

หน่วยที่ 4 สนามแม่เหล็กไฟฟ้า - กฎของบิโอต์ - ซาวาร์ตและกฎของแอมแปร์

ตอนที่ 4.1 กฎของบิโอต์ - ซาวาร์ต

- ความเป็นมาของความรู้เรื่องแม่เหล็ก
- สนามแม่เหล็กและฟลักซ์แม่เหล็ก
- กฎของบิโอต์ - ซาวาร์ต

ตอนที่ 4.2 กฎของแอมแปร์

- กฎของแอมแปร์
- แรงลอเรนซ์และการประยุกต์
- แรงบนเส้นลวดและกระแสไฟฟ้า
- โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก
- ความเข้มสนามแม่เหล็กและแมนไตเชชัน

ความเป็นมา

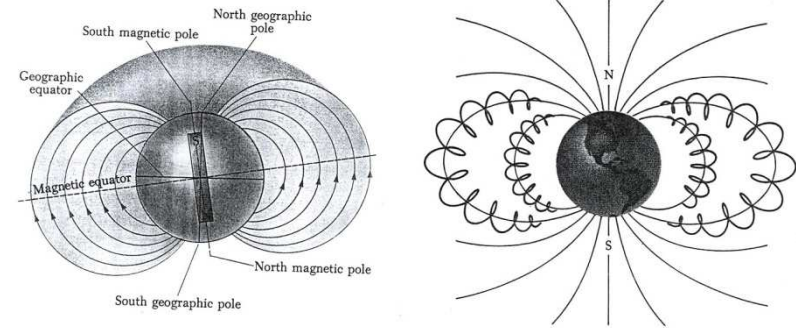
- ศตวรรษที่ 13 ก่อนคริสต์ศักราช : คนจีนเริ่มใช้เข็มทิศซึ่งเป็นสิ่งประดิษฐ์ของชาวอาหรับ
- 800 ปี ก่อนคริสต์ศักราช : ชาวกรีกค้นพบสารแม่เหล็ก (Fe_3O_4) ซึ่งสามารถดูดเหล็กได้
- ค.ศ. 1269 : Pierre de Maricourt ค้นพบว่าเมื่อวางเข็มทิศรอบ ๆ แม่เหล็กธรรมชาติรูปทรงกลม เข็มทิศจะชี้ในแนวเส้นโค้งรอบ ๆ แม่เหล็กโดยผ่านจุด 2 จุด ซึ่งเรียกว่า ขั้ว (pole)
- ค.ศ. 1600 : William Gilbert ทำการทดลองเกี่ยวกับแม่เหล็กและแนะนำว่าโลกคือแม่เหล็กถาวรขนาดใหญ่

ความเป็นมา (ต่อ)

- ค.ศ. 1819 : Hans Christian Oersted ค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้ากับอำนาจแม่เหล็ก
- ค.ศ. 1820 :
 - Faraday และ Henry ค้นพบว่าการเปลี่ยนสนามแม่เหล็กจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้า
 - Maxwell ค้นพบว่าการเปลี่ยนสนามไฟฟ้าจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก



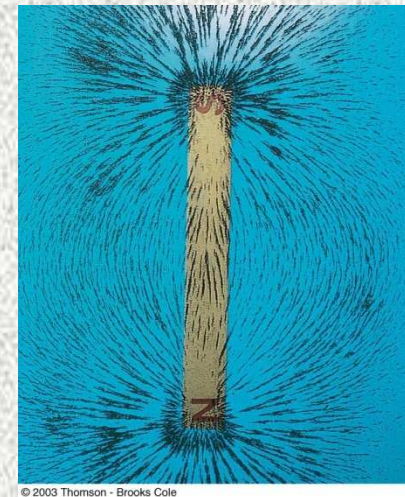
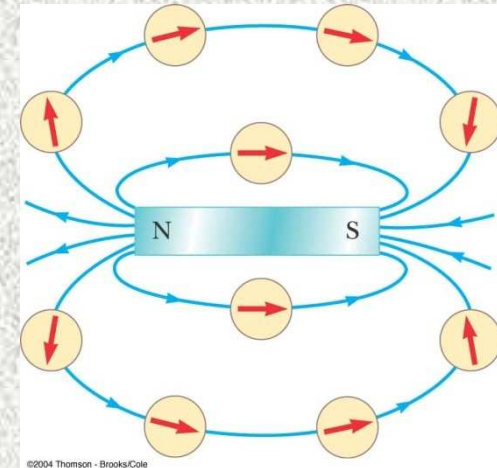
ขั้วแม่เหล็ก



- แม่เหล็กทุกชนิดมี 2 ขั้วคือ ขั้วเหนือและขั้วใต้ ซึ่งออกแรงกระทำต่อกัน โดยขั้วเหมือนกันจะผลักกัน ขั้วต่างกันจะดูดกัน
- ที่มาของชื่อของขั้วเกิดจากการหันของแท่งแม่เหล็กไปยังขั้วโลกเหนือหรือใต้เมื่อแขวนให้หมุนได้อย่างอิสระ
- เนื่องจากขั้วเหนือของแท่งแม่เหล็กชี้ไปยังขั้วโลกเหนือแสดงว่าขั้วโลกเหนือมีอำนาจเป็นขั้วใต้ของแท่งแม่เหล็ก
- แรงกระทำระหว่างขั้วของแท่งแม่เหล็กจะเป็นปฏิกิริยากับกำลังสองของระยะห่างระหว่างขั้ว
- ถึงแม้ในทางทฤษฎีเชื่อว่าอาจมีแม่เหล็กขั้วเดียวแต่ในความเป็นจริงแม่เหล็กมี 2 ขั้วเสมอ

สนามแม่เหล็ก

- สนามแม่เหล็ก **B** เป็นปริมาณเวกเตอร์ซึ่ง ณ ตำแหน่งใด ๆ มีทิศตามทิศของขั้วเหนือของเข็มทิศ
- เส้นสนามแม่เหล็กจะเป็นเครื่องบอกทิศของสนามแม่เหล็ก **B** ซึ่งภายนอกแท่งแม่เหล็กจะชี้จากขั้วเหนือไปยังขั้วใต้ ดังรูป
- เส้นสนามแม่เหล็กจะวนเป็นวงไม่มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดซึ่งต่างจากเส้นสนามไฟฟ้า



คำจำกัดความของสนามแม่เหล็ก

- เราสามารถให้คำจำกัดความของสนามแม่เหล็ก โดยอาศัยแรงแม่เหล็ก ที่กระทำต่ออนุภาคประจุเมื่อเคลื่อนที่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก
- ขนาดของแรงแม่เหล็กจะแปรผันโดยตรงกับประจุและความเร็วของประจุหรือ

$$F_B \propto qv$$

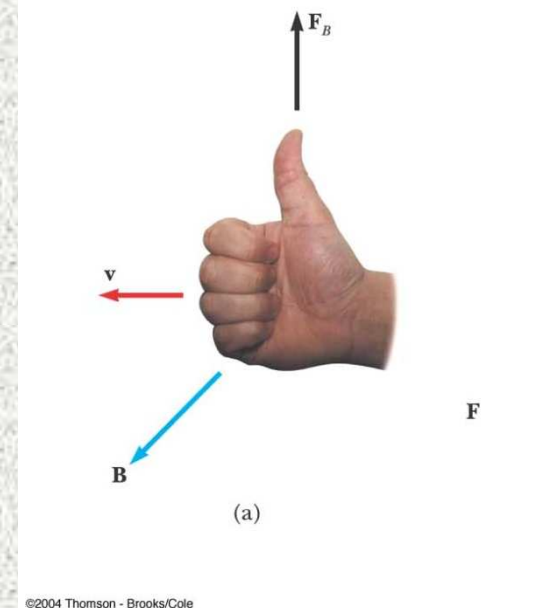
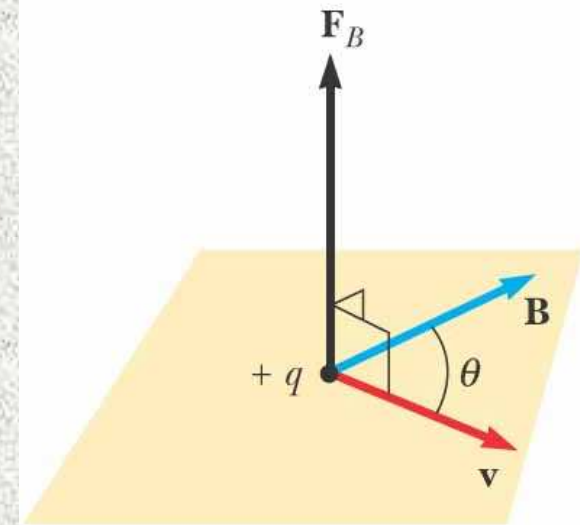
- ถ้าอนุภาคเคลื่อนที่ทำมุม θ กับทิศทางของสนามแม่เหล็ก แรงแม่เหล็ก จะแปรผันกับ $\sin \theta$ ด้วย หรือ $F_B \propto qv \sin \theta$
- แรงแม่เหล็กจะขึ้นอยู่กับความเข้มของสนามแม่เหล็กด้วย ดังนั้นจะได้

$$F_B = qvB \sin \theta$$

- สมการเวกเตอร์ของแรงแม่เหล็กจะมีค่าเป็น $F_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

กฎมือขวา

- แรงแม่เหล็กจะตั้งฉากกับทิศของความเร็วของอนุภาคและทิศของสนามแม่เหล็กดังรูป
- ทิศทางดังกล่าวจะเป็นไปตามกฎมือขวา ดังรูป โดยถ้าเหยียดนิ้วทั้ง 4 ไปตามทิศของ v แล้วกำไปตามทิศของ B นิ้วหัวแม่มือจะชี้ไปในทิศของ F_B



ขนาดของแรงแม่เหล็ก

- เราอาจเขียนขนาดของแรงแม่เหล็กได้เป็น

$$F_B = |q| v B \sin \theta$$

โดย θ เป็นมุมที่เล็กที่สุดระหว่างทิศของ v และ B

- F_B จะเป็นศูนย์ถ้า v และ B ขนานกันหรือตรงกันข้าม ($\theta = 0$ หรือ 180°)
- F_B จะมีค่าสูงสุดถ้า $v \perp B$ ($\theta = 90^\circ$)
- แรงแม่เหล็กจะเกิดขึ้นเมื่ออนุภาคเคลื่อนที่เท่านั้น ซึ่งแตกต่างจากแรงไฟฟ้าที่เกิด แม้ในขณะประจุหยุดนิ่ง
- ทิศของแรงแม่เหล็กจะตั้งฉากกับทิศสนามแม่เหล็ก ขณะที่ทิศของแรงไฟฟ้าจะขนานกับทิศสนามไฟฟ้า

หน่วยและขนาดของสนามแม่เหล็ก

- หน่วยของสนามแม่เหล็กในระบบ SI คือ เทสลา (tesla, T) โดย”

$$T = \frac{Wb}{m^2} = \frac{N}{C \cdot (m/s)} = \frac{N}{A \cdot m}, \quad 1 T = 10^4 G$$

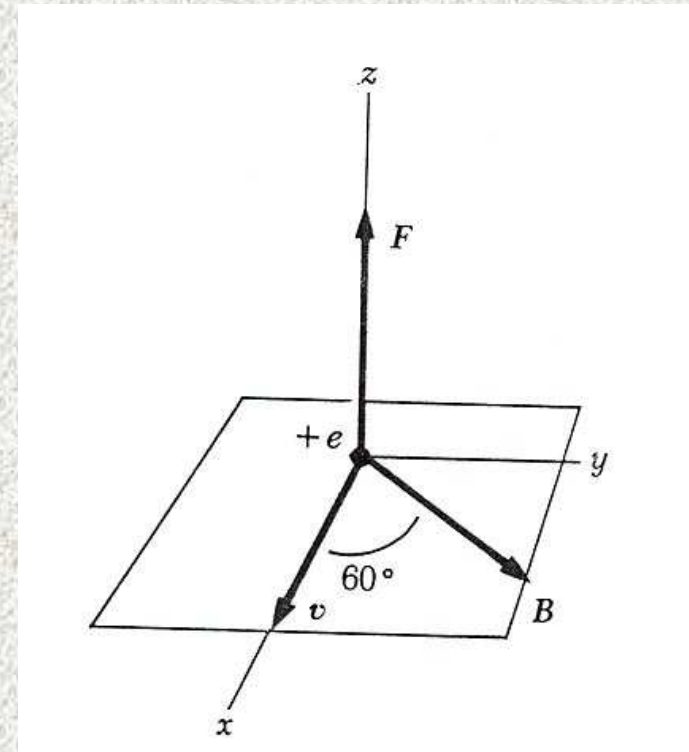
Table 29.1

Some Approximate Magnetic Field Magnitudes

Source of Field	Field Magnitude (T)
Strong superconducting laboratory magnet	30
Strong conventional laboratory magnet	2
Medical MRI unit	1.5
Bar magnet	10^{-2}
Surface of the Sun	10^{-2}
Surface of the Earth	0.5×10^{-4}
Inside human brain (due to nerve impulses)	10^{-13}

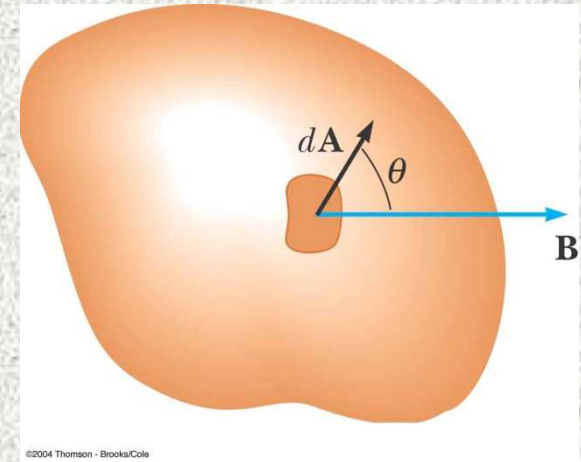
ตัวอย่างที่ 4.1 (ประมวลสาระฟิสิกส์ 2)

อนุภาคโปรตอนเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 8×10^6 เมตร/วินาที ในทิศ $+x$ เข้าไปในย่านที่มีสนามแม่เหล็ก 2.5 เทสลา สนามแม่เหล็กอยู่ในระนาบ xy โดยมีทิศทำมุม 60° องศากับแกน x ดังรูป จงหาแรงแม่เหล็กและอัตราเร่งของโปรตอนเมื่อเริ่มเคลื่อนที่เข้าไปในย่านที่มีสนามแม่เหล็ก(ดูวิธีทำจากประมวลสาระฯ)



ฟลักซ์แม่เหล็ก

- ฟลักซ์แม่เหล็ก (magnetic flux) เป็นปริมาณที่แปรผันกับสนามแม่เหล็กซึ่งมีค่าจำกัด ความคล้ายกับฟลักซ์ไฟฟ้า



- ถ้า dA ซึ่งเป็นชิ้นเล็ก ๆ ของพื้นผิวใด ๆ ที่มีสนามแม่เหล็กเป็น B ดังรูป ฟลักซ์แม่เหล็กใน dA จะมีค่าเป็น

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

เมื่อ dA คือเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับพื้นผิวเล็ก ๆ dA และการอินทิเกรตครอบคลุมพื้นผิวทั้งหมด

ฟลักซ์แม่เหล็กของผิวปิด

- ในกรณีที่ผิวปิดจะเขียนฟลักซ์แม่เหล็กได้เป็น

$$\Phi_B = \int B \cdot dA = 0$$

- สมการนี้แสดงให้เห็นว่าฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านเข้าไปและออกจากผิวปิดใด ๆ จะมีค่าเป็นศูนย์
- ถ้าใช้ทฤษฎีของไดเวอร์เจนซ์ (Divergence Theorem) จะเขียนได้ว่า

$$\int B \cdot dA = \int (\nabla \cdot B) d\tau = 0$$

- เนื่องจาก $d\tau$ คือชิ้นเล็ก ๆ ของปริมาตรซึ่งมีค่าไม่เป็นศูนย์ ดังนั้นจะเขียนกฎของเกาส์สำหรับสนามแม่เหล็กได้เป็น

$$\nabla \cdot B = 0$$

กฎของบีโอดต์-ซาวาร์ต

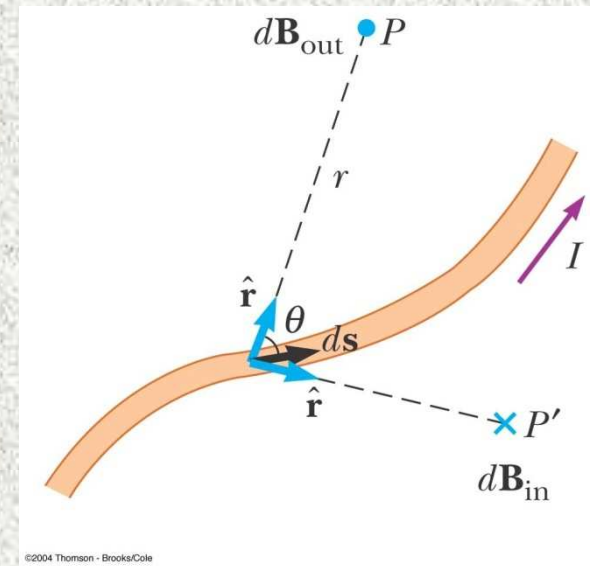
- บีโอดต์ และ ซาวาร์ต ได้ทำการทดลองในเรื่องเกี่ยวกับแรงที่เกิดจากลวดนำกระแสกระทำต่อแท่งแม่เหล็ก

- พวกเขาพบว่าลวดตัวนำที่มีกระแส I ไหลผ่านดังรูปจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก ณ จุด P ตามสมการ

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m / A}$ คือค่าสภาพให้ซึมผ่านได้ของสุญญากาศ

$d\mathbf{s}$ คือชิ้นกระแสนขนาดเล็ก ๆ ในลวดนำกระแสและ r คือระยะจาก $d\mathbf{s}$ ไปยังจุด P



กฎของบีโอด-ซาวาร์ต (ต่อ)

- เราสามารถหาสนามแม่เหล็กรวมได้โดยการอินทิเกรตสมการของ dB ให้ครอบคลุมตลอดทุกส่วนของลวดนำกระแสซึ่งจะได้

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

- กฎนี้สามารถใช้ได้กับกระแสของประจุที่เคลื่อนที่ผ่านปริภูมิ เช่นการเคลื่อนที่ของลำอิเล็กตรอนในเครื่องรับโทรทัศน์

สนามแม่เหล็กจากลวดนำกระแสยาวและตรง

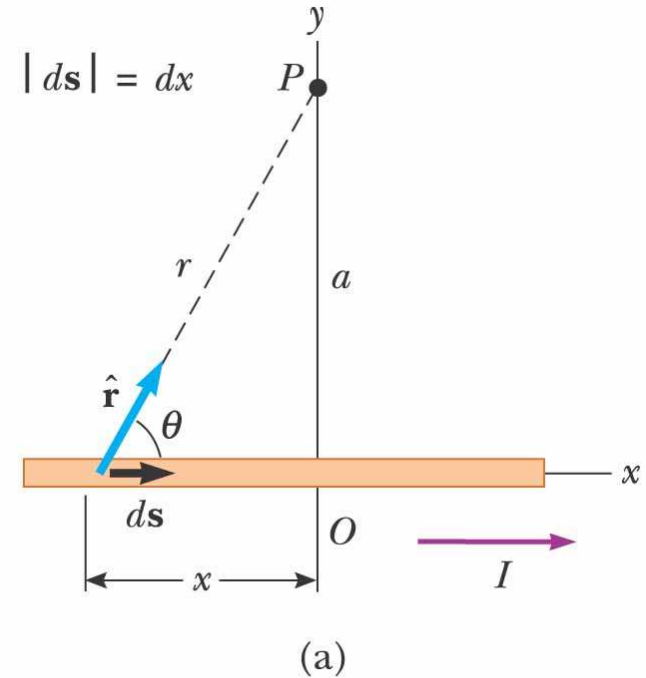
- ถ้าลวดตัวนำยาวและตรงมีกระแสไหลผ่านดังรูปเราจะหาสนามแม่เหล็กที่จุด P โดยใช้กฎของบีโอดต์-ซาวาร์ตได้ดังนี้

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

$$\therefore d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}} = (dx \sin \theta) \hat{\mathbf{k}}$$

ดังนั้นเมื่ออินทิเกรตสมการของ $\mathbf{B}$ ตลอดความยาวของตัวนำจะได้

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \, d\theta = \frac{\mu_o I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$



©2004 Thomson - Brooks/Cole

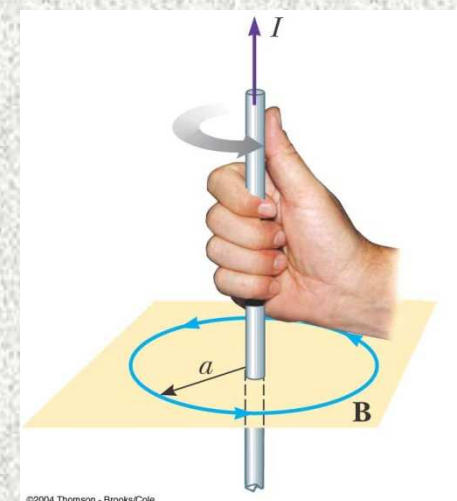
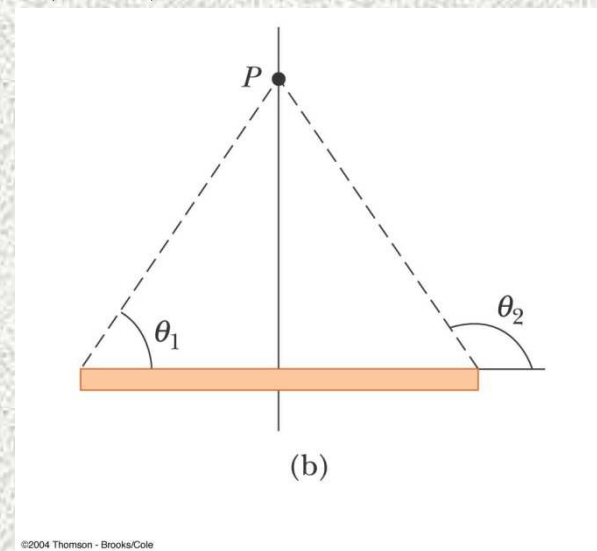
สนามแม่เหล็กจากลวดตัวนำยาวและตรง (ต่อ)

- ถ้าลวดตัวนำมีความยาวอนันต์จะได้

$$\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = \pi$$
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

- เส้นสนามแม่เหล็กจะเป็นวงกลมล้อมรอบตัวนำตามกฎมือขวาโดยทุกจุดบนวงกลมจะมีขนาดของสนามแม่เหล็กเท่ากัน



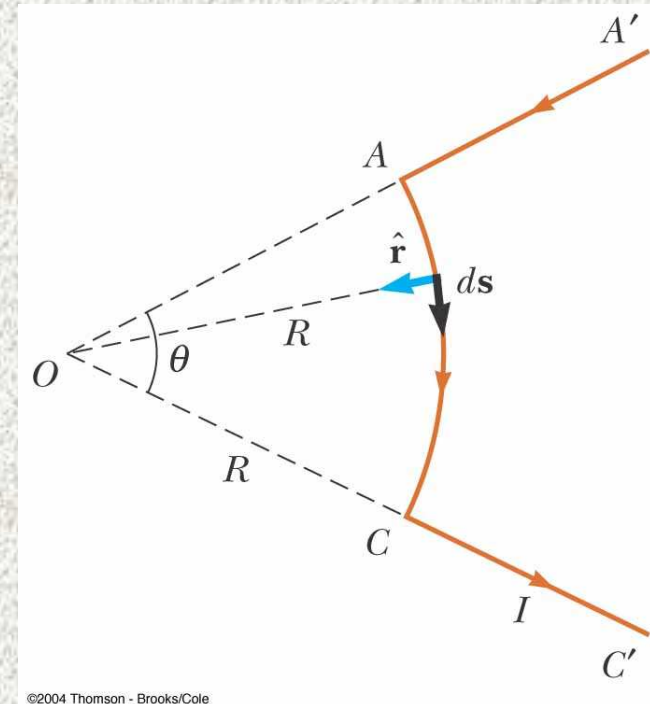
สนามแม่เหล็กจากลวดนำกระแสรูป ส่วนโค้งของวงกลม

- ถ้าลวดนำกระแสเป็นส่วนโค้งของวงกลมดังรูป กฎของบีโอดต์-ซาวาร์ จะให้สนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลางของลวดมีค่าเป็น

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi R} \theta$$

- ถ้าลวดนำกระแสเป็นรูปวงกลมสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลางจะมีค่าเป็น

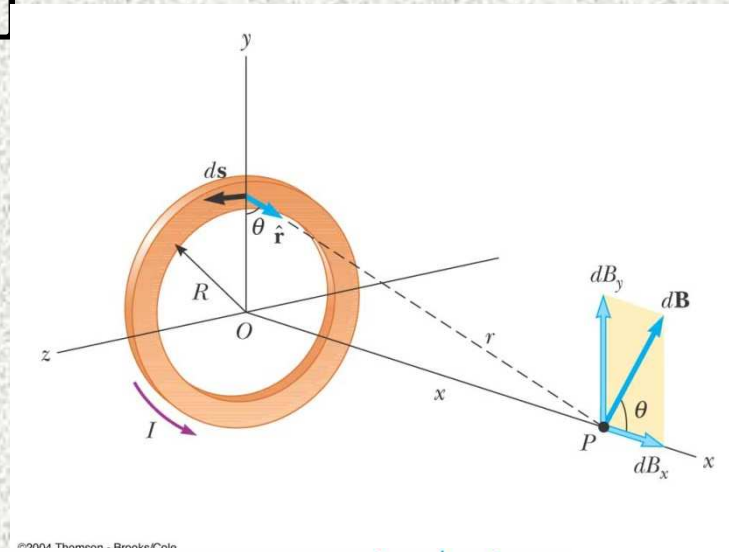
$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi R} \theta = \frac{\mu_o I}{4\pi R} 2\pi = \frac{\mu_o I}{2R}, \quad \because \theta = 2\pi$$



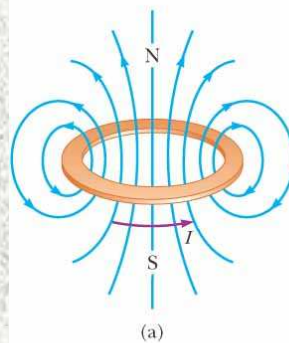
สนามแม่เหล็กจากลวดวงกลมนำกระแส

- ถ้าลวดวงกลมนำกระแส I มีรัศมี R ดังรูป จะเกิดสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลาง P มีค่าเป็น

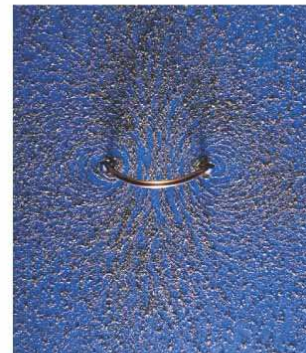
$$B_x = \frac{\mu_o IR^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



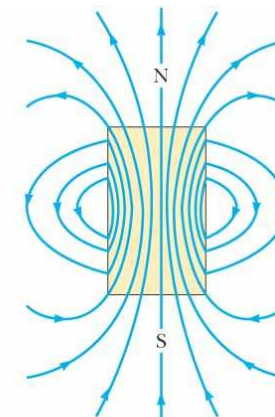
- รูปร่างของสนาม



(a)

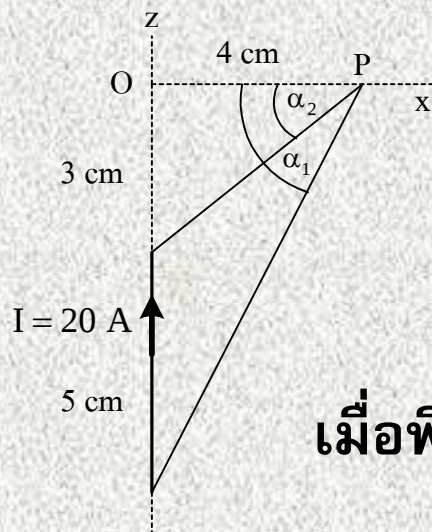


(b)



(c)

ตัวอย่างที่ 4.3 ส่วนหนึ่งของวงจรไฟฟ้าเป็นเส้นตรง มีกระแส I ดังรูป
จงหาสนามแม่เหล็ก ณ จุด P



วิธีทำ จากสมการสนามแม่เหล็กที่เกิดจากลวดตัวนำ
ยาวและตรง

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

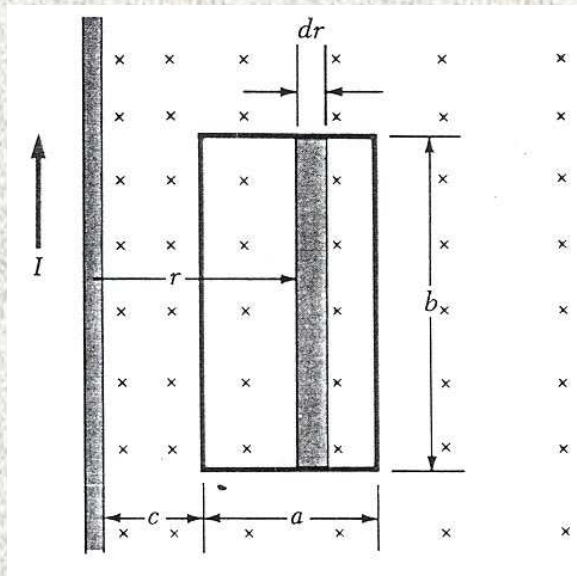
เมื่อพิจารณาจากรูปจะได้ว่า $\theta_1 = 90 - \alpha_1$, $\theta_2 = 90 - \alpha_2$

และเมื่อแทนค่าต่าง ๆ ในสมการของ B จะได้

$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(20 \text{ A})}{4\pi(4 \times 10^{-2} \text{ m})} [\cos(90 - \alpha_1) - \cos(90 - \alpha_2)]$$

$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(20 \text{ A})}{4\pi(4 \times 10^{-2} \text{ m})} \left[\frac{8}{\sqrt{80}} - \frac{3}{5} \right] = 1.47 \times 10^{-5} \text{ T}$$

ตัวอย่างที่ 4.4 ลวดตัวนำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง a ยาว b ถูกนำมาวางไว้ที่ระยะทาง c จากลวดตัวนำยาวมากที่มีกระแส I โดยด้านยาวของสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนานกับลวดนำกระแสดังที่รูป จงหาฟลักซ์แม่เหล็กทั้งหมดที่ผ่านสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้



วิธีทำ เนื่องจากสนามแม่เหล็กที่เกิดจากลวดตัวนำ

ยาวตรง $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

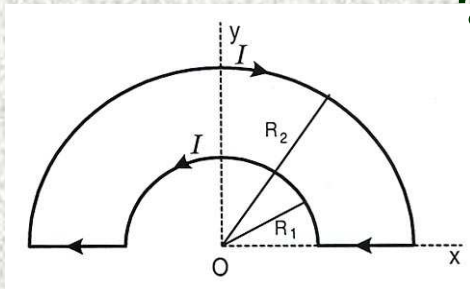
จาก

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \left[\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \right] \int_c^{c+a} \frac{dr}{r}$$

$$= \left[\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \right] [\ln(a+c) - \ln c]$$

$$= \left[\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \right] \ln \left[\frac{(a+c)}{c} \right]$$

ตัวอย่างที่ 4.6 กระแสไฟฟ้า I ไหลวนในวงจรรูปวงกลมรัศมี R_1 และ R_2 มีจุดศูนย์กลางร่วมกันและส่วนที่เป็นเส้นตรงดังรูป จงหาสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลาง



วิธีทำ สนามแม่เหล็ก ณ จุดศูนย์กลาง O เนื่องจากลวดเส้นตรงมีค่าเป็นศูนย์

สนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดครึ่งวงกลมมีค่าเป็น

$$B(R_1) = \frac{\mu_0 I}{4R_1}$$

ทิศตามแกน $+Z$

$$B(R_2) = \frac{\mu_0 I}{4R_2}$$

ทิศตามแกน $-Z$

สนามแม่เหล็กรวม

$$B = B(R_1) + B(R_2) = \frac{\mu_0 I}{4} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

ทิศตามแกน $+Z$

กฎของแอมแปร์

- กฎของแอมแปร์ (Ampere's law) เป็นกฎที่ใช้หาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากลวดนำกระแสเช่นกัน
- กฎของแอมแปร์กล่าวว่า “ค่าปริพันธ์เชิงเส้น (line integral) ของ $B \cdot ds$ รอบวงปิดแอมแปร์ (Amperean loop) จะมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างค่าสภาพให้ซึมผ่านได้กับกระแสที่ล้อมรอบด้วยวงปิด”
- สมการทางคณิตศาสตร์ของกฎของแอมแปร์ คือ

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

- ทิศของสนามแม่เหล็กจะเป็นไปตามกฎมือขวา ถ้าใช้นิ้วหัวแม่มือไปตามทิศของกระแสที่ไหลในตัวนำ นิ้วทั้ง 4 ที่กำรอบจะอยู่ในทิศของสนามแม่เหล็ก

สนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดนำกระแสตรงและยาว

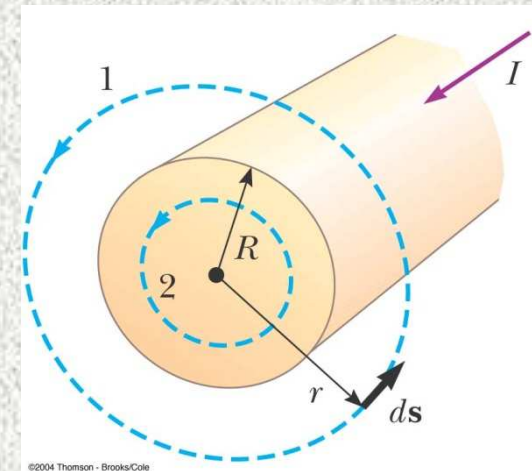
- ถ้าลวดนำกระแส I ดังรูปมีรัศมี R สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้น ณ จุดภายนอกตัวนำ ($r > R$) จะหาได้โดยการประยุกต์กฎของแอมแปร์ภายในวงปิดแอมแปร์

$$\oint \vec{B} \times ds = \mu_0 I$$

$\therefore$ ทิศทางของ $\vec{B} // ds$ ในทุกจุด

$$\oint \vec{B} ds = \mu_0 I$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



สนามแม่เหล็กเนื่องจากลวดนำกระแสตรงและยาว (ต่อ)

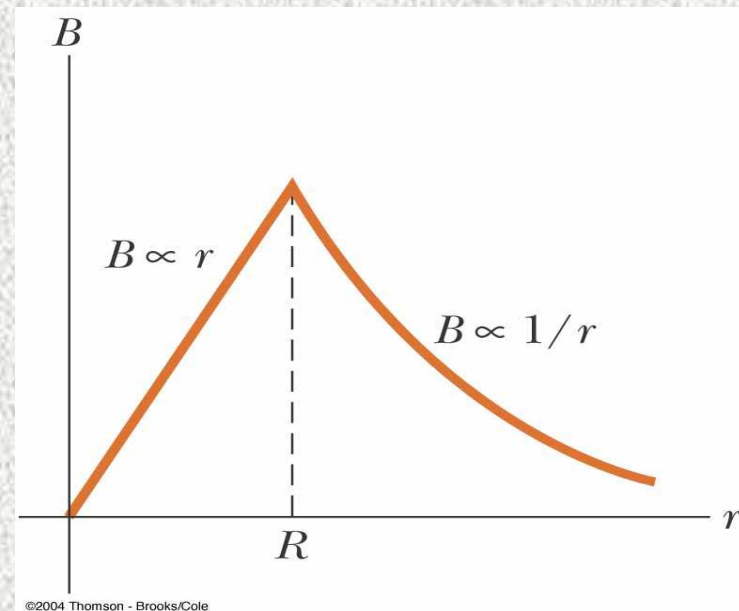
- ณ จุดภายในลวดตัวนำ ($r < R$) เราจะได้

$$\oint \mathbf{B} \times d\mathbf{s} = B(2\pi r) = \mu_0 I'$$

เมื่อ $I' = \frac{r^2}{R^2} I$ คือกระแสที่อยู่ภายในวงปิดแอมแปร์

- ดังนั้นจะได้ $B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \right) r$

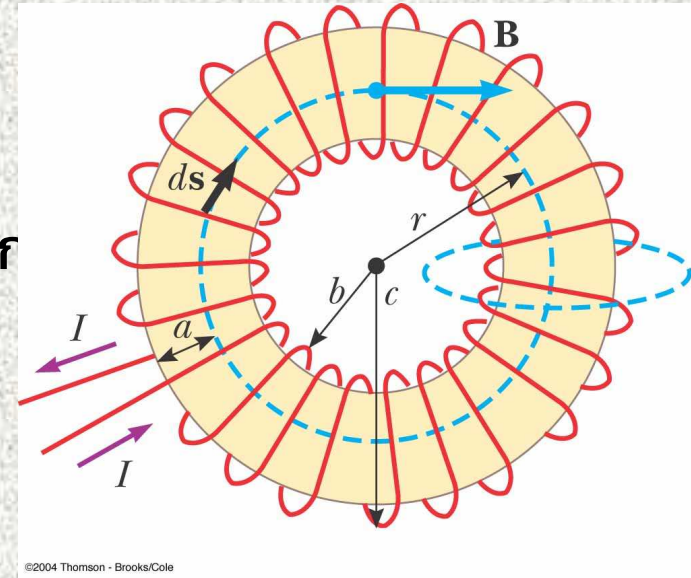
- สนามแม่เหล็กภายในและภายนอกลวดตัวนำจะมีลักษณะดังรูป



©2004 Thomson - Brooks/Cole

สนามแม่เหล็กของโทรอยด์

- ถ้าขดลวดโทรอยด์พันไว้ด้วยลวดนำไฟฟ้าจำนวน N รอบดังรูป เราจะหาสนามแม่เหล็ก ณ จุดซึ่งห่างจากจุดศูนย์กลางของโทรอยด์เป็นระยะ r ได้ดังนี้

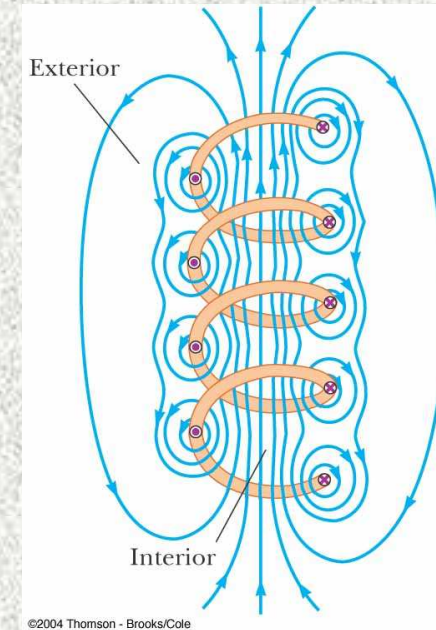
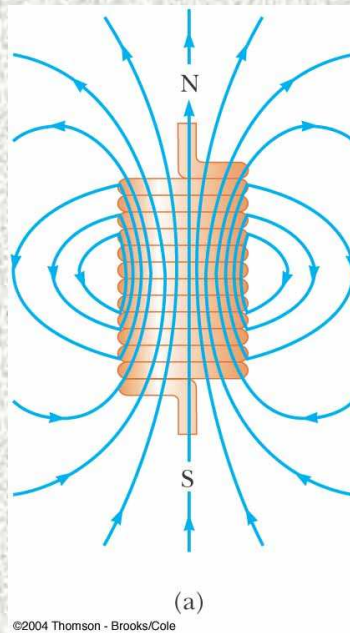


$$\oint \vec{B} \times ds = B(2\pi r) = \mu_0 NI$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

สนามแม่เหล็กในโซลินอยด์

- โซลินอยด์เป็นขดลวดนำกระแสซึ่งวนเป็นรูปเกลียว (helix) ดังรูป



- สนามแม่เหล็กขนาดสม่ำเสมอจะเกิดขึ้นภายในโซลินอยด์ในลักษณะเช่นเดียวกับสนามแม่เหล็กภายในแท่งแม่เหล็ก ดังรูป

- เราสามารถหาค่าของสนามแม่เหล็กโซลินอยด์ โดยเขียนวงปิดแอมแปร์รูปสี่เหลี่ยมยาว l กว้าง w ล้อมกระแสในขดลวดดังรูป

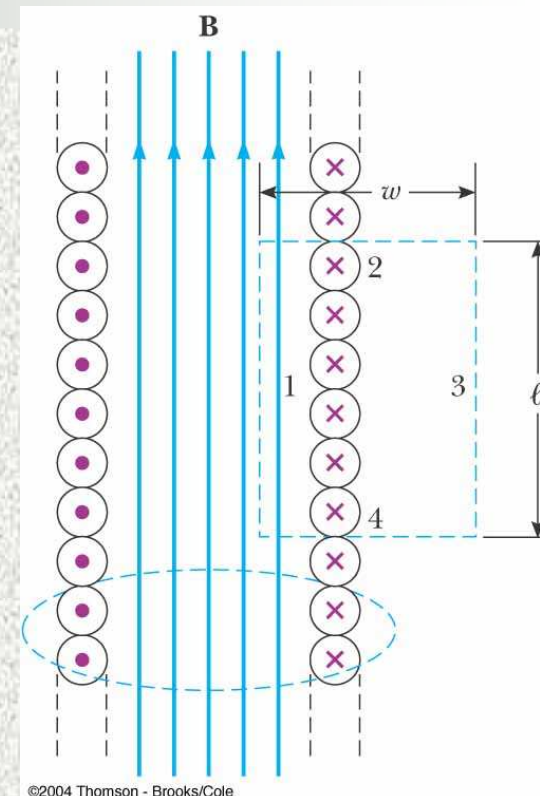
- เมื่อประยุกต์กฎของแอมแปร์กับวงปิด ดังกล่าวจะได้

$$\oint \vec{B} \times ds = \int_{\text{path1}} \vec{B} \times ds = B \int_{\text{path1}} ds = Bl$$

- ถ้าภายในวงปิดมีขดลวด N รอบ และแต่ละรอบมีกระแส I จะได้

$$\oint \vec{B} \times ds = Bl = \mu_0 NI \Rightarrow B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 nI$$

เมื่อ $n = \frac{N}{l}$ คือจำนวนรอบของขดลวดต่อหนึ่งหน่วยความยาว



แรงลอเรนตซ์และการประยุกต์

- เราได้ทราบมาแล้วว่าเมื่อประจุเคลื่อนที่ในสนามไฟฟ้าจะเกิดแรงไฟฟ้ากระทำต่อประจุ และถ้าประจุเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กจะเกิดแรงแม่เหล็กกระทำต่อประจุเช่นกัน
- ดังนั้นถ้าประจุเคลื่อนที่ในสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะเกิดแรงทั้งสองชนิดซึ่งเรียกชื่อว่า “แรงลอเรนตซ์ (Lorentz force)”

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

การเคลื่อนที่ของประจุในสนามแม่เหล็ก

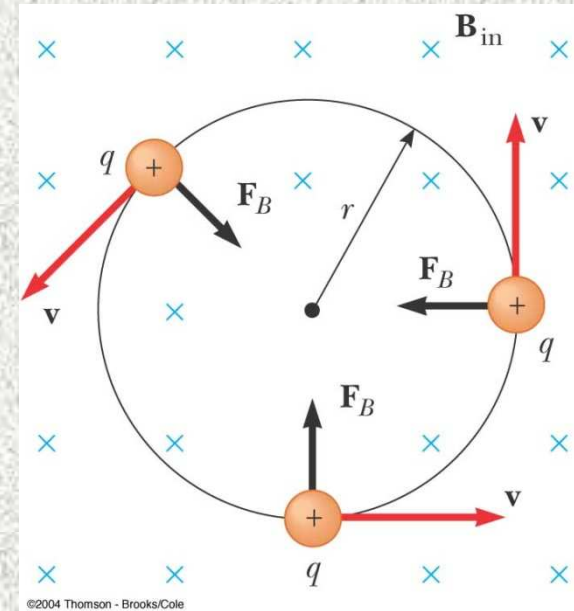
- ถ้าประจุเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก ประจุจะเคลื่อนที่เป็นวงกลม ดังรูป ทั้งนี้เพราะแรงแม่เหล็ก F_B จะกระทำในทิศเข้าสู่ศูนย์กลางของวงโคจรเสมอ
- ถ้าประจุ q มีมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v เราจะหารัศมีของวงโคจรได้จาก

$$F_B = qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

- อัตราเร็วเชิงมุมจะมีค่าเป็น $\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$

- คาบของการเคลื่อนที่

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

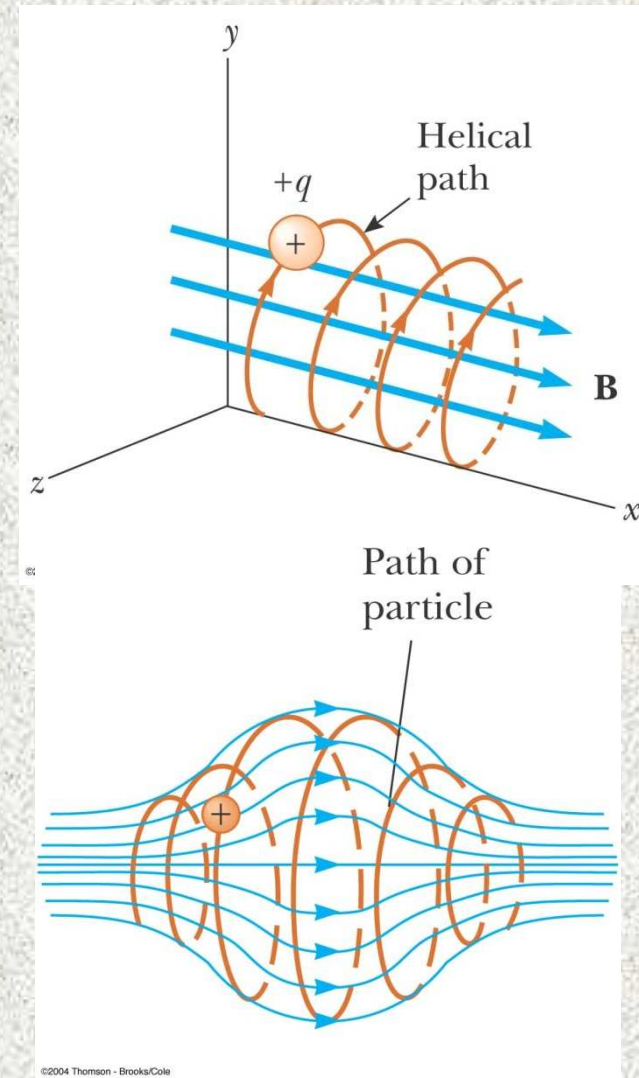


การเคลื่อนที่ของประจุในสนามแม่เหล็กในรูปแบบต่าง ๆ

- ถ้าประจุเคลื่อนที่ทำมุมกับสนามแม่เหล็ก เส้นทางการเคลื่อนที่จะเป็นรูปเฮลิค ดังรูป
- ในกรณีนี้ความเร็วมี 2 องค์ประกอบ

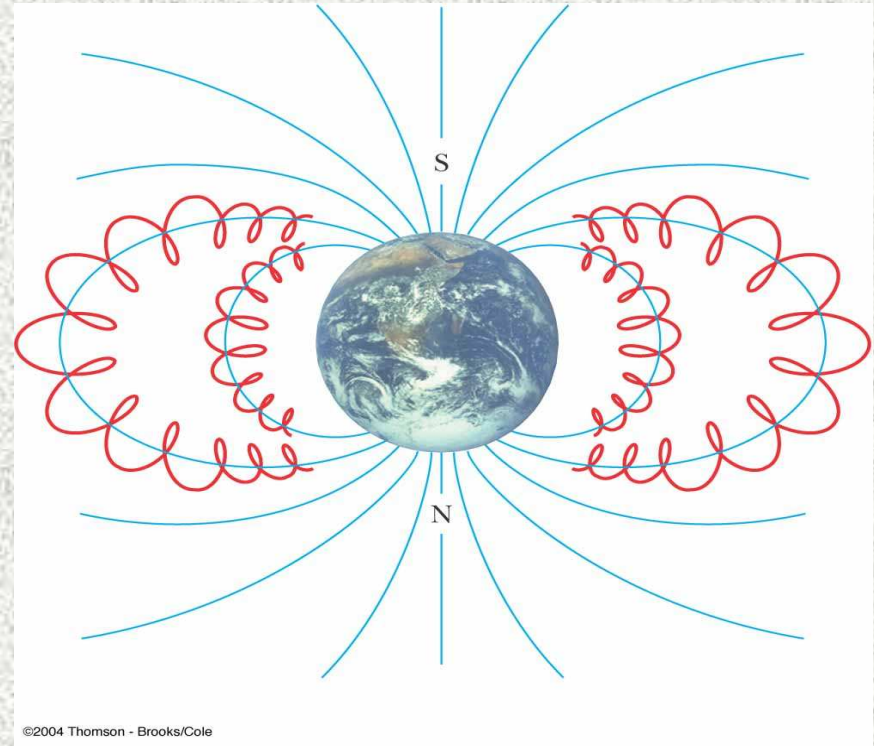
$$v = \sqrt{v_y^2 + v_z^2}$$

- ถ้าสนามแม่เหล็กมีค่าไม่คงตัวจะเกิดแรงแม่เหล็กผลักประจุให้เคลื่อนที่กลับไปกลับมาในขั้วแม่เหล็ก (magnetic bottle) ดังรูป



แถบรัศมีแวนแอลเลน

- อนุภาคที่มีประจุอยู่รอบ ๆ โลกจะได้รับอิทธิพลของสนามแม่เหล็กโลก ทำให้เคลื่อนที่กลับไป-กลับมาตามแนวเส้นสนามแม่เหล็กโลก ดังรูป



- อนุภาสดังกล่าวจะชนกับโมเลกุลของอากาศในชั้นบรรยากาศของโลกทำให้เกิดการเรืองแสง ซึ่งเรียกว่า แถบรัศมีแวนแอลเลน (Van Allen Radiation Belts)

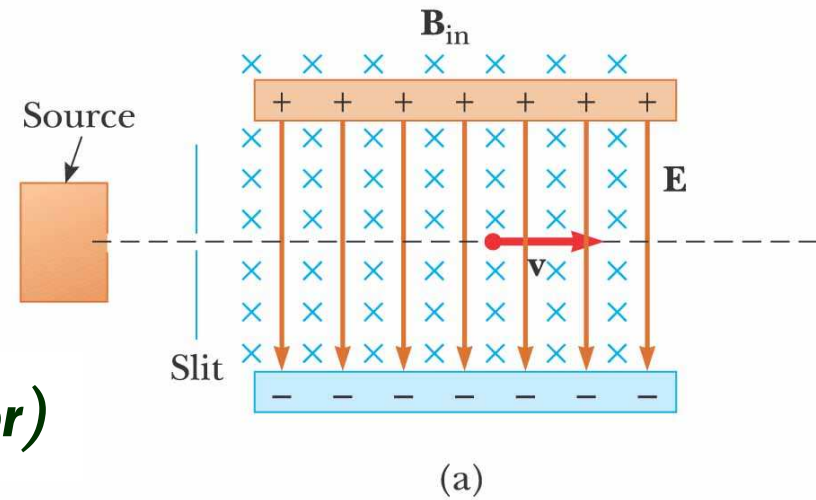
การประยุกต์แรงลอเรนตซ์

เครื่องเลือกความเร็ว (velocity selector)

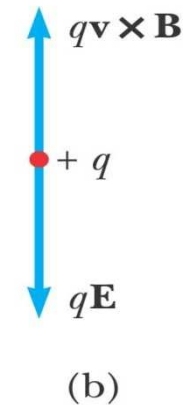
- ในการคัดเลือกชนิดของประจุเราอาจใช้ความเร็วเป็นตัวกำหนด

- เครื่องเลือกความเร็วจะมีทิศของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าตั้งฉากกันจึงทำให้แรงมีทิศตรงกันข้าม

- ประจุที่มีความเร็วเท่ากัน ($v=E/d$) จะเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงผ่านไปได้ แต่ประจุที่เคลื่อนที่เร็วกว่าจะเลี้ยวขึ้นด้านบนบน แต่ประจุที่เคลื่อนที่ช้ากว่าจะเลี้ยวลงด้านล่าง



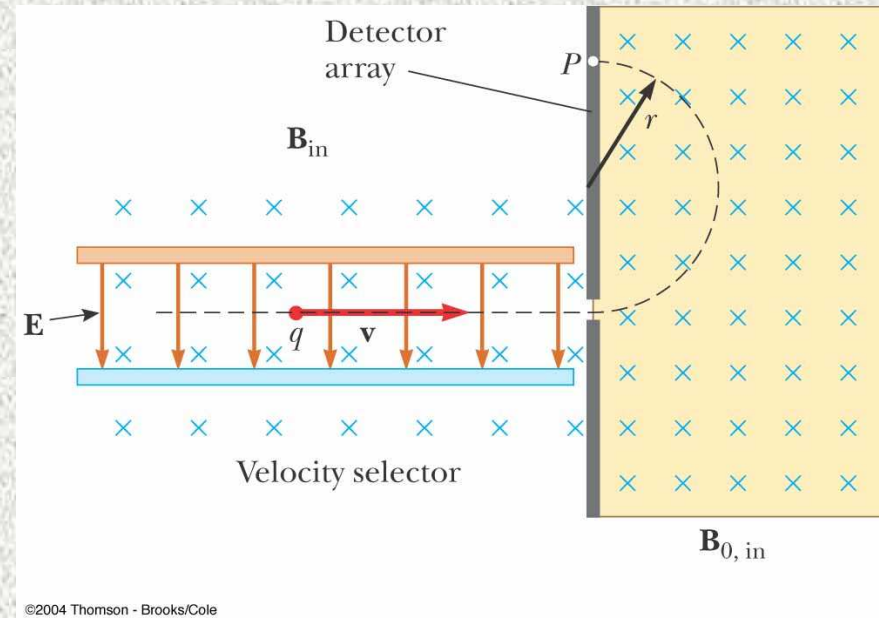
homson - Brooks/Cole



©2004 Thomson - Brooks/Cole

เครื่องแยกมวล (Mass Spectrometer)

- เครื่องแยกมวลจะแยกไอออนโดยอาศัยอัตราส่วนของมวลต่อประจุเป็นตัวกำหนด
- ไอออนซึ่งถูกคัดเลือกโดยเครื่องแยกความเร็วจะเคลื่อนที่เข้าสู่บริเวณที่มีสนามแม่เหล็กดังรูป



- ไอออนจะเคลื่อนที่ที่เป็นครึ่งวงกลมก่อนตกกระทบต่อหัววัดประจุที่จุด P
- ไอออนที่มีมวลต่างกันจะมีรัศมีของวงโคจรต่างกัน ($\because r = mv/qB$)
- ดังนั้นตำแหน่งของหัววัดประจุจะเป็นเครื่องแยกชนิดของไอออน

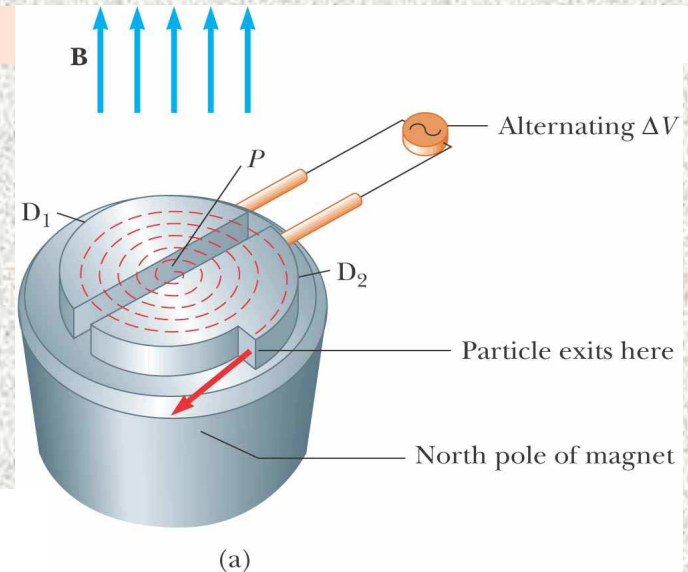
ไซโคลตรอน (Cyclotron)

- ไซโคลตรอนเป็นเครื่องเร่งอนุภาคที่ใช้ความต่างศักย์ไฟฟ้าซึ่งสลับขั้วตลอดเวลา ดังรูป

- D_1 และ D_2 จะมีศักย์ไฟฟ้าแตกต่างกันและสลับขั้วด้วยความถี่ที่สอดคล้องกับคาบของการเคลื่อนที่เป็นครึ่งวงกลมของอนุภาค

- แท่งแม่เหล็กที่อยู่ด้านล่างของตัว D จะสร้างสนามแม่เหล็กที่มีทิศตั้งฉากกับความเร็วของอนุภาคทำให้อนุภาคเคลื่อนที่เป็นวงกลมภายในตัว D
- ในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่เป็นวงกลมอนุภาคจะมีพลังงานจลน์เพิ่มขึ้นและเมื่อหลุดออกจากตัว D จะมีพลังงานจลน์เป็น (อาจสูงถึง 20 MeV)

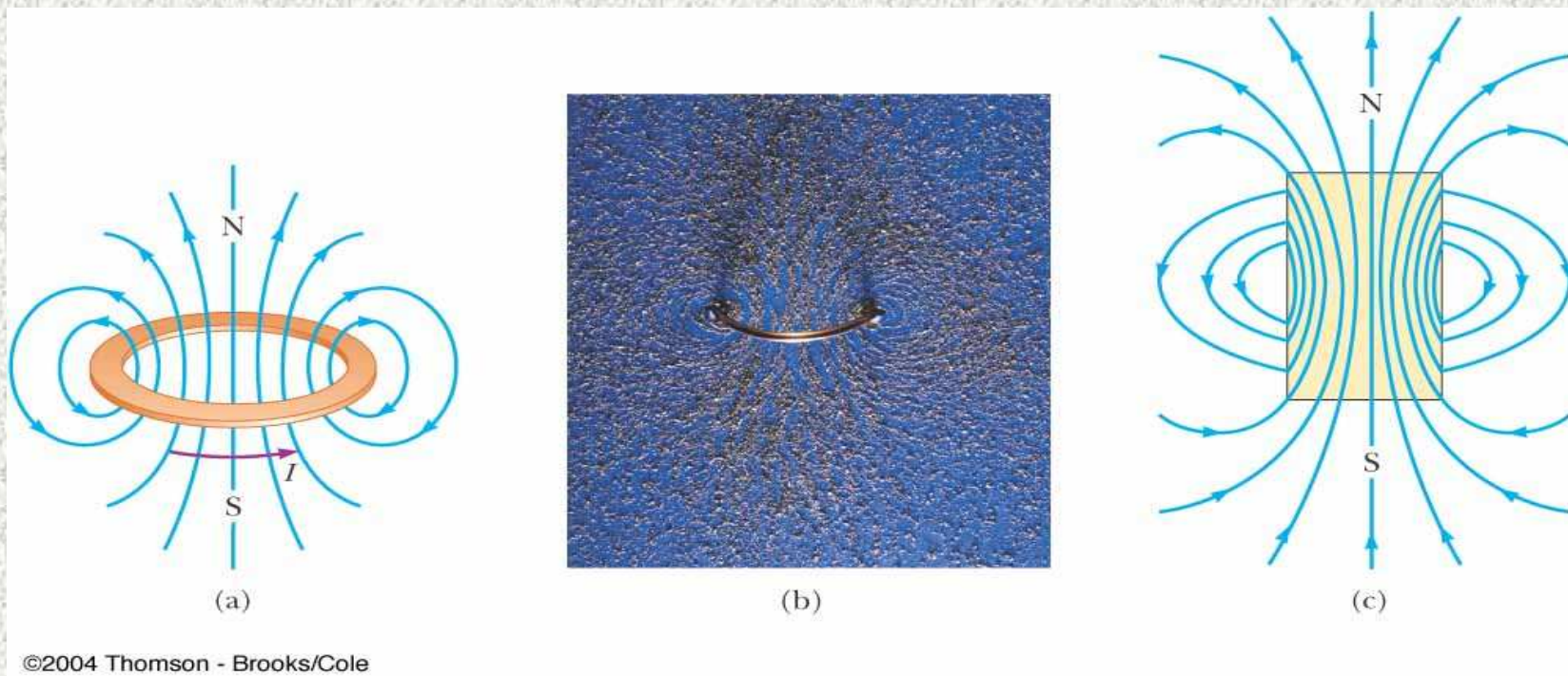
$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$$



4 Thomson - Brooks/Cole

เส้นสนามแม่เหล็กสำหรับวงจรกระแสไฟฟ้า

- สนามแม่เหล็กที่เกิดจากวงจรรนำกระแสที่เป็นวงปิด



ในวงจรรนำกระแสที่เป็นวงปิด

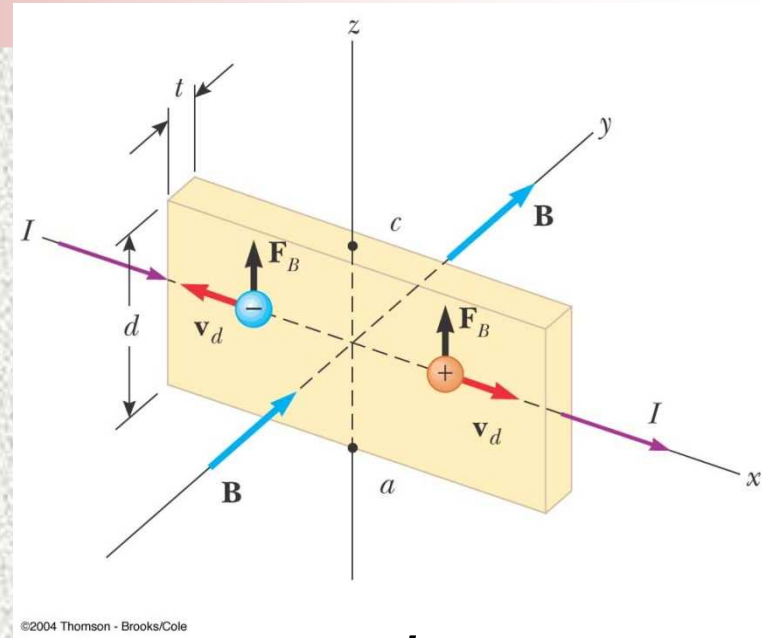
ในแท่งแม่เหล็ก

ปรากฏการณ์ฮอลล์

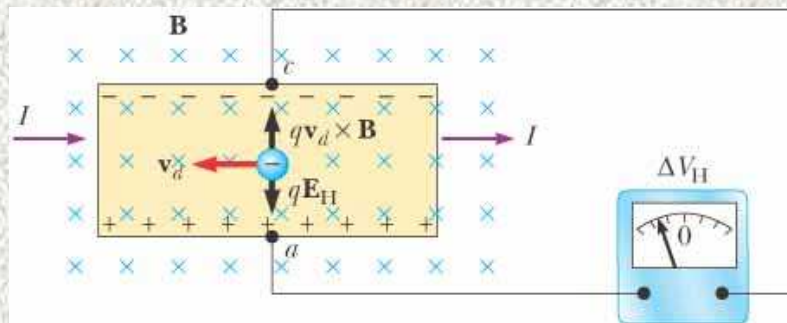
- เมื่อลวดนำกระแสวางอยู่ในสนามแม่เหล็กจะเกิดความต่างศักย์ขึ้นในลวดในทิศที่ตั้งฉากกับทิศของกระแสและทิศของสนามแม่เหล็ก
- ปรากฏการณ์เช่นนี้เรียกว่า “ปรากฏการณ์ฮอลล์ (Hall Effect)” ซึ่งค้นพบโดย *Edwin Hall* ในปี ค.ศ. 1879
- ปรากฏการณ์นี้เกิดขึ้นจากการที่ประจุชนิดหนึ่งถูกแรงแม่เหล็กผลักให้เคลื่อนที่ไปอยู่ที่ขของด้านหนึ่งของตัวนำ ส่วนประจุชนิดตรงกันข้ามจะถูกผลักไปอยู่ด้านตรงข้าม
- เราจะสามารถหาชนิดและความหนาแน่นของประจุและสนามแม่เหล็กได้จากการสังเกตปรากฏการณ์ฮอลล์

ปรากฏการณ์ฮอลล์

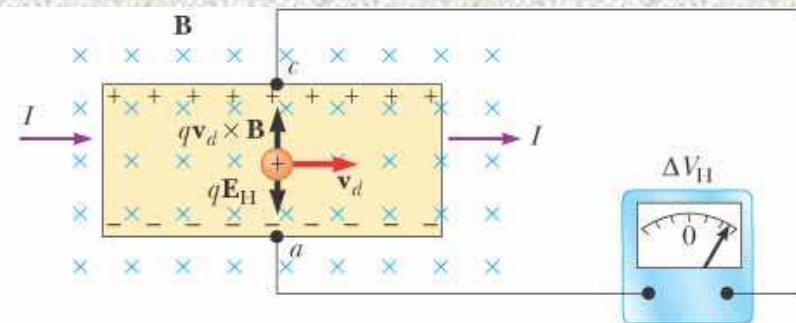
- เราสามารถสังเกตปรากฏการณ์ฮอลล์ได้โดยการให้สนามแม่เหล็กกับลวดนำกระแสดังรูป



- ความต่างศักย์ของฮอลล์จะเกิดขึ้นระหว่างจุด a และ c ซึ่งสามารถวัดค่าได้โดยใช้โวลต์มิเตอร์ดังรูป (ขอบบนจะเป็นประจุลบถ้าพาหะประจุเป็นลบ และขอบบนจะเป็นประจุบวกถ้าพาหะประจุเป็นบวก)



(a)



(b)

ปรากฏการณ์ฮอลล์

จาก
$$\Delta V_H = E_H d = v_d B d$$

โดย v_d คือความเร็วลอยเลื่อนของประจุและ d คือความกว้างของตัวนำ

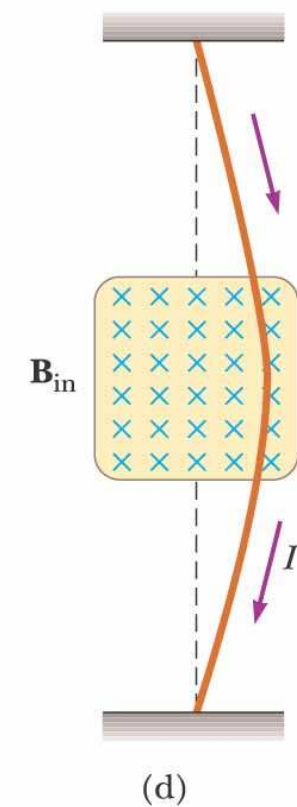
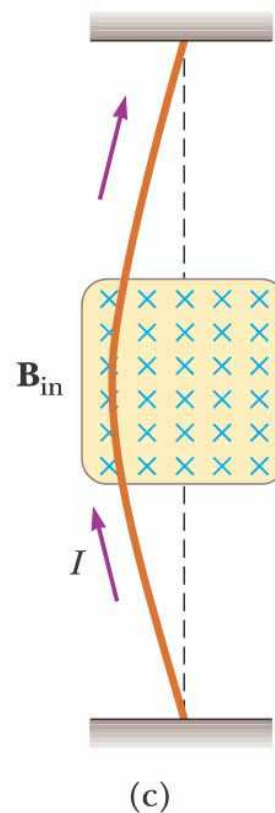
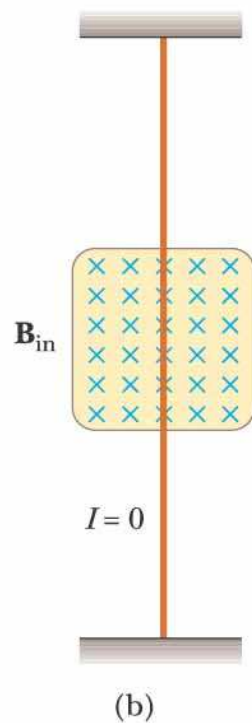
ถ้าแทนค่า $I = nq v_d A$ โดย $A = dt$ จะได้ความต่างศักย์ฮอลล์มีค่าเป็น

$$\Delta V_H = \frac{IB}{nqt}$$

- เราสามารถใช้ตัวนำมาตรฐานเพื่อหาค่าสนามแม่เหล็กได้จากสมการข้างบนนี้

แรงกระทำบนลวดนำกระแส

- ถ้าวางลวดนำกระแสในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กจะเกิดแรงแม่เหล็กกระทำต่อลวดทำให้ลวดโค้งงอ ดังรูป



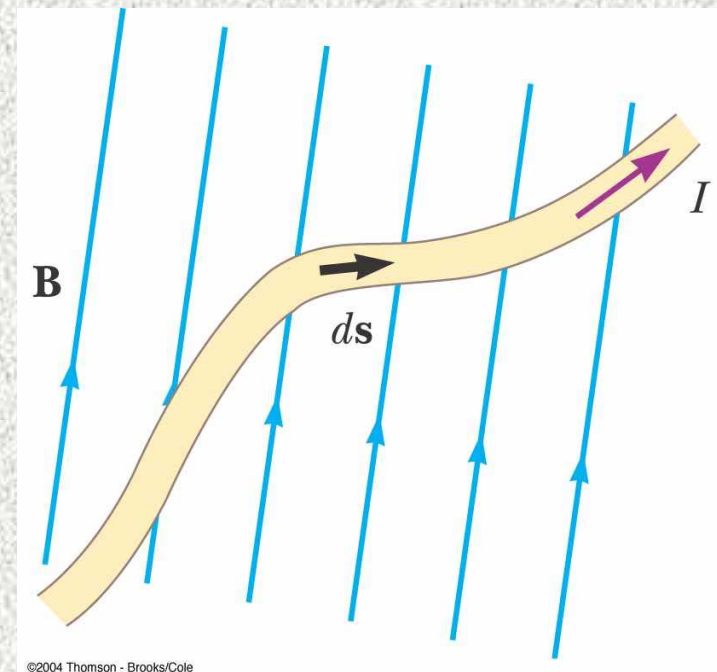
สมการของแรงแม่เหล็กที่กระทำบนลวดนำกระแส

- ในกรณีที่ลวดนำกระแสมีรูปร่างใด ๆ แรงแม่เหล็กที่กระทำต่อส่วนเล็ก ๆ ds ของลวดจะมีค่าเป็น

$$dF = Ids \times B$$

- แรงแม่เหล็กรวมที่กระทำต่อลวดนำกระแสจะหาค่าได้โดยการอินทิเกรตให้ครอบคลุมตลอดความยาวของลวด

$$F = I \int_a^b ds \times B$$



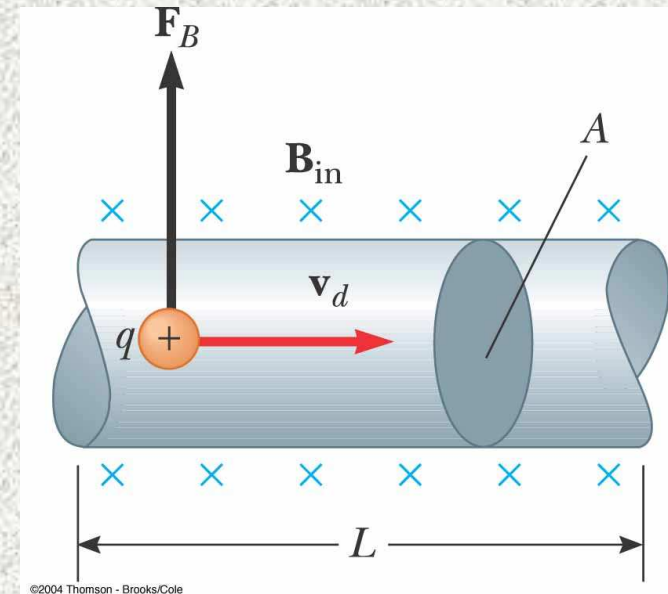
©2004 Thomson - Brooks/Cole

สมการของแรงแม่เหล็กที่กระทำบนลวดนำกระแส

- แรงแม่เหล็กที่กระทำบนลวดนำกระแสเป็นผลมาจากแรงแม่เหล็กที่กระทำต่อประจุที่เคลื่อนที่ในลวดนำกระแส ดังรูป
- แรงรวมจะเท่ากับผลคูณของจำนวนประจุกับแรงกระทำต่อหนึ่งหน่วยประจุ หรือ

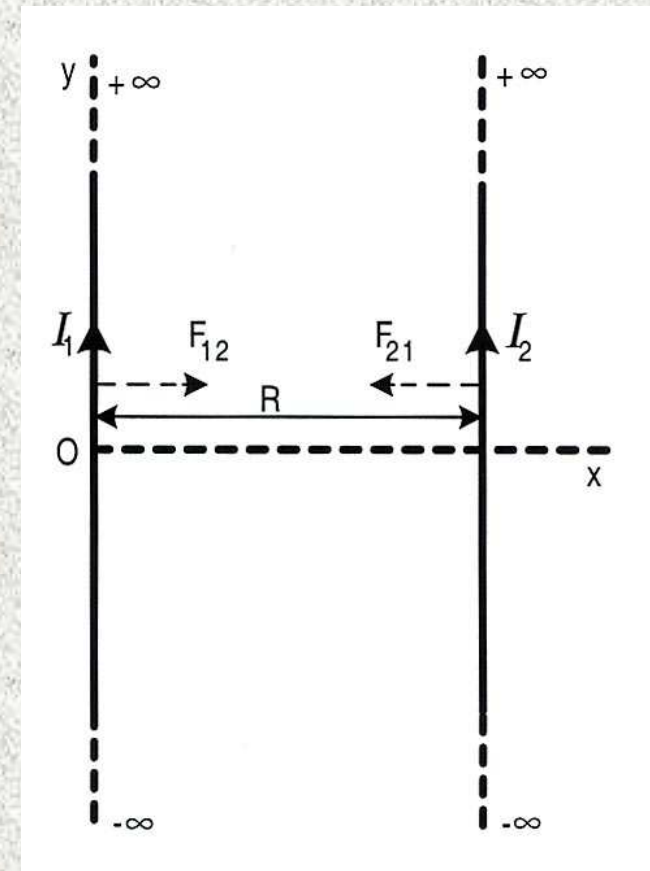
$$F = (q \mathbf{v}_d \times \mathbf{B})nAL$$

- ในรูปของกระแสแรงรวมจะมีค่าเป็น $F = I L \times B$

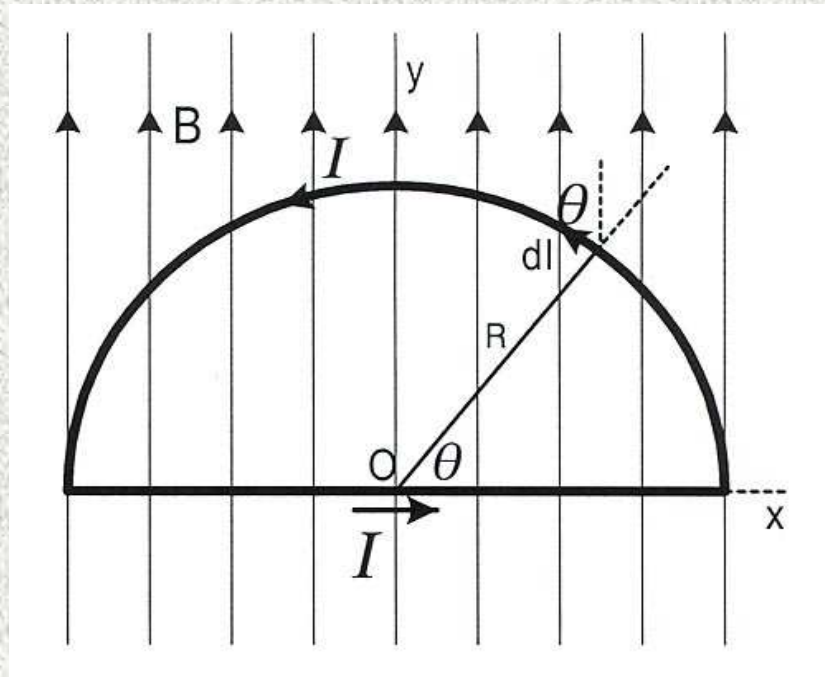


ตัวอย่างที่ 4.10 จงหาพลังงานจลน์สูงสุดของอนุภาคโปรตอนในเครื่อง
ไซโคลตรอน รัศมี 0.50 เมตร ในสนามแม่เหล็ก
0.35 เทสลา (ดูวิธีทำในประมวลสาระฯ)

ตัวอย่างที่ 4.11 ลวดนำกระแสความยาว
อนันต์สองเส้นมีเส้นมี
กระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 อยู่ใน
ระนาบ x - y ขนานกันและ
ขนานกับแกน y ระยะห่าง
กันเท่ากับ R ดังรูป จงหา
แรงแม่เหล็กระหว่างลวด
นำกระแสสองเส้นนี้
(ดูวิธีทำในประมวลสาระฯ)

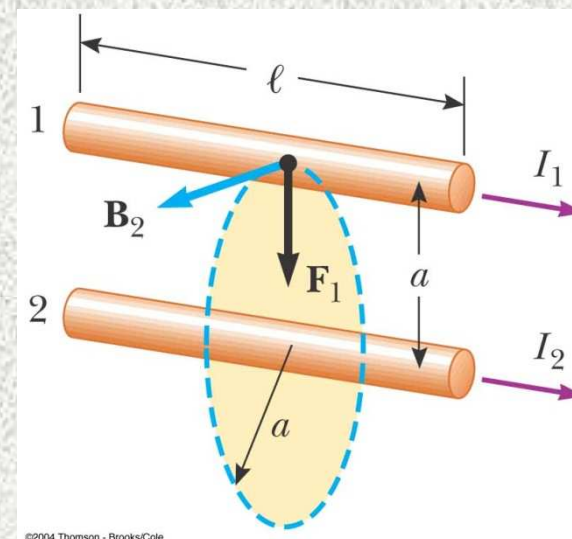


ตัวอย่างที่ 4.12 วงจรรูปครึ่งวงกลม รัศมี R มีกระแส I อยู่ใน
สนามแม่เหล็กเอกกรุป $B = B \hat{j}$ ดังรูปจงหาแรง
ลัพธ์ที่กระทำกับวงจนี้ (ดูวิธีทำในประมวลสาระฯ)



แรงแม่เหล็กระหว่างลวดนำกระแสที่วางขนานกัน

- ถ้าลวดนำกระแส 2 เส้นวางขนานกันดังรูป จะเกิดแรงกระทำต่อกัน
- สนามแม่เหล็ก B_2 ที่เกิดจากกระแส I_2 จะออกแรงกระทำต่อลวดเส้นที่ 1 ด้วยแรง F_1 มีค่าเป็น $F_1 = I_1 \ell B_2$



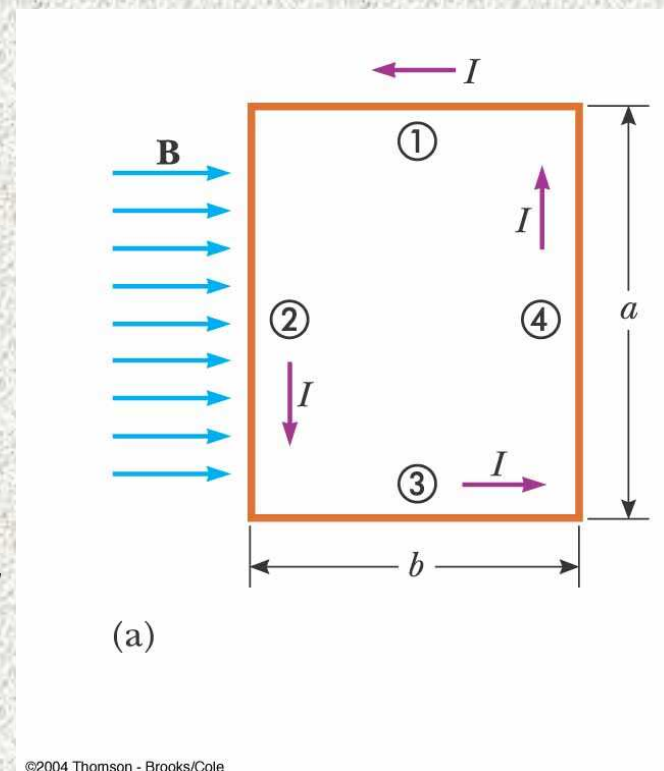
- เมื่อแทนค่า B_2 ลงไปจะได้ $F_1 = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a} l$
- แรงแม่เหล็กต่อหน่วยความยาวที่กระทำระหว่างลวดทั้ง 2 จะมีค่าเป็น

$$\frac{F_B}{l} = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a}$$

ทอร์กบนวงจรปิด

- ถ้าวางวงจรไฟฟ้าในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กจะเกิดทอร์กกระทำต่อวงจรซึ่งทำให้เกิดการหมุน

- ในกรณีของวงจรกระแสรูปสี่เหลี่ยมที่วางในสนามแม่เหล็กดังรูป จะหาค่าทอร์กได้ดังนี้



- เนื่องจากด้าน (1) และ(3) ของวงจร ขนานกับสนามแม่เหล็กจะไม่เกิดแรงแม่เหล็กกระทำต่อด้านดังกล่าว ($\because F = L \times B = LB\sin 0^\circ = 0$)
- ด้าน (2) และ(4) ซึ่งขนานกับสนามแม่เหล็กจะเกิดแรงคู่ควบมีค่าดังนี้

$$F_2 = F_4 = IaB$$

ทอร์กบนวงจรูปิด

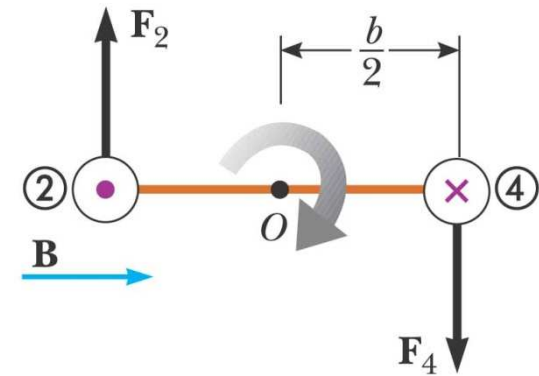
- จากรูป เนื่องจากแรง F_2 และ F_4 มีทิศทางตรงกันข้ามและไม่อยู่ในแนวเดียวกัน จึงทำให้เกิดทอร์ก ซึ่งทำให้เกิดการหมุนรอบจุด O

- ค่าสูงสุดของทอร์กที่กระทำต่อวงจรูปิดคือ

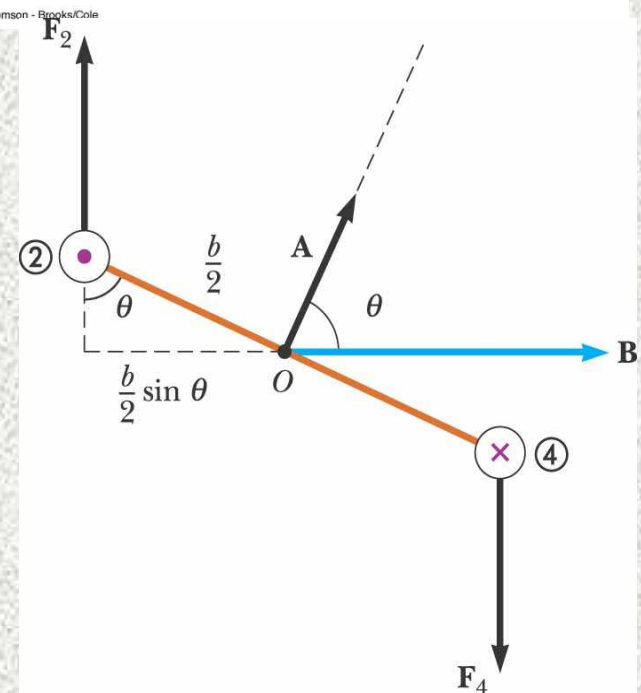
$$\begin{aligned}\tau_{max} &= F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = (IaB) \frac{b}{2} + (IaB) \frac{b}{2} \\ &= IabB = IAB, \quad (A = ab)\end{aligned}$$

- ในกรณีที่ระนาบของวงจรูปิดไม่ขนานกับ B

$$\tau = IA \times B$$



(b)



โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก

- โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก (magnetic dipole moment)
คือผลคูณระหว่าง I กับ A หรือ (หน่วยเป็น $A\text{-m}^2$)

$$\mu = IA$$



- ถ้าเขียนสมการของทอร์กในรูปของโมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็กจะได้

$$\tau = \mu \times B$$

- สมการของทอร์กจะคล้ายกับในกรณีของขั้วคู่ไฟฟ้า

$$\tau = p \times E$$

ตัวอย่างที่ 4.14 วงจรไฟฟ้ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ด้านยาว 20 เซนติเมตร

ประกอบด้วยขดลวดตัวนำ 5 ขด มีกระแส 2

แอมแปร์

เวกเตอร์หน่วย ทำมุม 37 องศา กับ

สนามแม่เหล็ก

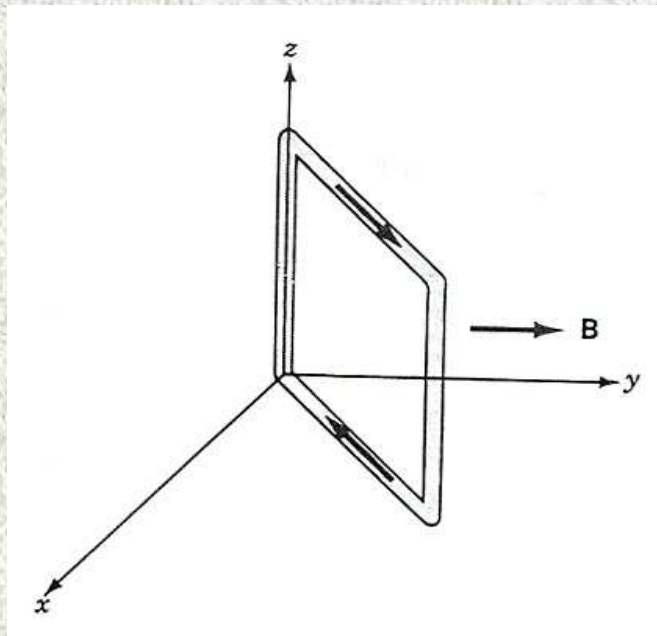
รูป 5j

เทสลา ดังรูปจงหา

(a) โมเมนต์แม่เหล็ก

(b) ทอร์กบนวงจรไฟฟ้า

(c) งานที่ต้องใช้ในการหมุนวงจรนี้ จาก
ตำแหน่งที่มีพลังงานต่ำสุดมาอยู่ใน
ตำแหน่งนี้ (ดูวิธีทำในประมวลสาระฯ)



ความเข้มสนามแม่เหล็กและแมกนีโตเซชัน

- เนื่องจากสสารประกอบด้วยอะตอมซึ่งมีอิเล็กตรอนเคลื่อนที่รอบอะตอม จึงทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าอะตอม (atomic current)
- ดังนั้นในตัวนำจึงมีกระแสไฟฟ้า 2 ชนิดคือ กระแสเนื่องจากการเคลื่อนที่ของประจุอิสระ และกระแสเนื่องจากการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในอะตอม
- กระแสทั้ง 2 ชนิดนี้จะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กทั้งคู่ โดยกระแสไฟฟ้าอะตอมจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กเนื่องจากแมกนีโตเซชัน

$$M = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \sum \frac{\mu_i}{\Delta V} = \frac{d\mu_i}{dV}$$

- จะเห็นได้ว่าเวกเตอร์แมกนีโตเซชันก็คือโมเมนต์แม่เหล็กต่อหน่วยปริมาตร

ความเข้มสนามแม่เหล็ก

- การเกิดแมกนีโตเซชันจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กมีค่าเป็น

$$B_m = \mu_0 M$$

- ดังนั้นถ้าวางสารในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กจากภายนอกจะเกิดสนามแม่เหล็กรวมมีค่าเป็น

$$B = B_0 + \mu_0 M$$

- ถ้าให้ความเข้มสนามแม่เหล็กคือ $H = B_0 / \mu_0$ จะได้สนามแม่เหล็กรวม

$$B = \mu_0 (H + M)$$

- หน่วยของ H และ M คือ A/m

ความสัมพันธ์ของค่าสภาพรับไว้ได้และสภาพให้ซึมได้

- ค่าสภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็ก (magnetic susceptibility) เป็นปริมาณที่บอกให้ทราบว่าสารจะสามารถทำให้เป็นแม่เหล็กได้ดีแค่ไหน
- ค่าสภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็ก χ จะสัมพันธ์กับ H และ M ดังนี้

$$M = \chi H$$

- ดังนั้นเราจะเขียนได้ว่า

$$B = \mu_0 (H + M) = \mu_0 (1 + \chi) H = \mu_m H$$

- เราเรียก μ_m ว่าค่าสภาพให้ซึมได้ทางแม่เหล็กซึ่งมีค่าเป็น

$$\mu_m = \mu_0 (1 + \chi)$$

ตารางค่ารับไว้ได้ทางแม่เหล็กของสารชนิดต่าง ๆ

Table 30.2

Magnetic Susceptibilities of Some Paramagnetic and Diamagnetic Substances at 300 K

Paramagnetic Substance	χ	Diamagnetic Substance	χ
Aluminum	2.3×10^{-5}	Bismuth	-1.66×10^{-5}
Calcium	1.9×10^{-5}	Copper	-9.8×10^{-6}
Chromium	2.7×10^{-4}	Diamond	-2.2×10^{-5}
Lithium	2.1×10^{-5}	Gold	-3.6×10^{-5}
Magnesium	1.2×10^{-5}	Lead	-1.7×10^{-5}
Niobium	2.6×10^{-4}	Mercury	-2.9×10^{-5}
Oxygen	2.1×10^{-6}	Nitrogen	-5.0×10^{-9}
Platinum	2.9×10^{-4}	Silver	-2.6×10^{-5}
Tungsten	6.8×10^{-5}	Silicon	-4.2×10^{-6}

การแบ่งชนิดของสารแม่เหล็ก

- เราอาจแบ่งชนิดของสารแม่เหล็กได้โดยการเปรียบเทียบค่าสภาพให้ซึมได้ของสารกับค่าสภาพให้ซึมได้ของสุญญากาศ (μ_0)
- สารพาราแมกเนติก (Paramagnetic) : $\mu_m > \mu_0$
(เมื่อนำไปใกล้แม่เหล็กจะถูกดูดอย่างอ่อน เช่น อะลูมิเนียม พลาตินัม)
- สารไดอะแมกเนติก (Diamagnetic) : $\mu_m < \mu_0$
(เมื่อนำไปใกล้แม่เหล็กจะถูกผลักอย่างอ่อน เช่น ทองคำ เงิน ทองแดง)
- สารเฟอร์โรแมกเนติก (Ferromagnetic) : $\mu_m \gg \mu_0$
(เมื่อนำไปใกล้แม่เหล็กจะถูกดูดอย่างแรง เช่น เหล็ก โคบอลต์)