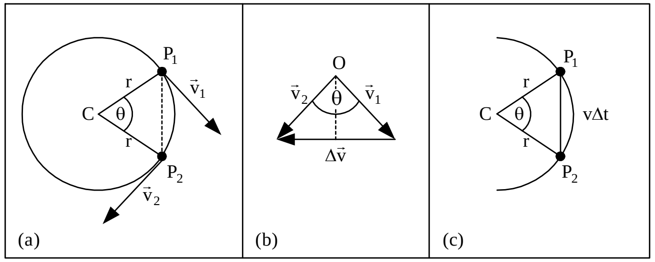
$$\tan\phi_0 = 4$$

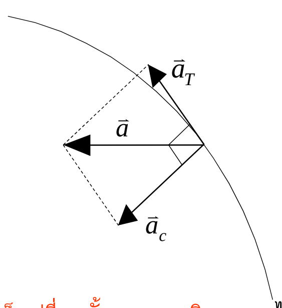
$$\phi_0 = \tan^{-1}(4) = 75.96^\circ$$

Khanchai Khosonthongkee

การเคลื่อนที่แบบวงกลมด้วยอัตราเร็วคงตัว

การเคลื่อนที่แบบวงกลมเป็นการเคลื่อนที่
ที่ทิศทางของความเร็วและความเร่งเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา
แต่จะมีขนาดของความเร็วและความเร่งคงตัวเสมอ





ถ้าเป็นการเคลื่อนที่ที่มีความเร็วเปลี่ยนทั้งขนาดและทิศทาง จะได้การเคลื่อนที่ที่มีทั้งความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง $(\vec{a}_c)$ และความเร่งในแนวสัมผัสทางเดิน $(\vec{a}_T)$ ที่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน การเคลื่อนที่ดังกล่าวจะเป็นการเคลื่อนที่ที่เป็นส่วนโค้งของวงกลม

ขนาดของความเร่งลัพธ์ $a = \sqrt{a_c^2 + a_T^2}$

$$a_{\text{ave}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{2}\Delta v = v\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \Rightarrow \Delta v = 2v\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

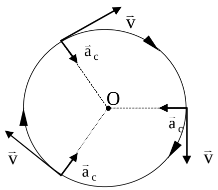
$$\Rightarrow r\theta = v\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{r\theta}{v}$$

$$a_{\text{ave}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2v\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{r\theta/v} \Rightarrow a_{\text{ave}} = \frac{v^2}{r}$$

$$\Delta t \to 0 \qquad \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \to \left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{r}}$$

เนื่องจากมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลาง จึงเรียกความเร่งดังกล่าวว่า "ความเร่งสู่ศูนย์กลาง"



ตัวอย่างที่ 1.17 ดวงจันทร์หมุนรอบโลกครบรอบใช้เวลา 27.3 วัน สมมติให้วงโคจรเป็นวงกลมมีรัศมีความโค้ง 3.82×10^8 เมตร จงคำนวณหาขนาดของความเร่งของดวงจันทร์เข้าสู่โลก

$$\boxed{a = \frac{v^2}{r}}$$

เวลาครบรอบ $T = 27.3$ วัน

$= 27.3 \times 24 \times 60 \times 60$ วินาที

$\approx 2.36 \times 10^6$ วินาที

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(3.82 \times 10^8\ m)}{2.36 \times 10^6\ s} = 1018\ m/s$$

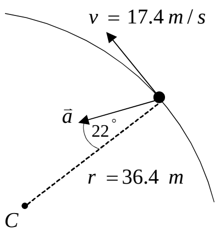
$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(1018\ m/s)^2}{3.82 \times 10^8\ m}$$

$$= 0.00271\ \text{m/s}^2$$

ตัวอย่างที่ 1.18 อนุภาคกำลังเคลื่อนที่เป็นส่วนโค้งของวงกลมด้วยรัศมี 3.64เมตร ณ จุดเวลา อนุภาคมีความเร็วเชิงเส้นสัมผัส 17.4 เมตร/วินาที และมีความเร่งใน ทิศทาง 22.0° จากแนวเข้าสู่จุดศูนย์กลาง จงหา

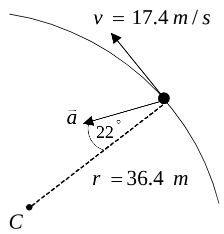
(a) อัตราเร่งในแนวเส้นสัมผัสทางเดิน

(b) ขนาดของความเร่ง



(a) อัตราเร่งในแนวเข้าสู่ศูนย์กลางมีค่า

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(17.4\ m/s)^2}{3.64\ m} = 83.17\ m/s^2$$



$$a_c = a\cos 22^\circ = 83.17$$

$$\therefore\ a = \frac{83.17}{\cos 22^\circ} = 89.7\ m/s^2$$

$$a_T = a\sin 22^\circ$$

$$= 89.7\sin 22^\circ$$

$$= 33.6\ m/s^2$$

(b) ขนาดของความเร่ง

$$a = 89.7\ m/s^2$$